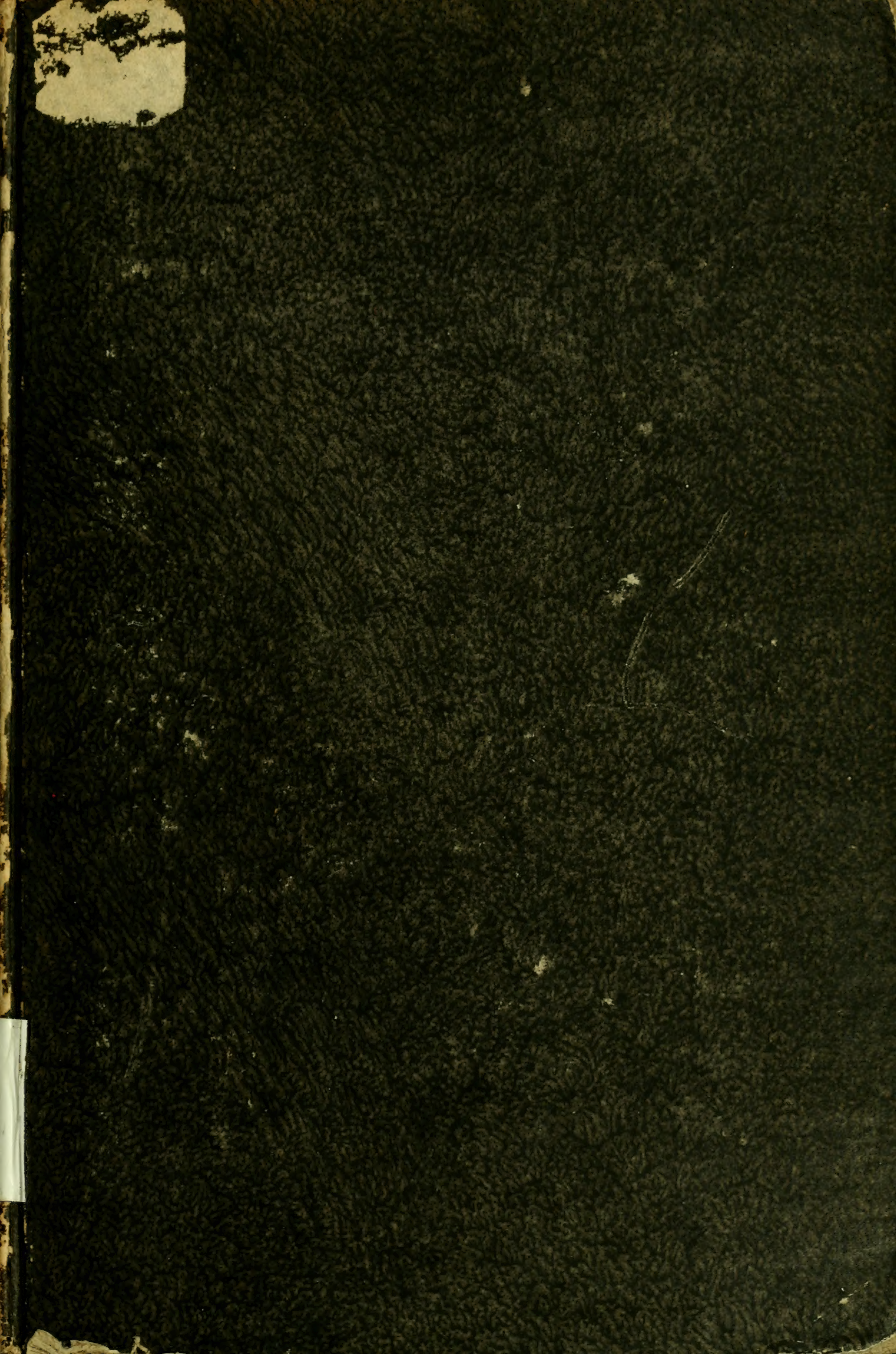
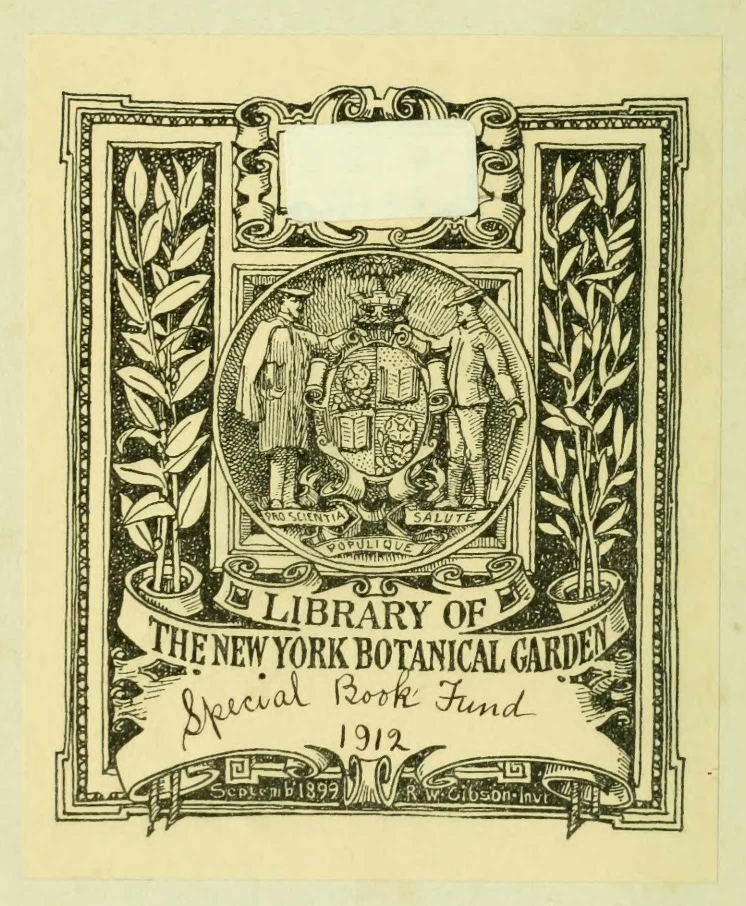
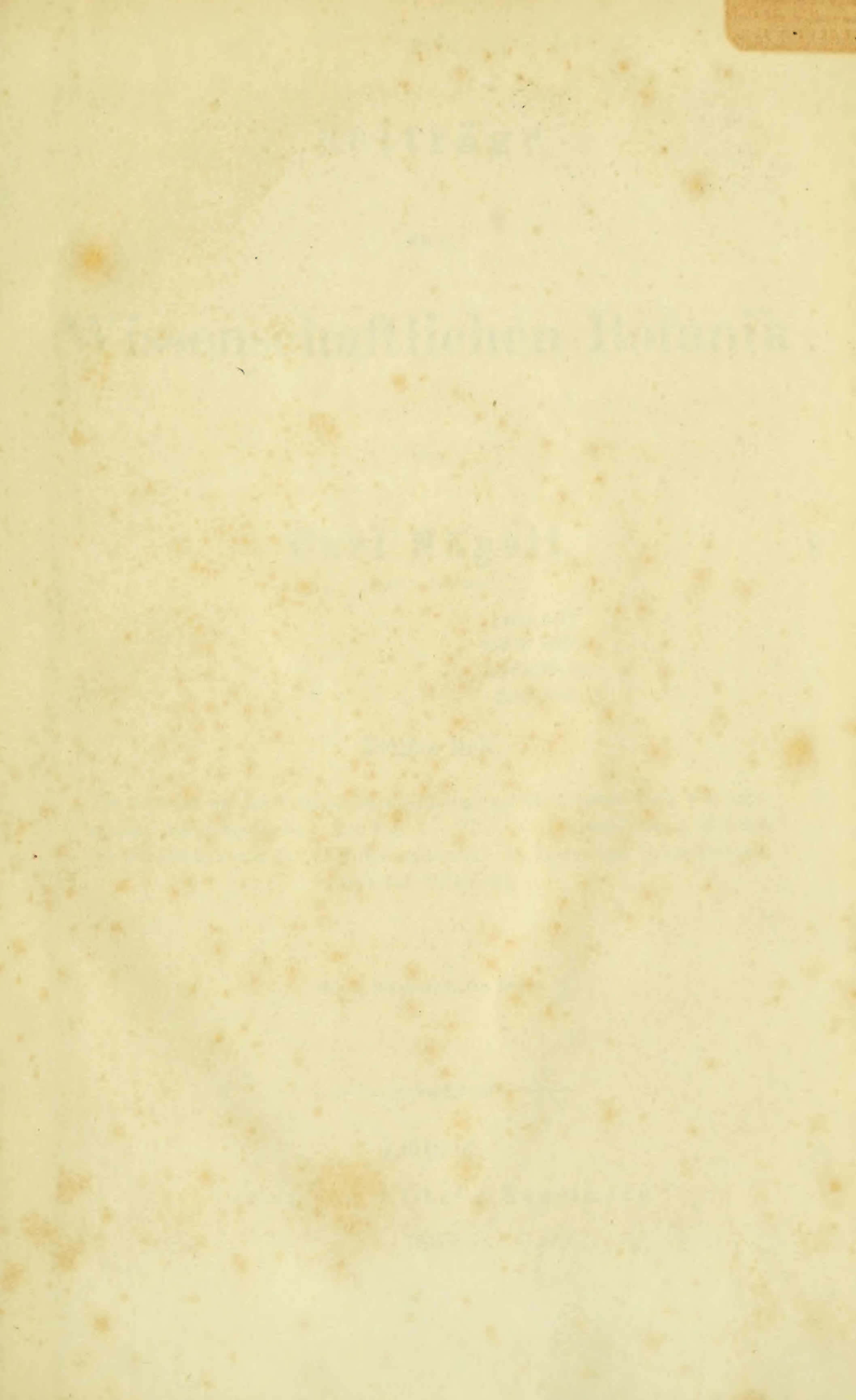
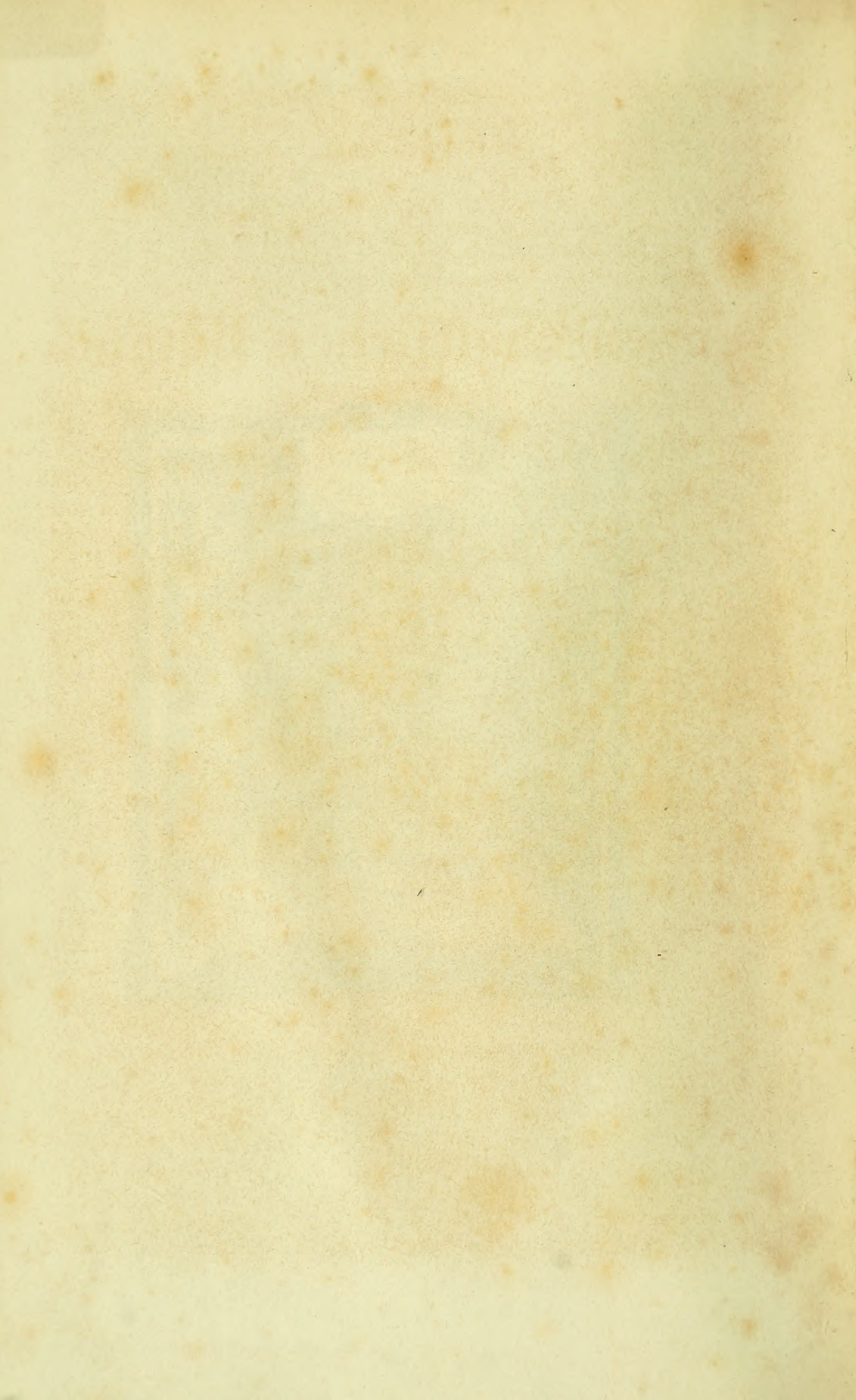



PRO SCIENTIA
SALUTE
POPULIQUE
LIBRARY OF
THE NEW YORK BOTANICAL GARDEN
Special Book Fund
1912
Septemb 1899
R. W. Gibson Invt





Beiträge

zur

Wissenschaftlichen Botanik

von

Carl Nägeli,

Prof. in München.

Drittes Heft.

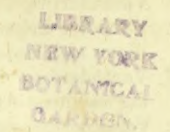
Die Anwendung des Polarisationsmicroscops auf die Untersuchung der organischen Elementartheile. Mit Taf. I—VII. — Untersuchungen über den Flechtenthallus von Dr. S. Schwendener. II. Laub- und Gallertflechten. Mit Taf. VIII—XI.

Mit 11 lithographirten Tafeln.

Leipzig,

Verlag von Wilhelm Engelmann

1863.



I N H A L T.

Die Anwendung des Polarisationsmicroscops auf die Untersuchung der organischen Elementartheile.

Untersuchungen über den Flechtenthallus von Dr. S. Schwendener.

II. Laub- und Gallertflechten.

Die Anwendung des Polarisationsmicroscops auf die Untersuchung der organischen Elementartheile.

Die Anwendung des Polarisationsapparates für die microscopischen Beobachtungen ist ohne Einsicht in die optischen Vorgänge von keinem wissenschaftlichen Nutzen. Die physikalischen Lehrbücher geben wohl über die Polarisations-Erscheinungen im Allgemeinen, nicht aber über das Polarisationsmicroscop Auskunft, so dass es für den nicht speziell physikalisch gebildeten Microscopiker wohl sehr schwierig und zeitraubend sein möchte, sich eine Einsicht in die Erscheinungen zu verschaffen, welche für ihn gerade von Wichtigkeit sind. Nun hat zwar Carl von Erlach (Müllers Archiv 1847) eine theoretische Auseinandersetzung gegeben. Dieselbe genügt aber für den jetzigen Standpunkt nicht mehr.

Ich sah mich daher veranlasst, meine Abhandlung über die Polarisationserscheinungen in zwei Theile zu sondern, einen allgemeinen, welcher die optischen Gesetze behandelt, und einen speziellen, welcher sich mit der Anwendung derselben auf die Elementarorgane beschäftigt. In dem allgemeinen Theil habe ich einleitend auch die elementaren Phänomene des Lichtes, welche zum Verständniss der Polarisationserscheinungen dienen, zusammengestellt. Der Physiker und der physikalische Physiolog werden diese Seiten überschlagen.

Die Interferenz zweier Lichtstrahlen musste einlässlicher behandelt werden, als es in den physikalischen Lehrbüchern geschieht, weil sie die Grundlage für alle Vorgänge im Polarisationsmicroscop bildet. Von besonderer Wichtigkeit sind einige Probleme, welche die Intensität des aus der Interferenz resultirenden homogenen Lichtstrahls unter bestimmten Bedingungen betreffen. Denn ihre Lösung gibt uns Aufschluss über die verschiedenen Erscheinungen, die ein einzelner doppelbrechender Körper und ein Paar solcher Körper für sich oder auf einem dritten doppelbrechenden Körper (Crystallplättchen) liegend darbieten. Diese Probleme mussten weitläufiger erörtert und mathematisch begründet werden, weil sie einerseits gerade für das Polarisationsmicroscop stete Anwendung finden, und anderseits in den optischen Handbüchern und soviel mir bekannt ist, überhaupt nicht

behandelt worden sind. Die mathematische Beweisführung habe ich in den Noten unter dem Text gegeben; und ich habe sie, soweit es immer möglich war, an geometrische Constructionen geknüpft, weil sie in dieser Weise ein allgemeineres Verständniss finden dürfte.

Ohne die theoretische Betrachtung der genannten Probleme ist es unmöglich, sich eine klare und richtige Vorstellung von dem Verhalten der Zelle, des Stärkekorns, der Faser im Polarisationsmicroscop zu machen; die wichtigsten neuen Thatsachen, welche in dem zweiten Theil enthalten sind, wurden zuvor durch die Theorie angekündigt und dann erst durch die Beobachtung bestätigt; die fernern Fortschritte, welche die Untersuchungsmethode mit dem Polarisationsmicroscop hoffen lässt, werden nur dadurch möglich sein, dass die Theorie und deren Anwendung auf die Beobachtung weiter verfolgt wird. Gewinnung neuer Thatsachen lediglich durch empirische Beobachtung ist auf diesem Gebiete ganz undenkbar. Ich glaube dadurch die weitläufigere Behandlung des allgemeinen Theils gerechtfertigt zu haben.

Was den zweiten Theil betrifft, so dürfte es nicht unangemessen sein, hier zum Voraus auf die Wichtigkeit hinzuweisen, welche das Polarisationsmicroscop für die Untersuchung der organischen Gewebe immer mehr gewinnt. Bisher hat man mit Hülfe desselben vorzüglich in folgenden Richtungen Aufklärung erwartet und gesucht. Einmal sollten damit crystallinische Gebilde im Zelleninhalte und in andern Flüssigkeiten unterschieden werden; in der That habe ich mit dem polarisirten Lichte neue Gebilde erkannt, welche ohne dasselbe von andern nicht unterscheidbar sind. Ebenso war die Anwendung auf die microscopischen Crystalle nahegelegt, und es unterliegt keinem Zweifel, dass man in manchen Fällen das Crystallsystem für dessen Erkennung die mangelhaften microscopischen Winkelmessungen nicht ausreichen, wird bestimmen können. Fast ausschliesslich beschäftigten sich aber die Polarisationsmicroscopiker bis jetzt mit der Frage, ob die Substanz der Elementarorgane einfach oder doppelbrechend sei. Hugo v. Mohl legte Gewicht darauf, dass die optischen Erscheinungen von der chemischen Zusammensetzung bedingt werden; und wenn auch seine Folgerungen im Allgemeinen sich als unrichtig erweisen, so geht doch in einzelnen Fällen mit der chemischen Umsetzung eine Veränderung der optischen Reaction parallel.

Zu diesen Aufschlüssen, welche der Polarisationsapparat bisher den microscopischen Forschern gewährte, kommen andere, wie ich glaube, nicht minder wichtige hinzu. Die optischen Erscheinungen zeigen, dass die Zellmembranen aus unendlich kleinen (bei allen Vergrösserungen unsichtbaren) crystallinischen Theilchen bestehen, die lose neben einander liegen. Dieselben sind bei den Pflanzen in der Regel optisch zweiaxig; in einzelnen Fällen lässt sich die Lage der optischen Axen und der Winkel zwischen denselben annähernd bestimmen. Die drei Elastizitätsaxen haben eine bestimmte Stellung mit Rücksicht auf die innere Structur der Elementarorgane (Schichtung und Streifungen). Diess gibt uns die Möglicheit, in manchen Fällen, wo der innere Bau dem Microscopiker unzugänglich ist, mit grösster Genauigkeit die Richtung der Molecularschichten und in denselben die Richtung der Molecularreihen zu bestimmen. Nicht der

geringste Nutzen der optischen Analyse wird in Zukunft der sein, dass sie in soliden Körnern und Fasern, welche dem bewaffneten Auge homogen erscheinen, eine bestimmte Structur nachzuweisen und somit zu entscheiden vermag, nach welchem Typus dieselben gebaut sind.

Eine Reihe von Fragen gehen aus den oben angeführten Thatsachen hervor, welche ebenfalls durch das Polarisationsmicroscop gelöst werden müssen. Sie betreffen namentlich das Verhältniss, das zwischen der Anordnung der Molecüle und verschiedenen Lebenserscheinungen der Elementarorgane besteht. Da jene unendlich kleinen crystallinischen Theilchen lose neben einander liegen, so können sie wenigstens die Richtung ihrer Axenstellung innerhalb gewisser Grenzen verändern. Der optische Effect lässt beurtheilen, ob die Lagerung derselben im Allgemeinen regelmässiger (übereinstimmender) oder unregelmässiger wird. Er zeigt unter anderm, dass beim Wachsthum, bei der Zu- und Abnahme der Imbibitionsflüssigkeit die Molecüle der Membranen nicht bloss sich von einander entfernen und einander nähern, sondern dass dabei auch ihr Parallelismus bald vollkommener wird, bald geringere oder grössere Störungen erleidet.

Das Vorstehende und die ganze nachfolgende Abhandlung, welche sich hauptsächlich auf Untersuchungen in den Jahren 1859 und 1860 gründet, war geschrieben, als ich Valentin's Werk: „Die Untersuchung der Pflanzen- und Thiergewebe in polarisirtem Lichte" erhielt. Hierin ist für den physikalisch und optisch gebildeten Leser Alles zusammengestellt, was bis jetzt für die Polarisationserscheinungen in der Theorie und Anwendung geleistet wurde. Diess konnte mich indess nicht abhalten, meine Arbeit zum unveränderten Abdrucke zu bringen, da dieselbe einen andern Zweck im Auge hatte und daher auch eine andere Entwicklung befolgte. Indem ich Alles ausschloss, was nicht unmittelbar das Polarisationsmicroscop betrifft, stellte ich mir namentlich die Aufgabe, die Vorgänge in diesem Instrument einlässlicher zu studiren und mit den gewonnenen theoretischen Resultaten neue Fragen zur Erledigung zu bringen.

I. Einleitung.

a. Reflexion und Brechung.

Die Lichtstrahlen, die von einem leuchtenden Punkte ausgehen, pflanzen sich geradlinig fort, so lange sie in dem nämlichen Medium bleiben. In durchsichtigen Körpern verlieren sie nur eine sehr geringe Menge ihrer Intensität; in durchscheinenden büssen sie viel davon ein; in undurchsichtige Körper vermögen sie nur auf eine äusserst geringe Distanz einzudringen, da sie von der Substanz derselben rasch absorbirt werden. Angenommen dass in einem vollkommen durchsichtigen Körper der Lichtverlust unendlich gering sei und dessnahen vernachlässigt werden könne, so nimmt die Intensität des Lichtes mit der Entfernung von dem leuchtenden Punkte in dem Verhältnisse ab, wie die Quadrate dieser Entfernung zunehmen; denn die divergirenden Lichtstrahlen erleuchten, je mehr sie

sich von ihrer Quelle entfernen, eine um so grössere Fläche, was für die Flächeneinheit eine um so geringere Menge von Strahlen ergibt.

Wenn die Lichtstrahlen (Fig. 1, a) auf ihrem Wege ein anderes Medium antreffen, so dringen sie theilweise in dasselbe ein, theilweise werden sie an der Grenze desselben zurückgeworfen. Die letzteren entfernen sich von dem reflectirenden Körper in der Art, dass der Reflexionswinkel (l) dem Einfallswinkel (i) gleich ist und mit demselben in einer Ebene liegt (Spiegel etc.). Ein rechtwinklig auffallender Strahl kehrt, wenn er reflectirt wird, den nämlichen Weg zurück.

Der in ein differentes Medium eindringende Strahl (Fig. 1, c) behält nur dann seine urspüngliche Richtung bei, wenn er senkrecht auf die Grenzfläche trifft. Berührt er sie unter irgend einem andern Winkel, so wird er von seiner Bahn abgelenkt, „gebrochen". Ist der Körper einfachbrechend, so liegt der Einfallswinkel (i) und der Brechungs- oder Refractionswinkel (r) in einer Ebene. Für dieselben Medien stehen die Sinus der beiden Winkel immer in demselben Verhältniss zueinander oder $\text{Sin } i = n . \text{Sin } r$ und daher $n = \frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } r}$. n ist der Brechungsquotient, eine für die nämlichen zwei Medien constante Grösse. Wenn der Lichtsrahl in ein stärker brechendes oder optisch dichteres Medium übergeht, so ist $r < i$ und demnach $n > 1$. Tritt er dagegen in eine schwächer brechende oder optisch dünnere Substanz ein, so ist $r > i$ und $n < 1$. Im ersteren Falle wird der gebrochene Strahl dem Einfallslothe genähert (Fig. 1, r), im zweiten davon entfernt ($r_,$). Der Strahl a tritt aus einem dünnern in ein dichteres Medium; er wird nach b reflectirt und nach c gebrochen. Der Strahl c geht dann wieder in das anfängliche Medium über; er wird nach d zurückgeworfen und nach e gebrochen. Wenn die Grenzflächen parallel sind, so laufen a und e parallel und $\angle\, i_, = \angle\, l_,$. — Beim Uebergang von Luft in Glas ist der Brechungsquotient 1,6 (oder $^3/_2$), beim Uebergang von Glas in Luft $^1/_{1,6}$ (oder $^2/_3$). — Es ist einleuchtend, dass alle Strahlen, die unter irgend welchen Winkeln aus einem schwächer brechenden auf ein stärker brechendes Medium treffen, theils zurückgeworfen, theils gebrochen werden; und dass der Brechungswinkel eine gewisse Grösse, die man als Grenzwinkel ($\text{Sin } r = \frac{1}{n}$) bezeichnet, nicht überschreiten kann. Langen die Strahlen dagegen aus einem stärker brechenden bei einem schwächer brechenden Mittel an, so gehen die gebrochenen, wenn der Grenzwinkel erreicht ist, parallel der Oberfläche dahin; und alle, deren Einfallswinkel grösser ist, als der Grenzwinkel, werden bloss reflectirt und nicht gebrochen.

Diese Gesetze der Brechung gelten nur für eine gewisse Classe von Körpern, welche man einfachbrechende oder isotrope nennt. Tritt ein Lichtstrahl in ein doppelbrechendes oder anisotropes Mittel ein, so wird er in zwei Strahlen mit ungleichem Brechungsverhältniss zerlegt; dieselben divergiren unter sich und gehen beim Austritt in ein einfachbrechendes Medium getrennt aber parallel neben einander weiter. Unter den doppelbrechenden crystallähnlichen Körpern gibt es 2 Klassen. Die einen nennt man einaxige, die andern zwei- oder mehr-

axige. Bei jenen folgt der eine der beiden gebrochenen Strahlen ganz dem Gesetze der gewöhnlichen Brechung in isotropen Substanzen; man nennt ihn desswegen den gewöhnlichen oder ordinären (o). Er liegt in der gleichen Ebene mit dem Einfallsloth und dem einfallenden Strahl, und für ihn gilt die Gleichung $n = \frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } r}$. Der andere der beiden gebrochenen Strahlen verhält sich abweichend, und wird der ungewöhnliche oder extraordinäre Strahl (e) genannt. Er liegt nicht in der Einfallsebene, sondern tritt seitwärts aus derselben heraus. Sein Brechungsquotient ist nicht constant; er weicht von dem des ordentlichen Strahls um so mehr ab, je schiefer die Richtung des gebrochenen Strahls gegen die Crystallaxe wird. Der extraordinäre Strahl (e) ist in manchen optisch einaxigen Körpern stärker gebrochen als der ordinäre (o in Fig. 2); in den andern verhält es sich umgekehrt (Fig. 3). In den erstern ist der Brechungsquotient des ungewöhnlichen Strahls (ϵ) grösser als derjenige des gewöhnlichen (ω), in den letztern dagegen kleiner. Jene heissen positive, diese negative einaxige Körper. In beiden gibt es eine Richtung für den auffallenden Strahl, bei welcher die Differenz zwischen ω und e am grössten ist; diese Differenz nimmt von hier nach einer andern, mit ihr rechtwinkeligen Richtung ab und wird daselbst Null. Die Richtung, in welcher der extraordinäre Strahl das gleiche Brechungsvermögen erlangt hat, wie der ordinäre, und somit nicht von ihm divergirt, heisst die optische Axe. Da es nur eine solche Richtung gibt, so heissen die Körper optisch einaxig.

In den optisch zweiaxigen Körpern folgt keiner der beiden Strahlen, in welche sich der einfallende spaltet, dem gewöhnlichen Brechungsgesetz. Sie sind also beide dem extraordinären Strahl der einaxigen Körper zu vergleichen. Es gibt ferner nicht 1 sondern 2 (unter verschiedenen Winkeln zu einander geneigte) Richtungen, in welcher die beiden Strahlen gleichgebrochen sind und nicht divergiren, also 2 optische Axen. Von diesen beiden Richtungen ausgehend, nimmt die Differenz des Brechungsquotienten des einen und andern Strahls zu.

b. Undulationstheorie.

Nach der Undulationstheorie pflanzt sich das Licht durch wellenartige Bewegungen der Aethertheilchen fort. Dieselben schwingen in Ebenen, welche auf dem Lichtstrahl rechtwinklich stehen, hin und her. Fig. 4 A zeigt eine Reihe hinter einander liegender Aethertheilchen, welche den Strahl in der Richtung r—u fortpflanzen sollen. Das erste bei r fängt an um seine Gleichgewichtslage hin und her zu oscilliren; bald darauf beginnt das zweite, dann das dritte u. s. f. s hebt seine Bewegungen an, wenn r die halbe Schwingung eben vollendete. t fängt an sich zu rühren, wenn r eine ganze, u, wenn dasselbe $1\frac{1}{2}$ Touren gemacht hat. Fig. 4 B zeigt die gleiche Reihe von Aethertheilchen, wenn sie in voller Bewegung sich befinden. Sie schwingen nun gleichzeitig in den durch Pfeile angegebenen Richtungen; a, b und c sind momentan in Ruhe, weil ihre Bewegung hier in die entgegengesetzte übergeht. — mm und nn sind die Grenzen, zwischen denen die Schwingungen stattfinden; r m oder r n ist die Schwin-

gungs- oder Oscillationsweite. Das Aethertheilchen, das erregt wird, beginnt mit kleinen Schwingungen; dieselben steigern sich bis zur Oscillationsweite, und nehmen dann ebenso allmälig ab, bis das Theilchen in seiner ursprünglichen Lage zur Ruhe kommt. — Die Dauer bleibt für alle Schwingungen eines Aethertheilchens die nämliche; es nimmt also mit der Grösse der Oscillationen auch die Schnelligkeit der schwingenden Bewegung zu und ab. — Die Distanzen rt, su (ac) geben die Wellenlänge, d. h. die Entfernung zwischen zwei Aethertheilchen, von denen das zweite seine Schwingung in dem Momente beginnt, in welchem das erste die seinige vollendet. ab, bc, rs, st, tu sind halbe Wellenlängen. Daraus folgt auch, dass ein Lichtstrahl während einer Oscillation um eine Wellenlänge fortrückt. 2 Aethertheilchen, die um eine ganze Wellenlänge von einander entfernt sind, befinden sich in der nämlichen Schwingungsphase (sie machen genau dieselbe Bewegung).

Ein Strahl des weissen Sonnenlichtes ist aus sehr vielen gefärbten (homogenen oder elementaren) Strahlen zusammengesetzt, die rücksichtlich ihrer Färbung allmälig in einander übergehen. Man unterscheidet 7 Hauptfarben: roth, orange, gelb, grün, blau, indigo und violett. Die Farbe eines Lichtstrahls hängt von der Oscillationsdauer ab, d. h. von der Zeit, welche ein Aethertheilchen braucht um einmal hin und her zu schwingen. Für den rothen Strahl, welcher am langsamsten schwingt, beträgt die Oscillationsdauer $\frac{1}{481,000,000,000,000}$, für den violetten welcher am schnellsten schwingt $\frac{1}{764,000,000,000,000}$ Secunde. Wenn alle Strahlen in einem Lichtbüschel gleich schnell schwingen, so ist dasselbe homogen (einfach) und mit der ihm eigenthümlichen Farbe behaftet. Treten alle homogenen Lichtarten in dem Verhältniss, wie sie im Sonnenlichte enthalten sind, zusammen, so erregen sie in unserm Auge den Eindruck von weiss. So oft ich in der Folge von dem Lichtstrahl spreche, so ist darunter immer der homogene oder elementare Strahl gemeint, wenn er auch nicht ausdrücklich so bezeichnet wird.

Die Schwingungsdauer ist eine constante Grösse; dagegen wechseln Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Wellenlänge innerhalb bestimmter Grenzen; und zwar sind letztere beide Werthe einander proportional. Wenn L die Wellenlänge, V die Geschwindigkeit des Lichtstrahls und T die Oscillationsdauer bezeichnet, so ist $L = T.V$, oder $V = \frac{L}{T}$. Bei gleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben die rothen Strahlen die längsten, die violetten dagegen die kürzesten Lichtwellen. Die folgende Tabelle enthält die Länge der Wellen in der Luft für verschiedene Elementarstrahlen ausgedrückt in Millimetern:

Aeusserstes Violett	0,000406	Gelb-Grün .	0,000532
Violett	0,000423	Gelb . . .	0,000551
Violett-Indigo . .	0,000439	Gelb-Orange	0,000571
Indigo	0,000449	Orange . .	0,000583
Blau-Indigo . .	0,000459	Roth-Orange	0,000596
Blau	0,000475	Roth . . .	0,000620
Blau-Grün . . .	0,000492	Aeusserstes Roth	0,000645
Grün	0,000511		

Der nämliche Strahl bewegt sich in dem dichtern Medium langsamer, schneller in dem dünnern. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit steht in einem bestimmten Verhältniss zur Brechung. Wenn i und r den Einfalls- und den Brechungswinkel, V_1 und V_2 die Geschwindigkeit im ersten und im zweiten isotropen Medium bezeichnen, so hat man die Gleichung $\text{Sin } i : \text{Sin } r = V_1 : V_2$; und $V_2 = \frac{V_1 . \text{Sin } r}{\text{Sin } i}$. Da $\frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } r} = n$, wenn n der Brechungsquotient ist (Pag. 4), so ist auch $V_2 = \frac{V_1}{n}$ und $n = \frac{V_1}{V_2}$. Da n eine constante Grösse darstellt, so erleidet also auch ein Strahl, wenn er in ein anderes einfachbrechendes Medium eintritt, die nämliche Veränderung seiner Geschwindigkeit, unter welchem Winkel er auch auffällt und gebrochen wird.

Das dichtere Medium, dem auch eine grössere Aetherdichtigkeit, somit eine gedrängtere Lage der Aethertheilchen zukommt, hat also ein geringeres Fortpflanzungs- und ein grösseres Brechungsvermögen. Was die gasförmigen Substanzen betrifft, so nimmt die optische Dichtigkeit in gleichem Maasse zu, wie die gewöhnliche, und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, welche gleich dem absoluten[1] Brechungsquotienten für alle Lichtarten die nämliche ist, vermindert sich in dem Verhältniss wie die Dichtigkeit wächst. Im luftleeren Raume, sowie in der Atmosphäre eilen alle Strahlen nahezu mit der gleichen Schnelligkeit von 42,000 Meilen in der Secunde dahin, und die Wellenlänge der äussersten rothen Strahlen beträgt 0,00065, die der äussersten violetten 0,00041 M. M.[2]. Im Wasser pflanzen sich die Strahlen $^3/_4$, im Glas $^2/_3$, in den am stärksten brechenden Körpern $^2/_5$ so schnell fort als in der Luft. Ferner verhalten sich in flüssigen und festen Körpern die verschiedenen homogenen Lichtarten deutlich ungleich; die violetten Strahlen pflanzen sich am langsamsten, die rothen am schnellsten fort; jene werden am meisten, diese am wenigsten abgelenkt.

Die Intensität des Lichtes oder die leuchtende (lebendige) Kraft ist gleich dem Produkt aus der Aethermasse in das Quadrat der Geschwindigkeit. Sie hängt also, da die Dichtigkeit des Aethers in einem homogenen Medium überall gleich ist, von der Oscillationsweite ab; denn die Oscillationsweite bedingt für jeden homogenen Lichtstrahl (weil die Schwingungsdauer constant ist) die Geschwindigkeit der Aethertheilchen. Die letztere ist aber nicht überall die gleiche, sondern ändert sich während einer Schwingungsdauer stetig. In Fig. 7 pflanzt sich der Lichtstrahl r senkrecht zur Papierebene fort. Wenn ein Aethertheilchen um seine Gleichgewichtslage r zwischen m und n hin und her schwingt, so ist seine Schnelligkeit am grössten in r und nimmt von da nach m und n hin ab. Man kann sie wie die Pendelschwingung als Kreisfunktion darstellen. Denkt man sich nämlich einen Punkt der mit

---

(1) Der absolute Brechungsquotient ist der Quotient der Lichtbrechung aus dem leeren Raum in irgend ein anderes Mittel; der relative entspricht dem Uebergang aus dem Mittel A in das Mittel B.

(2) In der Atmosphäre ist die Geschwindigkeit etwas geringer, als im Weltenraum; das Verhältniss ist 1 : 1,000294.

constanter Geschwindigkeit den Kreis r, n r,, m beschreibt, so stellt die Bewegung des Fusspunktes aller aus den Punkten der Kreislinie (r, s, t, u, n u,, t,, s,, r,, q,, p,, o,, m o, p, q, r,) auf die Abscissenaxe gefällten Perpendikel, die Bewegung des Aethertheilchens (in r s t u n u t s r q p o m o p q r) dar. Die Oscillationsgeschwindigkeit ändert sich proportional den von der Kreislinie auf die Bahn m n gefällten Verticalen. Wenn man eine Schwingung des Aethertheilchens aus der Gleichgewichtslage r anfangen lässt, so dass ihr ganzer Verlauf r n r m r ist, so entspricht die Geschwindigkeit dem Cosinus des von dem Punkte r, aus durchlaufenen Bogens also $v = J \mathrm{Cos}\,(2\,\pi \frac{t}{T})$, wenn J die grösste Geschwindigkeit in r, welche man auch die Vibrationsintensität nennt, T die Oscillationsdauer, t den schon verflossenen Theil der Oscillationsdauer, und $2\,\pi$ den ganzen Umfang bezeichnet. Man kann indess ebensowohl die Schwingung des Aethertheilchens von dem Ruhepunkt m oder n an datiren; diese Betrachtung ist bequemer und anschaulicher und wird auch für die Folge festgehalten werden. Die Schwingung hat dann den Verlauf m r n r m; und die Oscillationsgeschwindigkeit ist proportional dem Sinus des von dem peripherischen Punkte durchlaufenen Bogens oder $v = J\,\mathrm{Sin}\,(2\,\pi \frac{t}{T})$.

$2\,\pi \frac{t}{T}$ stellt einen aliquoten Theil der ganzen Schwingung oder die Schwingungsphase dar. Lässt man die Oscillation in m beginnen, so entspricht, wenn das Aethertheilchen die Punkte o p q r bis s durchlaufen hat, seine Phase dem Bogen $m s_{,}$; langt es von n zurückkehrend zum zweitenmale in s an, so ist seine Phase gleich dem Bogen m r, n s,,. — Wenn, wie es in dem eben angeführten zweiten Beispiele der Fall ist, $2\,\pi \frac{t}{T}$ grösser als 180° wird, so nimmt die Oscillationsgeschwindigkeit v einen negativen Werth an, weil das Aethertheilchen in n seine Richtung ändert und in entgegengesetzter Richtung zurückkehrt. Es ist ferner klar, dass die Geschwindigkeit 2mal den grössten Werth erreicht, wenn $2\,\pi \frac{t}{T} = 90°$ oder 270° (in r, und r,,), 2mal Null wird, wenn $2\,\pi \frac{t}{T} = 180°$ oder 360° (in m und n), und dass alle übrigen Geschwindigkeiten während einer Bahn 4mal auftreten, 2mal mit positiven, 2mal mit negativen Zeichen. — Oscillationsweite (O) und Vibrationsintensität (J) sind proportional; die Lichtintensität (L) aber verhält sich wie deren Quadrate, so dass also $L = CO^2$ oder $L = C_{,}J^2$, wo C und $C_{,}$ Constanten darstellen. Wenn die Vibrationsintensität oder die Oscillationsweite sich verdoppelt, so nimmt die Lichtintensität um das Vierfache zu.

c. Polarisation.

Die Strahlen des gewöhnlichen Lichtes, wie es von einem leuchtenden Körper kommt, haben keine bestimmte Schwingungsrichtung. Die Aethertheilchen, welche

die Fortpflanzung vermitteln, bewegen sich in den zu den Strahlen rechtwinkligen Ebenen nach allen möglichen Seiten. Unter gewissen Bedingungen werden diese Schwingungen so geregelt, dass sie alle miteinander übereinstimmen und dass sie im Allgemeinen eine bestimmte Seitlichkeit oder Symmetrie verrathen, indem ihre Oscillationen als aus zwei sich rechtwinklig kreuzenden Schwingungen zusammengesetzt erscheinen; man nennt solche Strahlen polarisirt. Bei der linearen Polarisation schwingen alle Aetheriheilchen in der nämlichen Ebene; die eine der beiden zu einander rechtwinkligen Bewegungen ist Null. Die Schwingungen, durch welche der Lichtstrahl in der Richtung ru von Fig. 4 sich fortpflanzt, geschehen in diesem Falle alle in der Ebene des Papiers, und sind somit auf dem Querschnitt des Lichtstrahls alle parallel mit n r m in Fig. 7. Bei der circularen und elliptischen Polarisation beschreiben die Theilchen gleiche Kreise (m r, n r,, m in Fig. 7 im Querschnitt des Lichtstrahls) oder Ellipsen (m z n z m in Fig. 7); im ersten Fall haben die beiden zu einander rechtwinkligen Schwingungen gleiche (rm und rr,), im zweiten ungleiche Intensität (rm und rz).

Das polarisirte Licht entsteht aus dem unpolarisirten durch Reflexion oder durch Brechung. Wenn ein Lichtstrahl auf die spiegelnde Fläche eines differenten durchsichtigen und einfach brechenden Mediums trifft, so theilt er sich in zwei Strahlen, von denen der eine eindringt, der andere zurückgeworfen wird. Wenn der zurückgeworfene Strahl mit dem gebrochenen einen rechten Winkel bildet, so ist er linear-polarisirt und schwingt nur in einer Ebene. Da der Brechungswinkel nach den verschiedenen Substanzen und den verschiedenen homogenen Strahlen ungleich ist, so bestehen auch verschiedene Bedingungen für die Polarisation. Rothes homogenes Licht wird auf einer Fläche von Spiegelglas am vollständigsten polarisirt, wenn sein Einfallswinkel 56° 34′ beträgt; für violettes Licht muss derselbe 56° 55′, für weisses Licht einen mittlern Werth betragen. Der Polarisationswinkel einer Wasserfläche ist für weisses Licht 53° 11′. Die Ebene, welche durch den einfallenden und reflectirten Strahl gelegt wird, heisst die Polarisationsebene. Fällt das durch Reflexion polarisirte Licht auf eine zweite spiegelnde Fläche, die mit der erstern parallel und somit auf der Polarisationsebene senkrecht ist, so wird es möglichst vollständig reflectirt, und die Strahlen bleiben in der nämlichen Ebene polarisirt. Ist die zweite spiegelnde Fläche dagegen (durch Drehung um 90°) so gestellt, dass sie mit der ersten sich rechtwinklig kreuzt, indess der Einfallswinkel der nämliche bleibt, so wird alles Licht absorbirt und nichts zurückgeworfen.

Die Strahlen, welche in ein durchsichtiges einfachbrechendes Medium eindringen, zeigen ebenfalls theilweise lineare Polarisation, wenn sie auf den reflectirten Strahlen senkrecht stehen. Aber ihre Polarisationsebene bildet mit der Polarisationsebene der letztern einen rechten Winkel. Sie zeigen eine Seitlichkeit, welche von derjenigen der reflectirten um 90° abweicht. Wenn der gebrochene polarisirte Strahl auf einen Spiegel fällt, welcher auf der Ebene, die durch den einfallenden und gebrochenen Strahl gelegt wird, senkrecht steht, so wird derselbe vollständig reflectirt.

Das polarisirte Licht, welches man durch einmalige Reflexion und Brechung

erhält, bildet aber nur einen geringen Theil der ganzen auffallenden Lichtmenge. Eine Glastafel wirft etwa den 13ten Theil des empfangenen Lichtes vollständig-polarisirt zurück, und ungefähr eine gleiche Menge polarisirter Strahlen befindet sich unter dem gebrochenen Lichte. Legt man mehrere Glasplatten auf einander, so wiederholt sich der gleiche Process der Reflexion und Brechung bei jeder folgenden Platte, und wendet man einen Satz von zahlreichen Glastafeln an, so wird das unter dem Polarisationswinkel auffallende gewöhnliche Licht ziemlich vollständig polarisirt, die eine Hälfte desselben zurückgeworfen, die andere Hälfte durchgelassen; jene ist in der Einfallsebene, diese senkrecht auf derselben polarisirt.

In den doppelbrechenden Substanzen wird, wie schon angegeben wurde, ein eindringender Lichtstrahl in 2 Strahlen mit ungleichem Brechungswinkel und ungleicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit zerlegt. Dieselben sind linear-polarisirt, ihre Polarisationsebenen stehen rechtwinklig auf einander. Wenn man sie nach ihrem Austritte aus dem doppelbrechenden Körper auf einen mit der erforderlichen Neigung versehenen Spiegel fallen lässt und diesen Spiegel um seine mit den Strahlen parallele Axe dreht, so wird bei einer Stellung einer der beiden Strahlen (a) vollständig, der andere (b) gar nicht reflectirt; wird von diesem Punkte aus der Spiegel um 180° gedreht, so ändert sich nichts; beträgt die Drehung 90 oder 270°, so wird der erste Strahl (a) gar nicht, der zweite (b) vollständig zurückgeworfen. — In den einaxigen Crystallen geht die Polarisationsebene des ordinären Strahles durch den Hauptschnitt; die des extraordinären Strahles schneidet denselben rechtwinklig. Der Hauptschnitt ist die Ebene, welche durch den einfallenden Strahl und die optische Axe gelegt wird; optische Axe aber ist jede mit der Crystallaxe parallele Richtung.

Die Eigenthümlichkeit des linearpolarisirten Strahls besteht darin, dass seine Schwingungen in einer Ebene stattfinden. Die Polarisationsebene und die Schwingungsebene eines Strahles stehen in einer bestimmten Beziehung zu einander. Ueber diese Beziehung herrschen aber ungleiche Ansichten. Nach der gewöhnlichen Theorie schwingt der Strahl in einer zur Polarisationsebene rechtwinkligen Ebene. Nach einer andern Annahme haben die Schwingungen in der Polarisationsebene selbst statt. Die letztere Ansicht scheint mir durch die Versuche Holtzmanns bewiesen (Pogg. Ann. 1856. Bd. 99. p. 446); für dieselbe spricht auch die Vergleichung der Crystalle mit comprimirtem und expandirtem Glas. Eine dritte Möglichkeit gibt es nicht. Für alle Fragen der Optik ist es gleichgültig, ob man der einen oder andern Annahme folge. Die Frage erlangt nur Bedeutung, wenn es sich um Schlüsse von den optischen Erscheinungen auf die Molecularconstitution der Materie handelt. Ich werde später auf diese Frage zurückkommen und fortan bloss von den Schwingungsebenen der polarisirten Strahlen sprechen, indem ich dieselben mit der Polarisationsebene zusammenfallen lasse.

d. Wellenbewegung in den isotropen und einaxigen Medien.

In den einfachbrechenden oder isotropen Medien hat der Aether in allen Richtungen die gleiche Dichtigkeit. Es gehen daher auch die Lichtstrahlen nach

allen Richtungen mit gleicher Schnelligkeit. Die Lichtwellen, welche von einem leuchtenden Punkte ringsum ausstrahlen, legen überall in der Zeiteinheit eine gleichgrosse Strecke zurück. Alle Punkte, durch welche eine solche Welle in dem nämlichen Moment geht, bilden zusammen eine Kugelfläche; man nennt diess die Wellenfläche. Da die Aetherdichtigkeit nach allen Richtungen die nämliche ist, so kann ein eindringender Lichtstrahl nach allen Seiten mit gleicher Leichtigkeit schwingen und es ist kein Grund vorhanden, warum er sich in zwei spalten sollte. Zu den Substanzen mit einfacher Brechung gehören die Gase, die Flüssigkeiten und die amorphen festen Körper (wie z. B. das Glas).

In den doppelbrechenden Medien, wohin die Crystalle und die organisirten Körper gehören, ist die Dichtigkeit des Aethers in verschiedenen Richtungen ungleich; in einer Richtung ist sie am geringsten, in einer andern dazu rechtwinkligen am grössten. Demgemäss pflanzen sich die Strahlen mit ungleicher Schnelligkeit fort, je nach der Richtung, in der sie sich bewegen und in der ihre Schwingungen stattfinden. Denken wir uns einen leuchtenden Punkt in einem einaxigen Crystall. Von demselben gehen zwei verschiedene Arten von Strahlen aus; die ordinären, welche nach allen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit sich fortpflanzen, und die extraordinären, welche mit der Richtung ihre Geschwindigkeit verändern. Parallel mit der Hauptaxe des Crystalls (welche zugleich seine optische Axe ist) gehen die extraordinären Strahlen gerade so geschwind als die ordinären; so wie sich die Strahlen in ihrer Richtung von der Hauptaxe entfernen, nimmt die Ungleichheit in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu, und erreicht in den zur Hauptaxe rechtwinkeligen Richtungen das Maximum. Die Wellenfläche der ordinären Strahlen ist kugelförmig, die der extraordinären Strahlen ein Rotationsellipsoid, dessen eine Axe zugleich der Durchmesser jener Kugel ist. Je nachdem der einaxige Crystall optisch positiv oder negativ ist, so trifft bald der lange bald der kurze Halbmesser mit dem Radius der Kugel und mit der Crystallaxe zusammen. Da in den optisch einaxigen positiven Crystallen der extraordinäre Strahl stärker gebrochen wird als der ordinäre, und da der stärker gebrochene Strahl immer der langsamere ist, so muss die kurze Axe des Ellipsoids die Crystallaxe rechtwinklig schneiden. In den negativen Crystallen ist es die lange Axe des Ellipsoides, welche quer zur Crystallaxe verläuft.

Fig. 5 zeigt die kugelige und ellipsoidische Wellenfläche des ordinären und extraordinären Strahles in einem positiven, Fig. 6 in einem negativen Crystall; a – a zeigt die Lage der Crystallaxe an. Wenn eine Linie in irgend welcher Richtung durch den Mittelpunkt c gezogen wird, so gibt der Abstand von da bis zum Kreis (z. B. c e) die Geschwindigkeit des ordinären, der Abstand von da bis zur Ellipse (c f) die Geschwindigkeit des extraordinären Strahles. c a ist für beide Strahlen gleich. c b und c d zeigen den grössten Unterschied zwischen den ordinären und extraordinären Strahlen. In Fig. 5 ist $c e > c f$ und $c b > c d$; die ordentlichen Strahlen gehen schneller als die ausserordentlichen. In Fig. 6 hat das Umgekehrte statt; $c e < c f$ und $c b < c d$. — Fig. 2 zeigt die Strahlenbrechung in einem positiven Crystall, dessen optische Axe mit der

Fläche, auf die der Strahl a auffällt, parallel läuft. Fig. 3 gilt unter der gleichen Bedingung für einen negativen Crystall.

Ueber das Verhalten des Aethers in den einaxigen Crystallen gibt uns das von Natur isotrope Glas, auf welches eine mechanische Kraft einwirkt, einigen Aufschluss. Wenn man dasselbe in einer Richtung zusammenpresst, so wird in dieser Richtung die gewöhnliche Dichtigkeit und ebenso die Aetherdichtigkeit grösser als in allen übrigen Richtungen. Es verhält sich nun optisch wie ein negativ einaxiger Crystall, wobei die Richtung der Compression der crystallographischen Axe entspricht. Das abgeplattete Rotationsellipsoid in Fig. 6, welches die Wellenfläche des extraordinären Strahls darstellt, kann uns zugleich ein ungefähres Bild von der Aetherdichtigkeit im comprimirten Glas und im einaxigen negativen Crystall geben, insoferne dieselbe sich umgekehrt wie die Radien verhält, oder ein Bild von der Elastizität des Aethers, insoferne diese den Radien proportional ist. — Wird dagegen ein Stück Glas aus einander gezogen, so vermindert sich in dieser Richtung die Aetherdichtigkeit; dasselbe hat nun die Eigenschaften eines positiven einaxigen Crystalls angenommen. In dem letztern zeigt demnach der Aether in der Richtung der Axe die geringste, in einer zur Axe senkrechten Ebene die grösste Dichtigkeit. Das verlängerte Rotationsellipsoid, das in Fig. 5 die Wellenfläche des ausserordentlichen Strahles angibt, kann auch hier unter den gleichen Bedingungen uns die Dichtigkeit und die Elastizität des Aethers versinnbildlichen.

Es ist einleuchtend, dass ein Lichtstrahl, der auf einen einaxigen Crystall in irgend einer Richtung mit Ausschluss derjenigen, welche parallel mit dessen Axe ist, fällt und in denselben eindringt, rings um seine Fortpflanzungsrichtung eine ungleiche Aetherdichtigkeit antrifft. Er theilt sich daher in zwei Strahlen, einen ordentlichen und einen ausserordentlichen in der Art, dass die Schwingungsebene des einen der grössten, die des andern der geringsten Elasticität entspricht und dass die beiden Strahlen eine derselben umgekehrt proportionale Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen. Die eine Schwingungsebene muss daher in den Hauptschnitt fallen, die andere senkrecht darauf stehen. — Fällt der Lichtstrahl dagegen parallel mit der Crystallaxe ein, so findet er rings um seine Fortpflanzungsrichtung die gleiche Aetherdichtigkeit; er theilt sich daher nicht in 2 polarisirte Strahlen, oder wie man sich auch ausdrückt, der ordinäre und der extraordinäre Strahl pflanzen sich mit der gleichen Geschwindigkeit fort. — Ich werde im zweiten Theil bei Anlass der Molecularconstitution in den organisirten Körpern auf die Vertheilung des Aethers in den einaxigen Mitteln und auf die Bewegungen in denselben bei der Fortpflanzung der Lichtstrahlen noch ausführlicher eintreten. Hier bemerke ich nur noch, dass nach der gewöhnlichen Ansicht, welche Polarisations- und Schwingungsebene rechtwinkelig zu einander normirt, das Elastizitätsellipsoid die umgekehrte Lage hat; in den positiven einaxigen Crystallen ist es ein abgeplattetes zur Axe quergelagertes, in den negativen ein in der Richtung der Axe verlängertes Ellipsoid.

c. Wellenbewegung in den zweiaxigen Medien.

Während in den optisch einaxigen Crystallen die Dichtigkeit oder Elastizität des Aethers in zwei zu einander rechtwinkeligen Richtungen (somit in einer Ebene) gleich, in der dritten dazu senkrechten Richtung ungleich ist, so finden sich in den optisch zweiaxigen Crystallen 3 zu einander rechtwinkelige Axen, von denen die eine der grössten, die andere einer mittlern, die dritte der geringsten Aetherdichtigkeit entspricht. Jeder Strahl, der nicht ringsum eine gleiche Beschaffenheit des Aethers antrifft, theilt sich in 2 rechtwinklig zu einander polarisirte. Es mögen in einem zweiaxigen Körper die Aetherdichtigkeiten in den 3 Axenrichtungen A B C sich so verhalten, dass der Richtung C die grösste Dichtigkeit oder die geringste Elastizität, der Richtung A die geringste Dichtigkeit oder die grösste Elastizität entspricht. Nach der bisherigen Annahme über die Beziehung der Schwingungsrichtungen zu den Aetherdichtigkeiten werden sich die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Lichtwellen in den 3 durch die Axen gelegten Ebenen folgendermassen ausbreiten.

In Fig. 9 steht die Axe der geringsten Dichtigkeit senkrecht auf r, die beiden andern Axen haben die angedeutete Lage. Von den Strahlen, die von r in der Ebene des Papiers ringsum ausgehen, schwingen die einen in dieser Ebene, die andern senkrecht auf derselben; die Wellen der einen breiten sich kreisförmig aus (c c c c); der Wellenumfang der andern ist eine Ellipse (b a b a). Die einen polarisirten Strahlen langen also gleichzeitig in dem Kreise z. B. mit der relativen Geschwindigkeit 4, die andern in der Ellipse mit der Geschwindigkeit 6 und 9 an[1]) Die Geschwindigkeiten sind für jede Richtung durch den Abstand von r ausgedrückt. — In Fig. 10 steht die Axe der grössten Dichtigkeit (C) senkrecht auf r. Die einen Strahlen schwingen wieder in der Papierebene, die andern rechtwinklig dazu. Die einen haben eine kreisrunde Welle und langen nach einer bestimmten Zeit mit der relativen Geschwindigkeit 9 in dem Umfang a a a a an. Die andern kommen in der nämlichen Zeit mit der relativen Geschwindigkeit 4 und 6 in der Ellipse c b c b an. — In Fig. 11 befindet sich die Axe der mittlern Dichtigkeit (B) lothrecht auf r. Die Wellen der einen polarisirten Strahlen langen nach einer bestimmten Zeit in dem Kreise b b b b mit der relativen Geschwindigkeit 6 an. Die der andern pflanzen sich in der Richtung A mit der Schnelligkeit 9, in der Richtung C mit der Geschwindigkeit 4 fort, und bilden in derselben Zeit die elliptische Welle a c a c.

Die Figuren 9, 10, 11 zeigen die Wellen, welche die gleichzeitig von r ausgehenden polarisirten Strahlen auf den durch die Axen gelegten Ebenen (die man auch Hauptschnitte nennt) beschreiben. Wenn man diese 3 Wellenpaare zu vollständigen Wellenoberflächen verbindet (was sich durch ein Modell aus rechtwinklig sich kreuzenden Papieren, auf denen die Wellenflächen wie Fig. 9, 10, 11 verzeichnet zind, anschaulich machen lässt), so erhält man 2 in einander ge-

---

(1) Die Differenzen wurden so gross angenommen, um in der Construction sich bemerkbar zu machen. In Wirklichkeit sind sie immer äusserst gering.

schlungene und in einander übergehende Flächenzweige, die sich in 4 Punkten (Fig. 11. s. t. s. t) schneiden. Die Linien, welche diese Punkte und den Erregungsmittelpunkt verbinden, s r s und t r t, sind die Richtungen, in denen die beiden polarisirten Lichtstrahlen mit gleicher Schnelligkeit sich bewegen. Man nennt sie die scheinbaren optischen Axen. Eine anderweitige Betrachtung (worüber die Lehrbücher der Physik und der Optik Auskunft geben) zeigt nämlich, dass die ebenen Wellen der beiden polarisirten Componenten, auf die es ankommt, sich in dieser Richtung mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Um jeden der 4 Punkte liegt eine trichterförmige Oeffnung, welche in Fig. 11 durch die den Kreis und die Ellipse berührenden Tangenten (o q, p q) begrenzt werden. Der von dem Erregungsmittelpunkt nach jeder Vertiefung ausgehende Strahlenkegel (Fig. 11. o r q, p r q) setzt sich ausserhalb des Crystalls als ein Bündel paralleler Strahlen (o q u v, p q u v) fort, dessen Wellenebenen mit der Tangente parallel sind. Das von dem Mittelpunkt auf die Tangente gezogene Perpendikel (Fig. 11, ro, rp) bezeichnet die Richtung, in welcher die ebenen Wellen der beiden polarisirten Componenten mit gleicher Geschwindigkeit sich fortpflanzen, in welcher sie somit keinen Phasenunterschied erlangen und auch keine Interferenzfarbe erzeugen können. Es gibt zwei solcher Richtungen (o r o, und p r p,), man nennt sie die wirklichen optischen Axen. Die Körper aber heissen optisch zweiaxige. Auf allen übrigen um c gelegten Radien bewegen sich die ebenen Wellen der beiden polarisirten Componenten mit ungleicher Schnelligkeit und zwar nimmt die Ungleichheit zu, je mehr sie sich der Richtung nach von den optischen Axen entfernen und erreicht in den Richtungen der Aetherdichtigkeitsaxen A, B und C ein Maximum.

Die beiden optischen Axen liegen immer in der Ebene der längsten und kürzesten Axe des Aetherdichtigkeitsellipsoids (A und C), können aber unter allen möglichen Winkeln gegen einander geneigt sein. Es ist einleuchtend, dass diese Neigung von der relativen Grösse der Axen dieses Ellipsoids abhängt. Derjenige Winkel zwischen den optischen Axen, welchen die kürzeste Axe des Ellipsoids halbirt (Fig. 11, p r o oder p, r' o,) wird ausgedrückt durch die Formel $\text{Tang.}^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}}$ wenn a, b, c die relativen Geschwindigkeiten in den Richtungen der 3 Axen A, B und C oder die den Radien ra, rb und rc in Fig. 9, 10, 11 entsprechenden Werthe bedeuten. In unserm Falle beträgt der Winkel 67° 24'. Wird dagegen derjenige Winkel zwischen den optischen Axen, der durch die längste Axe des Aetherdichtigkeitsellipsoids halbirt wird, berücksichtigt (Fig. 11, p r o, oder o r p,), so hat man dafür die Formel $\text{Tang.}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}$. Beide Winkel machen zusammen 2 Rechte; der eine ist spitz, der andere stumpf. Wenn der spitze Winkel zwischen den optischen Axen oder, wie

man ihn auch nennt, der Axenwinkel die kleinste Axe des Aetherdichtigkeits-ellipsoids einschliesst, so heisst der zweiaxige Körper optisch negativ. Wird im extremen Falle die mittlere Elastizitätsaxe der grössten gleich und der Winkel zwischen den beiden optischen Axen unendlich klein, fallen also diese mit der kleinsten Axe des Ellipsoids zusammen, so ist der negativ zweiaxige Körper in einen negativ einaxigen übergegangen. Schliesst dagegen der Axenwinkel die grösste Axe des Aetherdichtigkeitsellipsoids ein, so nennt man den zweiaxigen Körper optisch positiv. Derselbe verwandelt sich, wenn die mittlere Axe des Ellipsoids der kleinsten gleich wird, in einen positiven einaxigen Crystall, indem die optischen Axen mit der längsten Elastizitätsaxe zusammenfallen. In der Mitte zwischen positiven und negativen zweiaxigen Crystallen stehen diejenigen, bei denen die beiden optischen Axen einen Winkel von 90° ausmachen. Für diesen Fall hat man die Bedingung $\frac{2}{b^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2}$.

Von dem Verhalten des Aethers im zweiaxigen Crystalle erhält man die beste Vorstellung, wenn man die auf Druck oder Zug erfolgenden Veränderungen im isotropen Glas damit vergleicht. Wenn eine Glaskugel in einer Richtung stark, in einer dazu senkrechten schwächer zusammengedrückt wird, oder wenn man sie sich in der einen Richtung comprimirt und in einer dazu rechtwinkligen expandirt denkt, so verwandelt sie sich in ein plattgedrücktes Ellipsoid, dessen 3 Axen mit ihren relativen Werthen a, b, c die Dichtigkeit und die Elastizität des Aethers ausdrücken, indem sie sich umgekehrt wie die Dichtigkeit und proportional der Elastizität verhalten. Das Elastizitätsellipsoid hat nach dieser Darstellung, wie das auch bei den einaxigen Crystallen der Fall war, eine andere Lage als nach der gewöhnlichen Annahme, indem die grösste Axe die Stelle der kleinsten einnimmt und umgekehrt. [1]

f. Depolarisation.

Das polarisirte Licht wird durch die entgegengesetzten Ursachen von denen, die ihm seine Eigenschaften gegeben haben, wieder in unpolarisirtes verwandelt. Diese Depolarisation kann durch Reflexion und durch Refraction erfolgen. Wenn polarisirtes Licht senkrecht auf eine rauhe Wand fällt, so wird es zerstreut zurückgeworfen und die Strahlen schwingen nach allen möglichen Richtungen. — Eine durchsichtige Masse, die aus zwei oder mehreren isotropen Substanzen von verschiedener Brechbarkeit in der Weise zusammengesetzt ist, dass dieselben auf

(1) Ich mache noch besonders auf diese Abweichung von der gewöhnlichen Darstellung aufmerksam, indem hievon die Definition der positiven und negativen Crystalle und andere Angaben bedingt werden. Die mathematische Optik bedient sich zweier Ellipsoide, von denen das eine für die drei Axen die reciproken Werthe des andern annimmt; wenn in dem einen die Axen durch a, b und c ausgedrückt werden, so sind sie in dem andern $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ und $\frac{1}{c}$. Nach der gewöhnlichen Annahme sind die Axen des einen Ellipsoids den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in diesen Richtungen, die des andern den Elastizitäten proportional. Nach der in dem Texte festgehaltenen Annahme drückt das nämliche Ellipsoid beide Verhältnisse aus.

kleine Distanzen unregelmässig mit einander abwechseln, depolarisirt das durchgelassene Licht, indem die Strahlen desselben in manigfaltiger Weise gebrochen und reflectirt werden. Die frische Butter besteht aus flüssigem Fett mit zahllosen microscopisch kleinen Hohlräumen, die mit Wasser gefüllt sind. Eine Schicht von 1 M. M. Dicke, auf welche polarisirtes Licht fällt, lässt nur eine geringe Menge desselben durch, die sich wie gewöhnliches Licht verhält.

Es gibt ferner anisotrope durchsichtige Substanzen ohne regelmässige Structur, in denen die Schwingungsrichtungen auf sehr kleine Distanzen wechseln, in denen also, um mich so auszudrücken, die neben einander liegenden doppelbrechenden Elemente, nach allen möglichen Seiten orientirt sind. Wenn polarisirtes Licht eine solche Substanz durchdringt, so tritt es als gewöhnliches Licht heraus. Dasselbe kann zwar zum grössten Theile aus polarisirten Strahlen bestehen; da sie aber in nächster Nähe nach ungleichen Richtungen schwingen, so verhalten sie sich wie unpolarisirtes Licht.

Ein vegetabilisches Zellgewebe, dessen Zellen keine sehr regelmässige Anordnung zeigen, depolarisirt das durchgehende Licht theilweise, wenn man es mit blossem Auge oder den schwächsten Vergrösserungen betrachtet. Mit stärkern Vergrösserungen erkennt man, dass die einzelnen Partien jeder Zellwand in verschiedenen Richtungen polarisiren. Vollständiger wird das Licht depolarisirt, wenn man eine crystallinische Substanz zu feinem Pulver zerreibt und mit einer Flüssigkeit von annähernd gleichem Brechungsvermögen zu einer durchscheinenden Masse verbindet. Fein zerriebenes mit fettem Oel zu einer Salbe angerührtes Stearin entspricht diesem Zweck vollständig. Das polarisirte Licht, welches von einer Schicht von $^1/_4$ M. M. Dicke durchgelassen wird, verhält sich für das blosse Auge und für schwache Vergrösserungen wie unpolarisirtes Licht. Stärkere Vergrösserungen zeigen, dass die Lichtbündel, die von den einzelnen Stearinsplittern an der Oberfläche ausgehen, polarisirt sind. Wenn dickere Schichten der Salbe angewendet werden, so vermindern sich auch für die stärkern Vergrösserungen die polarisirten Eigenschaften des von den einzelnen Splittern herrührenden Lichtes, und verschwinden zuletzt bei einer Schichtdicke von $^1/_2$ M. M. oder etwas darüber ganz; ohne Zweifel, weil das polarisirte Licht durch zahlreiche Refraction und Reflexion dem gewöhnlichen Lichte schon sehr ähnlich geworden war, als es bei den letzten Splittern anlangte.

II. Uebertragung eines linearpolarisirten Strahls auf die zwei Schwingungsebenen eines einzelnen und zweier übereinander liegender anisotroper crystallähnlicher Körper.

In den einfachbrechenden Körpern können die Aethertheilchen der Lichtstrahlen nach allen Seiten schwingen. In den doppelbrechenden Körpern geschehen die Schwingungen nur nach 2 senkrecht aufeinander stehenden Richtungen, nämlich in denjenigen der geringsten und grössten Aetherdichtigkeit. Wenn ein Lichtstrahl bei einem doppelbrechenden Körper anlangt, so ändern sich im allgemeinen seine Schwingungsrichtungen, indem sie auf die der geringsten und gröss-

ten Aetherdichtigkeit übertragen werden. Die Welle eines polarisirten Strahles pflanzt sich dadurch fort, dass ein Aetherteilchen das folgende in homologe Oscillationen versetzt. Trifft sie auf die Oberfläche einer doppelbrechenden Substanz, so setzen die schwingenden Aethertheilchen, die sich zunächst ausserhalb derselben befinden, die Theilchen zunächst innerhalb derselben in Bewegung; aber die letztern oscilliren nach den durch die ungleiche Aetherdichtigkeit des neuen Körpers vorgeschriebenen zwei Seiten und pflanzen sich nach zwei ebenfalls durch die ungleiche Aetherelastizität bedingten Richtungen fort. Eine polarisirte Welle theilt sich also in zwei; und die zahllosen Schwingungsrichtungen des unpolarisirten Lichtes werden gleichfalls auf zwei reduzirt.

a. Bestimmung der beiden Componenten, welche in dem ersten Körper schwingen.

Die Uebertragung eines einfachen Lichtstrahles auf 2 neue Schwingungsebenen mag durch die Construction in Fig. 12 anschaulich gemacht werden. Es sei r der senkrecht zur Papierebene einfallende linearpolarisirte Strahl, ab seine Schwingungsebene, ra und rb seine Oscillationsweite; das schwingende Aethertheilchen ist eben in c angelangt. Es bezeichnet demnach (nach Pag. 8) der Bogen ad oder der Winkel ard die Schwingungsphase, der Halbmesser ra drückt die Schwingungsintensität und das Loth dc die eben erlangte Oscillationsgeschwindigkeit aus. [1] Das zwischen a und b schwingende Aethertheilchen veranlasse in der angrenzenden doppelbrechenden Substanz Schwingungen in der Richtung ef und gh; und zwar ist ohne Weiteres einleuchtend, dass während jenes von a nach b geht, diese in der Richtung von e nach f und von g nach h stattfinden, dass dagegen die Oscillation von b nach a unmittelbar die Bewegungen in der Richtung von h nach g und von f nach e nach sich zieht. Es sind diese drei Schwingungen zwar nicht vollkommen gleichzeitig; diejenigen in den Ebenen ef und gh erfolgen um ein Zeitdifferenzial später, um so viel später nämlich als die Uebertragung von einem Aethertheilchen auf das nächste an Zeit erfordert. Man kann diese Differenz in der Regel vernachlässigen und die Bewegungen in dem letzten Aethertheilchen der Schwingungsebene ab einerseits und dem ersten der Ebenen ef und gh als gleichzeitig betrachten.

Die Uebertragung geschieht nun, wie die jeder Bewegung, nach dem Parallelogramm der Kräfte. Wenn ra die Vibrationsintensität des ursprünglichen Strahles ist, so sind re, und rg, ihre Componenten auf den Ebenen ef und gh oder die Vibrationsintensitäten der beiden neuen Strahlen; dieselbe Zeitdauer, welche für eine Schwingung zwischen a und b erforderlich ist, wird für je eine Schwingung zwischen e, und f, und zwischen g, und h, verlangt; und in demselben

(1) Eigentlich sind diese Linien nur den Geschwindigkeiten proportionale Grössen; und es ist die Vibrationsintensität = H.ra und die Oscillationsgeschwindigkeit = H.dc, worin H einen für jede homogene Lichtart constanten Werth bezeichnet. Zur Abkürzung wurden diese Constanten weggelassen.

Momente, in welchem das in der Ebene a b sich bewegende Aethertheilchen in c angelangt ist, kommen auch die Schwingungen nach i und nach k. Gleichzeitig gehen die drei Schwingungen durch die gemeinschaftliche Gleichgewichtslage r, gleichzeitig langen sie in Ihren Ruhepunkten a, e, und g, oder in b, f, und h, an. Ihre Phasen sind also die nämlichen.

Wird die Vibrationsintensität des ursprünglichen Strahles re = J gesetzt, so ist die der neuen Strahlen re, = J Cos are = J Sin arg und rg, = J Cos arg = J Sin are. Wenn der Winkel are = 45°, so sind die Vibrationsintensitäten der beiden neuen Strahlen einander gleich. Mit der Abnahme desselben wird J Sin are kleiner und J Cos are grösser; mit der Zunahme wächst J Sin are und J Cos are vermindert sich. Wenn are = 0, so wird J Sin are = 0 und J Cos are = J; ist dagegen are = 90°, so wird J Sin are = J und J Cos are = 0; d. h. wenn der ursprüngliche Strahl in der Ebene der grössten oder geringsten Aetherdichtigkeit des doppelbrechenden Mediums schwingt, so erzeugt er nur einen Strahl von gleicher Schwingungsebene und gleicher Vibrationsintensität; denn es ist einleuchtend, dass das schwingende Aethertheilchen in einer zu seiner Bewegung rechtwinkligen Richtung keine Bewegung hervorzubringen vermag.

Wenn φ die Phase des ursprünglichen Strahles bezeichnet, so ist seine Oscillationsgeschwindigkeit in einem gegebenen Momente J Sin φ; und die Oscillationsgeschwindigkeiten der beiden neuen Strahlen sind J Sin φ Cos are und J Sin φ Sin are. Denn in der citirten Figur ist das Aethertheilchen der Schwingungsebene a b in c angelangt; seine Phase (φ) entspricht dem Bogen a d und seine Oscillationsgeschwindigkeit dem Lothe d c (vd. Pag. 8 und Fig. 7). Die Schwingungen der beiden neuen Strahlen kommen gleichzeitig in i und k an; ihre Phasen sind den Bogen e,l und g,m ($= \varphi$), ihre Oscillationsgeschwindigkeit den Verticalen li und mk proportional. li ist aber rl . Sin φ = re, . Sin φ = ra . Sin are Sin φ, und mk = rm . Sin φ = rg, . Sin φ = ra . Cos are Sin φ.

Die Intensität eines Lichtstrahles (oder seine lebendige Kraft) ist proportional dem Quadrate der Vibrationsintensitäten. Die des ursprünglichen Strahles ist J^2, die der beiden neuen Strahlen $J^2 \text{ Cos}^2$ are und $J^2 \text{ Sin}^2$ are. [1] Die Lichtintensitäten der beiden neuen Strahlen zusammen genommen kommen der des ursprünglichen Strahles gleich, denn $J^2 = J^2 \text{ Cos}^2 \text{ are} + J^2 \text{ Sin}^2 \text{ are}$. Wenn die beiden Bilder, die ein doppelbrechender Körper hervorbringt, übereinander gelegt werden, so haben sie die nämliche Stärke, wie das einzelne Bild, welches für den Winkel are = 0 oder = 90° erzeugt wird.

b. Uebertragung der Componenten des ersten Körpers auf den zweiten und Interferenz der zusammenfallenden Strahlen.

Ein Lichtstrahl wird also im Allgemeinen in einem Medium von doppelter Brechung in zwei Componenten zerlegt; treten dieselben in ein neues doppel-

(1) Die Lichtintensität kann durch das Quadrat der Vibrationsintensität ausgedrückt werden, wenn es sich um Vergleichung verschiedener Strahlen in dem gleichen Mittel handelt. Sollen die Lichtintensitäten in verschiedenen optischen Mitteln verglichen werden, so ist für den Einfluss derselben ein Factor dem Quadrat der Vibrationsintensität beizufügen.

brechendes Medium ein, so findet abermalige Zerlegung nach dem nämlichen Prinzip statt. In das letztere dringen also 4 Strahlen ein, die dem einen ursprünglichen Strahl entsprechen. In Fig. 13 ist r der senkrecht zur Papierebene sich bewegende Strahl; in dem ersten Crystall theilt er sich in 2 Strahlen, von denen der eine (ra) zwischen a und a,, der andere (rb) zwischen b und b, schwingt. ra ist also die Schwingungsintensität des einen, rb die des andern Strahles. In dem zweiten Crystall sind CC, und DD, die Ebenen der grössten und geringsten Aetherdichtigkeit, also die Ebenen in denen die Schwingungen stattfinden. Die Schwingungsintensität ra theilt sich in die Componenten rc und rd, rb theilt sich in re, und rf; mit andern Worten der Strahl ara, erzeugt zwei neue Strahlen, von denen der eine mit der Intensität rc zwischen c und c, , der andere mit der Intensität rd zwischen d und d, schwingt; ebenso erzeugt der Strahl brb, einen mit der Intensität re zwischen e und e, und einen zweiten mit der Intensität rf zwischen f und f, oscillirenden Strahl. Diese Construction gibt nur die Oscillationsweite und die Schwingungsintensität der Strahlen ohne Rücksicht auf deren Phasen.

Wenn ein Strahl durch eine doppelbrechende Substanz in eine zweite ebenfalls anisotrope eintritt, so theilt er sich also in 4 Strahlen, von denen je zwei in der nämlichen Ebene schwingen. Zwei oder mehrere Strahlen, deren Schwingungsebenen zusammenfallen und welche gleiche Wellenlängen und gleiche Schwingungsdauer haben, vereinigen sich aber in einen einzigen Strahl. Der Grund ist leicht einzusehen. Es langen zwei polarisirte Strahlen (Fig. 13, ara, und brb,) an der Oberfläche eines doppelbrechenden Mediums, dessen grösste und geringste Aetherdichtigkeit in den Ebenen CC, und DD, sich befindet, an. Die letzten Aethertheilchen, die zwischen a und a, und zwischen b und b, oscilliren, bewegen die ersten Aethertheilchen des zweiten Körpers. Ein Theilchen, das in r sich befindet, würde von der Schwingung ra allein nach d, von der Schwingung rb allein nach f geführt; es wird nun aber zugleich von den Schwingungen ra und rb affizirt, und es muss daher eine Bewegung zeigen, welche der Summe der beiden Componenten (rd + rf) entspricht. Umgekehrt könnten aber auch die Schwingungen gleichzeitig von r nach a und von r nach b, erfolgen; ra hätte das Bestreben das Aethertheilchen r nach d, rb, hätte das Bestreben, es nach f, zu ziehen; die resultirende Bewegung würde der Differenz zwischen rd und rf, entsprechen. Im erstern Falle haben die beiden zusammenfallenden Componenten (rd und rf) gleiche Schwingungsphasen; im zweiten Falle beträgt der Phasenunterschied der beiden Componenten (rd und rf,) 180°. Er kann aber auch jeden beliebigen Werth zwischen 0 und 360° zeigen; und die Schwingungsintensität des resultirenden Strahles kann jede Grösse zwischen der Summe und der Differenz der Componenten annehmen.

Diese Vereinigung der in der nämlichen Schwingungsebene befindlichen Strahlen gleicher Farbe in einen einzigen ist die Interferenz. Die Construction in Fig. 8. zeigt, wie zwei Strahlen, die sich in ungleichen Schwingungsphasen befinden, interferiren. Diese zwei Strahlen bewegen sich senkrecht zur Papierebene durch den Punkt r und schwingen beide in der Ebene A A; re drückt

die Schwingungsintensität des einen, rc die des andern aus. Wenn re oder rc allein vorhanden wäre, so befände sich das oscillirende Aethertheilchen in f oder n d; f und d bezeichnen also die Verschiebungen des Aethertheilchens für die beiden Strahlen, e h und c g ihre Schwingungsphasen, fh und dg die Oscillationsgeschwindigkeiten in dem gegebenen Moment (vgl. Pag. 8 und Fig. 7). Da wir die Bewegung des schwingenden Aethertheilchens durch einen Kreis ausdrücken können, so lässt sich die Geschwindigkeit und Richtung derselben in jedem Augenblick durch eine Tangente von der Länge des Radius darstellen (gg, und hh,). Diese beiden Richtungen weichen um den nämlichen Winkel von einander ab wie die entsprechenden Radien selber (rg und rh). Verändern wir in Gedanken die Richtungen um 90° und setzen statt der Tangentialkräfte gg, und hh, die Radialkräfte rg und rh, so lässt sich durch Construction die resultirende Kraft finden, welche aber wieder durch Drehung in Tangentialkraft verwandelt werden muss. Das Parallelogramm der Kräfte r g i h gibt uns also die Schwingungsintensität des resultirenden Strahls in der Linie r i; seine Phase wird durch den Bogen li und seine eben empfangene Oscillationsgeschwindigkeit durch die Linie ik ausgedrückt. Diese Oscillationsgeschwindigkeit ist gleich der Summe der Oscillationsgeschwindigkeiten der beiden interferirenden Strahlen; ik = d g + f h, denn m k = d g und m i = f h. — Die Vibrationsintensität des resultirenden Strahles ist

$$rl\ (= ri) = \sqrt{(re)^2 + (rc)^2 + 2\ re . rc . \mathrm{Cos}(crg - erh)}.^{[1]}$$

---

(1) Es lässt sich diess durch die Rechnung beweisen, aber auch in der Figur zeigen. gn und io sind Vertikalen auf ro. Nun ist $(rl)^2 = (ri)^2 = (ro)^2 + (oi)^2 = (rn)^2 + (no)^2 + 2 . rn . no + (oi)^2$ [nach der Formel $(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$] $= (rg)^2 \mathrm{Cos}^2 gro + (no)^2 + 2 . rg . \mathrm{Cos}\,gro . no + (ih)^2 \mathrm{Sin}^2 iho = (rg)^2 \mathrm{Cos}^2 gro + (rh)^2 + 2 . rg\ \mathrm{Cos}\,gro . rh + (rg)^2 \mathrm{Sin}^2 gro = (rg)^2 + (rh)^2 + 2 . rg . rh . \mathrm{Cos}\,gro = (rc)^2 + (re)^2 + 2 . rc . re . \mathrm{Cos}(crg - erh)$.

Die obige Formel ist allgemein; sie gilt für jeden Phasenunterschied und somit für jede Construction. Ich will, um diess deutlicher zu machen, noch ein Beispiel mit einem Phasenunterschied von mehr als 90° und weniger als 180° anführen. Von den beiden vertical zur Papierebene durch r in Fig 20 gehenden, in der Ebene A ,A, schwingenden Strahlen hat der eine die Vibrationsintensität re oder rh, die Oscillationsgeschwindigkeit hf und die Schwingungsphase eh. Die Vibrationsintensität des andern ist rc (= rg), seine Oscillationsgeschwindigkeit dg und seine Phase wird durch den Bogen czg ausgedrückt. Diese beiden zusammenfallenden Strahlen erzeugen einen resultirenden Strahl von der Vibrationsintensität ri = rl, von der Oscillationsgeschwindigkeit ik und mit der Phase li. Die Oscillationsgeschwindigkeit beträgt hier die Differenz der Oscillationsgeschwindigkeiten der beiden interferirenden Strahlen; ik = hf — dg, denn ik = pf und dg = ph. — Die Vibrationsintensität des resultirenden Strahles ist

$$rl\ (= ri) = \sqrt{(re)^2 + (rc)^2 + 2 . re . rc . \mathrm{Cos}\ (crg - erh}$$

Der geometrische Beweis ist folgender. Wenn man von r auf ih die Verticale rq fällt, so ist nach einem bekannten Lehrsatze $(ir)^2 = (rh)^2 + (hi)^2 - 2.hi.hq = (rh)^2 + (rg)^2 + 2. rg. rh. \mathrm{Cos}\ grh$ [denn $hq = rh. \mathrm{Cos}\ rhq = - \mathrm{Cos}\ grh$, weil $\angle rhq = 180^0 - \angle grh$] $= (re)^2 + (rc)^2 + 2 . re . rc\ \mathrm{Cos}(crg - erh)$. Der Ausdruck $2 . re . rc. \mathrm{Cos}(crg - erh)$ stellt eine negative Grösse dar, weil crg — erh zwischen 90° und 180° beträgt.

Drücken wir die Vibrationsintensität der beiden interferirenden Strahlen durch a und b (statt re und rc) und deren Phasenunterschied durch δ (statt erg — erh) aus, so erhalten wir für die Fibrationsintensität des resultirenden Strahls

$$J = \sqrt{a^2 + b^2 + 2\ a\ b\ \mathrm{Cos}\ \delta}$$

und die Lichtintensität desselben ist proportional dem Ausdrucke

$$J^2 = a^2 + b^2 + 2\ a\ b\ \mathrm{Cos}\ \delta.$$

Daraus ergeben sich folgende Resultate. Die Intensitäten des resultirenden Strahles erreichen das Maximum, wenn der Phasenunterschied der interferirenden Strahlen 0 oder 360° d. h. wenn er ganze Wellenlängen beträgt, weil dann Cos δ zur Einheit wird. Mit der Zunahme des Phasenunterschiedes bis zu 180° (von 0 bis $^1/_2$, oder von 1 bis $1^1/_2$ Wellenlängen etc.) nehmen die Intensitäten allmählig ab; bei 90° wird der Ausdruck 2 a b Cos δ Null und zwischen 90° und 180° nimmt er einen negativen Werth an; bei 180° ist die Intensität am geringsten, weil 2 a b Cos δ zu — 2 a b wird. — Sowie der Phasenunterschied der interferirenden Strahlen über 180° steigt (wenn er also zwischen $^1/_2$ und 1, $1^1/_2$ und 2 Wellenlängen beträgt etc.), so wachsen die Intensitäten bis 360°; der Ausdruck 2 a b Cos δ bleibt negativ bis 270°, wird hier Null und nimmt von 270 bis 360° steigende positive Werthe an.

Die Oscillationsgeschwindigkeit des resultirenden Strahles ist J Sin φ, wenn J die Vibrationsintensität und φ die Phase bezeichnet. Für sie besteht die Formel

$$J\ \mathrm{Sin}\ \varphi = a\ \mathrm{Sin}\ \alpha + b\ \mathrm{Sin}\ \beta,$$

worin a und b die Vibrationsintensitäten, α und β die Phasen der beiden interferirenden Strahlen ausdrücken.[1] Die resultirende Oscillationsgeschwindigkeit ist Null, wenn α und β je 0 oder 180° betragen, ebenso wenn bei gleicher Grösse von a und b der Phasenunterschied $(\alpha - \beta) = 180°$ wird, weil dann die beiden Strahlen sich aufheben. Sie erreicht ihr Maximum im positiven oder negativen Sinne, wenn α und β je 90° oder 270° betragen. Für alle andern Werthe von α und β erhält man als Oscillationsgeschwindigkeit des resultirenden Strahls bald eine Summe, bald eine Differenz und zwar mit positivem oder negativem Zeichen, je nachdem Sin α und Sin β zwischen 0 und 1 oder zwischen 0 und — 1 sich bewegen; eine Summe, wenn die beiden interferirenden Strahlen in gleicher Richtung, eine Differenz, wenn sie in entgegengesetzter Richtung schwingen.

Die Phase des resultirenden Strahles (φ) wird bedingt durch die Phasen und die Vibrationsintensitäten der interferirenden Strahlen. Für sie ergibt sich unmittelbar aus der Gleichung für die Oscillationsgeschwindigkeit die Formel

$$\mathrm{Sin}\ \varphi = \frac{a\ \mathrm{Sin}\ \alpha + b\ \mathrm{Sin}\ \beta}{J} = \frac{a\ \mathrm{Sin}\ \alpha + b\ \mathrm{Sin}\ \beta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\ a\ b\ \mathrm{Cos}\ \delta}}.$$

---

(1) Diess ist aus den Fig. 8 und 20 leicht ersichtlich. In Fig. 8 ist i k = g d + f h; i k = J Sin φ, g d = a Sin α und f h = b Sin β. In Fig. 20 ist i k = f h — g d; i k = J Sin φ, f h = b Sin β und g d = a Sin α; a Sin α hat aber einen negativen Werth, da α nach der Annahme und Construction 180° übersteigt.

φ zeigt ein constantes Verhältniss zu den Phasen der beiden interferirenden Strahlen. Dasselbe wird, wenn man die Differenz zwischen den Phasen des einen der beiden interferirenden Strahlen (a) und dem resultirenden Strahle mit γ bezeichnet durch die Formeln ausgedrückt

$$\text{Tang}\,\gamma = \frac{b\ \text{Sin}\ \delta}{a + b\ \text{Cos}\ \delta};\ \text{Sin}\,\gamma = \frac{b\ \text{Sin}\ \delta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\,ab\ \text{Cos}\ \delta}};$$

$$\text{Cos}\,\gamma = \frac{a + b\ \text{Cos}\ \delta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\,ab\ \text{Cos}\ \delta}}\ [1]$$

---

(1) In Fig. 16 ist A A, die Schwingungsebene; rg die Vibrationsintensität des ersten Strahles, gd seine Oscillationsgeschwindigkeit, A g seine Phase; r h die Vibrationsintensität des andern Strahles, h f seine Oscillationsgeschwindigkeit, A h seine Phase; ri die Vibrationsintensität des resultirenden Strahles, ik seine Oscillationsgeschwindigkeit, A i seine Phase. g m ist die auf r g errichtete Tangente, i n ein Loth auf die verlängerte Linie rg, ebenso ho.

$$ri : rm = rn : rg;\ \text{daher}\ rm = \frac{ri\,.\,rg}{rn} = \frac{ri\,.\,rg}{rg + ro}.$$

$$(gm)^2 = (rm)^2 - (rg)^2 = \frac{(ri)^2\ (rg)^2}{(rg + ro)^2} - (rg)^2$$

$$= \frac{(rg)^2\ [(ri)^2 - (rg)^2 - (rh)^2\ \text{Cos}^2\ \delta - 2.rg\,.\,rh.\ \text{Cos}\ \delta]}{(rg + rh\,.\,\text{Cos}\ \delta)^2}$$

Da $(ri)^2 = (rg)^2 + (rh)^2 + 2.\ rg\,.\,rh\,.\,\text{Cos}\ \delta$ (vgl. Pag. 20), so ist

$$(g\,m)^2 = (r\,g)^2\ \frac{[(rh)^2 - (rh)^2\ \text{Cos}^2\ \delta]}{(rg + rh\,.\,\text{Cos}\ \delta)^2} = \frac{(rg)^2\ (rh)^2\ \text{Sin}^2\ \delta}{(rg + rh\ \text{Cos}\ \delta)^2}.$$

$$\text{Also}\ g = \frac{rg\,.\,rh\,.\,\text{Sin}\ \delta}{rg + rh\,.\,\text{Cos}\ \delta}$$

Nun ist aber $gm = rg.\ \text{Tang}\ \gamma_{,}$, ferner $rg = a$, $rh = b$; daher $\text{Tang}\ \gamma_{,} = \frac{b\ \text{Sin}\ \delta}{a + b\ \text{Cos}\ \delta}.$
$\gamma_{,}$ ist aber die Differenz zwischen der Phase des resultirenden Strahles und der des ersten interferirenden Strahles ($\gamma' = Ag - Ai$).

Man kann den Werth von $\gamma_{,}$ auch als Sinus oder Cosinus darstellen. In der angegebenen Figur ist

$$(ri)^2\ \text{Sin}^2\ \gamma_{,} = (ri)^2 - (rn)^2 = (rg)^2 + (rh)^2 + 2\ rg\,.\,rh\,.\,\text{Cos}\ \delta - (rg)^2 - (rh)^2\ \text{Cos}^2\ \delta - 2\,rg\,.\,rh\,.\,\text{Cos}\ \delta$$

$= (rh)^2 - (rh)^2\ \text{Cos}^2\ \delta = (rh)^2\ \text{Sin}^2\ \delta$; daher $\text{Sin}\ \gamma_{,} = \frac{rh\ \text{Sin}\ \delta}{ri}$. Ebenso ist

$$(ri)^2\ \text{Cos}^2\ \gamma = (ri)^2 - (in)^2 = (rg)^2 + (rh)^2 + 2.rg.\ rh\,.\,\text{Cos}\ \delta - (rh)^2\ \text{Sin}^2\ \delta$$
$$= (rg)^2 + (rh)^2\ \text{Cos}^2\ \delta + 2\ rg\,.\,rh\,.\,\text{Cos}\ \delta;\ \text{daher}$$

$\text{Cos}\ \gamma_{,} = \frac{rg + rh.\ \text{Cos}\ \delta}{ri}$. Wird $rg = a$ und $rh = b$ gesetzt, so hat man

$$\text{Sin}\ \gamma_{,} = \frac{b\ \text{Sin}\ \delta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\,ab\ \text{Cos}\ \delta}}\ \text{und}\ \text{Cos}\ \gamma_{,} = \frac{a + b\ \text{Cos}\ \delta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2\ a\ b\ \text{Cos}\ d}}.$$

In gleicher Weise lässt sich der Phasenunterschied des zweiten interferirenden und des resultirenden Strahles ($\gamma_{,,}$ in Fig. 16 $= Ai - Ah$) darstellen. hp ist die auf h errichtete Tangente und qi ist mit hp parallel.

$$rp = \frac{ri\,.\,rh}{rq} = \frac{ri\,.\,rh}{rh + rs};\ (hp)^2 = \frac{(ri)^2\ (rh)^2}{(rh + rs)^2} - (rh)^2 = \frac{(ri)^2\ (rh)^2 - (rh)^2\ (rh + rg\,.\,\text{Cos}\ \delta)^2}{(rh + rs)^2}$$

Für irgend einen aus der Rechnung sich ergebenden Werth von Sin γ, Cos γ oder Tang γ kann γ immer 2 Werthe haben; in zweifelhaften Fällen stellt sich der richtige heraus, wenn man ihn durch eine zweite Formel prüft.

Die Verschiebung des schwingenden Aethertheilchens aus der Gleichgewichtslage wird bedingt durch die Vibrationsintensität und die Phase. Für den resultirenden Strahl beträgt sie a Cos α + b Cos β; d. h. sie ist bald die Summe bald die Differenz der Verschiebungen der beiden interferirenden Strahlen, je nachdem dieselben nach der gleichen oder nach verschiedenen Richtungen von der Gleichgewichtslage abweichen.[1]

c. Bestimmung der beiden aus der Interferenz resultirenden Componenten, welche im zweiten Körper schwingen.

Nachdem ich die Interferenz zweier in der nämlichen Ebene schwingender polarisirter Lichtstrahlen näher erörtert habe, kehre ich zur Betrachtung der Er-

---

$$= \frac{(rh)^2 \, [(ri)^2 - (rh)^2 - (rg)^2 \, Cos^2 \, \delta - 2 \, rh \, . \, rg \, . \, Cos \, \delta]}{(rh + rg \, . \, Cos \, \delta)^2}$$

$$= \frac{(rh)^2 \, [(rg)^2 - (rg)^2 \, Cos^2 \, \delta]}{(rh + rg \, . \, Cos \, \delta)^2} = \frac{(rh)^2 \, (rg)^2 \, Sin^2 \, \delta}{(rh + rg \, . \, Cos \, \delta)^2}. \text{ Also}$$

$$Tang \, \gamma_{,,} = \frac{rg \, . \, Sin \, \delta}{rh + rg \, . \, Cos \, \delta} = \frac{a \, Sin \, \delta}{b + a \, Cos \, \delta}.$$

Die Formeln gelten für jeden Phasenunterschied und für jede Construction. Um diess deutlich zu machen, füge ich noch einen Fall in Fig. 17 bei. Die Bezeichnung ist die nämliche wie in Fig. 16. Von den beiden interferirenden Strahlen schwingt der eine von d nach r, seine Vibrationsintensität ist rg, die Phase Ag (grösser als 180°); der andere schwingt von f nach r mit der Vibrationsintensität rh und der Phase A h. Der resultirende Strahl hat die Vibrationsintensität ri, die Phase Ai (grösser als 180°); er schwingt von k nach A. Hier ist $(ri)^2 \, Cos^2 \, \gamma_, = (ri)^2 - (in)^2 = (rg)^2 + (rh)^2 + 2 \, rg \, . \, rh \, . \, Cos \, \delta - (rh)^2 \, Sin^2 \, \delta$ (für ri wurde der Werth eingesetzt nach Pag. 20. und ferner ist i n = gi.Sin s. = rh . Sin s = — rh . Sin (180° + s) = — rh . Sin δ = $(rg)^2 + (rh)^2 \, Cos^2 \, \delta + 2 \, rg \, . \, rh \, . \, Cos \, \delta$
Daher

$$Cos \, \gamma_, = \frac{rg + rh \, . \, Cos \, \delta}{ri} = \frac{a + b \, Cos \, \delta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2 \, a \, b \, . \, Cos \, \delta}}$$

$$Sin \, \gamma_, = \frac{rh \, . \, Sin \, \delta}{ri} = \frac{b \, Sin \, \delta}{\sqrt{a^2 + b^2 + 2 \, a \, b \, Cos \, \delta}}.$$

$$Tang \, \gamma_, = \frac{rh \, . \, Sin \, \delta}{rg + rh \, . \, Cos \, \delta} = \frac{b \, Sin \, \delta}{a + b \, Cos \, \delta}.$$

(1) In Fig. 8 entspricht d der Schwingung des ersten, f derjenigen des zweiten der beiden interferirenden Strahlen. Die erstere Verschiebung rd = rg . Cos crg, die letztere rf = rh . Cos crh. Das schwingende Aethertheilchen des resultirenden Strahles befindet sich in k; seine Verschiebung rk = rd + gm = rd + rf = rg . Cos crg + rh . Cos crh. — In Fig. 20 ist die Verschiebung der beiden interferirenden Strahlen — rd und + rf; und die des resultirenden Strahles — rk = — rd + dk = — rd + si = — rd + rf. Nun ist aber r d = — rg . Cos crg und rf = rh . Cos crh; somit — rk = rg . Cos crg + rh . Cos crh.

scheinungen zurück, welche 2 über einander liegende Crystalle oder überhaupt doppelbrechende Körper hervorbringen. In dem ersten derselben theilt sich ein Strahl in zwei rechtwinklig zu einander polarisirte; jeder derselben theilt sich in dem zweiten wieder in zwei, so dass schliesslich aus einem Strahl 4 werden, welche paarweise in der nämlichen Ebene schwingen und daher interferiren. Es handelt sich darum die Vibrationsintensität, die Oscillationsgeschwindigkeit, die Verschiebung der schwingenden Aethertheilchen und die Phasen der beiden aus der Interferenz resultirenden Strahlen bei ihrem Eintritt in die zweite doppelbrechende Substanz zu bestimmen.

In Fig. 13 schwingt der durch den Punkt r senkrecht zur Papierebene sich fortpflanzende Lichtstrahl in den zwei Polarisationsebenen des ersten Crystalls zwischen a und $a_,$ und zwischen b und $b_,$, wo a und b die Null- oder Ausgangspunkte der Schwingungen sind und also der Phase 0 oder 360° entsprechen. Beim Austritte aus dem ersten Crystalle und somit unmittelbar vor dem Eintritte in den zweiten ist die Schwingung des einen der polarisirten Strahlen in g, die des andern in l angelangt, mit den Schwingungsrichtungen gr und lr; die Ausweichungen sind rg und rl, die Vibrationsintensitäten ra und rb, die Phasen α (hier zwischen 0 und 90°) und β (zwischen 180° und 270°), die Oscillationsgeschwindigkeiten ra . Sin α und rb . Sin β (ra . Sin α stellt in dem vorliegenden Falle einen positiven, rb . Sin β einen negativen Werth dar.

Beim Eintritt in den zweiten Crystall wird der Strahl ra in rc und rd, rb in re, und rf zerlegt. Zwei schwingen in der Ebene $CC_,$, wo der Ausgangspunkt der Oscillationen auf der Seite von C liegen mag: der eine von g übertragene mit der Vibrationsintensität rc, mit der Ausweichung rh und mit der Phase α, der andere von l übertragene mit der Vibrationsintensität re, mit der Ausweichung rn und der Phase $\beta \pm 180°$ (denn β beträgt zwischen 180° und 270°; auf $CC_,$ übertragen befindet sich die Schwingung n im ersten Quadranten). Beide in der Ebene $CC_,$ schwingende Strahlen bewegen sich in dem Moment, den die Figur darstellt, in der gleichen Richtung; ihr Phasenunterschied ist $\alpha - \beta \pm 180°$. Der aus ihrer Interferenz resultirende Strahl hat die Vibrationsintensität

$$J_, = \sqrt{(rc)^2 + (re)^2 + 2\, rc.re \operatorname{Cos} (\alpha - \beta \pm 180°)}$$

Die Verschiebung des resultirenden Strahles $z_, =$ rh + rn = rc . Cos α + re . Cos ($\beta \pm 180°$). Seine Oscillationsgeschwindigkeit $\omega_, =$ rc . Sin α + re . Sin $\beta \pm 180°$). Da die beiden Strahlen sich in gleicher Richtung bewegen, so addirt sich ihre Geschwindigkeit; der zweite Ausdruck ist aber positiv, weil $\beta > 180°$. Für die Differenz (γ) zwischen der Phase des resultirenden und derjenigen eines der beiden interferirenden Strahlen bestehen die Formeln

$$\operatorname{Sin} \gamma = \frac{re.\operatorname{Sin} (\alpha - \beta \pm 180°)}{J_,} \text{ und } \operatorname{Cos} \gamma = \frac{rc + re.\operatorname{Cos} (a - \beta \pm 180°)}{J_,}.$$

Zwei andere Strahlen schwingen in der Ebene $DD_,$, in welcher der Anfang der Oscillationen auf der Seite von D liegen soll: der eine von g übertragene mit der Vibrationsintensität rd, mit der Ausweichung ri und der Phase α, der andere von l übertragene mit der Schwingungsintensität rd, mit der Ausweichung rm und

der Phase β (in dem vorliegenden Falle beide mit ungleichen Schwingungsrichtungen). Indem sie interferiren, erzeugen sie einen Strahl mit der Vibrationsintensität

$$J_{,,} = \sqrt{(rd)^2 + (rf)^2 + 2\ rd.rf.\mathrm{Cos}\ (\alpha - \beta)}$$

Die Verschiebung des resultirenden Strahles $z_{,,} = ri - rm = rd\,.\,\mathrm{Cos}\,\alpha + rf\,.\,\mathrm{Cos}\,\beta$ (da β zwischen 180° und 360° beträgt, wird der zweite Ausdruck durch Cos β negativ). Seine Oscillationsgeschwindigkeit $\omega_{,,} = rd\,.\,\mathrm{Sin}\,\alpha + rf\,.\,\mathrm{Sin}\,\beta$; die beiden interferirenden Strahlen schwingen in entgegengesetzter Richtung, heben sich also theilweise auf; da β grösser als 180° ist, so wird durch Sin β der zweite Ausdruck negativ. Für den Phasenunterschied (ϑ) zwischen dem resultirenden und einem der interferirenden Strahlen gelten die Formeln

$$\mathrm{Sin}\,\vartheta = \frac{rf\,.\ \mathrm{Sin}\ (\alpha - \beta)}{J_{,,}} \text{ und } \mathrm{Cos}\,\vartheta = \frac{rd + rf.\mathrm{Cos}\ (\alpha - \beta).}{J_{,,}}$$ [1]

---

(1) Diese Formeln gehen unmittelbar aus den früher abgeleiteten hervor. Da aber die Uebertragung der aus einem doppelbrechenden Körper austretenden polarisirten Strahlen auf einen andern doppelbrechenden Körper eine der wichtigsten Erscheinungen bei der Untersuchung mit dem polarisirten Lichte ist, so will ich dieselbe noch an einer besondern Construction anschaulich machen. In Fig. 15 sind ara, und brb, die beiden im ersten Crystalle schwingenden polarisirten Strahlen, a und b die Ausgangspunkte der einzelnen Schwingungen. Das zwischen a und a, schwingende Aethertheilchen ist in g angelangt und geht nach a; seine Verschiebung ist rg, seine Phase aa,g, (zwischen 270° und 360°) Die Oscillation zwischen b und b, befindet sich in l und bewegt sich nach r; die Verschiebung ist rl, die Phase bb,l, (zwischen 180° und 270°). Der Strahl ara, erzeugt, auf die Schwingungsebenen des zweiten Crystalles CC, und DD, übertragen, die Strahlen crc, und drd, mit den Vibrationsintensitäten rc und rd; brb, erzeugt ere, und frf, mit den Schwingungsintensitäten re und rf. Die Ausgangspunkte auf der Axe CC, sind c und e, auf der Axe DD, dagegen d und f. Da die Schwingung ara, von g nach a geht, so muss gleichzeitig das zwischen c und c, schwingende Aethertheilchen von h nach c, das zwischen d und d sich bewegende von i nach d gehen; ebenso hat die von l nach r gehende Schwingung brb zur Folge, dass die Oscillation ere, von n nach r, die Schwingung drd, von m nach r sich bewegt. Wir haben also in der Ebene CC, zwei Strahlen, den einen mit der Oscillationsweite rc, mit der Verschiebung rh und mit der Phase cc,h,; den andern mit der Oscillationsweite re, mit der Verschiebung rn und mit der Phase en,. Es ist aber die Phase cc,h, gleich aa,g, (der Phase des erzeugenden Strahls ara,), und die Phase en, gleich bb,l, — 180° (der Phase des erzeugenden Strahls brb, weniger 180°). Von den zwei in der Ebene DD, oscillirenden Strahlen hat der eine die Oscillationsweite rd, die Verschiebung ri und die Phase dd,i,; der andere die Oscillationsweite rf, die Verschiebung rm und die Phase ff,m,. Nun ist aber dd,i = aa,g, und ff,m, = bb,l, d. h. die Phasen der beiden Strahlen stimmen mit denjenigen der sie erzeugenden Strahlen überein.

Von den 4 Componenten, in die sich die zwei ursprünglichen Strahlen theilen, haben also drei mit denselben gleiche Phasen, indess der vierte um 180° voraus oder zurück ist Es ist leicht einzusehen, dass diess immer so sein muss. Während der Strahl ara, von a nach a, schwingt, schwingen die beiden Componenten gleichzeitig von c nach c, und von d nach d,. Nimmt man als Ausgangspunkte der Schwingungen a, c und d, so sind die Phasen der drei Strahlen die nämlichen. Gleichzeitig mit der Schwingung brb, von b nach b, erfolgen die Oscillationen der beiden Componenten von f nach f, und von e, nach e; der Strahl frf, hat die gleiche Phase mit brb,, denn die Schwingungen gehen mit einander von

Bezeichnen wir die Vibrationsintensitäten der beiden ursprünglichen aus dem untern Crystall austretenden Strahlen ra und rb durch a und b und den Winkel,

---

den Ausgangspunkten b und f aus; was dagegen den Strahl ere, betrifft, so gehen zu eben derselben Zeit seine Oscillationen nicht von dem Ausgangspunkte e, sondern von dem gegenüberliegenden (um 180° entfernten) Punkte e, aus; seine Phase ist also gleich der Phase des erzeugenden Strahls + 180°. — Es leuchtet ein, dass wenn man auf den 4 Axen aa,, bb,, CC, und DD, nach Belieben die Ausgangspunkte für die Schwingungen anders bestimmte, dann auch jede andere der 4 Componenten in ihrer Phase von dem erzeugenden Strahl um 180° differiren könnte; aber es wäre immer nur eine, indess die andern drei die Phasen der erzeugenden Strahlen behalten. — Es folgt aus dieser Erörterung, dass wenn man die Phasen der beiden ursprünglichen Strahlen mit α und β bezeichnet, der Phasenunterschied in der einen der neuen Schwingungsebenen $\alpha - \beta$, in der andern $\alpha - \beta + 180^0$ beträgt.

Das Parallelogramm rn,sh, gibt (in gleicher Weise wie Fig. 8) für den aus den beiden Componenten rn und rh resultirenden Strahl die Vibrationsintensität rs und die Phase in dem Abstande s von der Axe CC,. Ein Loth von s auf CC, würde das Maass für die Oscillationsgeschwindigkeit und der Abstand des Fusspunktes von dem Centrum r die Verschiebung angeben. — Das Parallelogramm ri,tm, stellt für die aus den Componenten ri und rm Resultirende die Vibrationsintensität als rt dar, und ihre Phase wird durch den Bogen zwischen der Axe DD, und dem Punkte t ausgedrückt. Ein Loth von t auf DD, würde die Oscillationsgeschwindigkeit, und die Entfernung seines Fusspunktes von dem Mittelpunkte r würde die Verschiebung anzeigen.

Die Oscillationsgeschwindigkeiten der beiden resultirenden Strahlen ($\omega_,$ und $\omega_{,,}$) werden immer in der einen Schwingungsebene durch die Summe der Oscillationsgeschwindigkeiten der beiden Componenten, in der andern Schwingungsebene durch die Differenz dargestellt. In Fig. 15 schwingen n und h in entgegengesetzter, m und i in gleicher Richtung; nach kurzer Zeit werden aber h und i an ihrem Ruhepunkt anlangen und umkehren; dann werden h und n in der gleichen, i und m in entgegengesetzter Richtung sich bewegen. Die Oscillationsgeschwindigkeiten sind

$$\omega_, = \text{rc} . \text{Sin}\ \alpha + \text{re} . \text{Sin}\ (\beta + 180^0) \text{ und } \omega_{,,} = \text{rd} . \text{Sin}\ \alpha + \text{rf} . \text{Sin}\ \beta.$$

Diese Formeln haben allgemeine Giltigkeit. Was zuerst $\omega_,$ betrifft, so ist klar, dass die Componente des ersten Strahls, welche zwischen c und c, schwingt, eine positive Bewegung zeigt (in der Richtung von C nach C,), so lange die Phase (α) zwischen 0 und 180° bleibt, von 180° bis 360° aber negativ wird; im erstern Fall stellt aber der Sinus einen positiven, im zweiten einen negativen Werth dar. Umgekehrt verhält es sich mit der Componente des zweiten Strahls, die zwischen e und e, hin und hergeht. Sie hat eine negative Bewegung (von C, nach C), so lange der erzeugende Strahl von b nach b, schwingt, so lange seine Phase zwischen 0 und 180° beträgt; von 180° bis 360° wird die Bewegung positiv. $\omega_,$ ist eine Differenz, wenn α und β beide kleiner oder grösser als 180°, eine Summe, wenn von α und β das eine kleiner das andere grösser als 180° ist. — In der Ebene DD, dagegen stimmen die Bewegungen der beiden interferirenden Strahlen überein, wenn sie in gleichen Phasen sich befinden; denn während die erzeugenden Strahlen von a nach a, und von b nach b, gehen, d. h. so lange ihre Phasen zwischen 0 und 180° betragen, schwingen ihre Componenten von d nach d, und von f nach f, also in gleicher Richtung. Daher bilden in der zweiten Gleichung (für $\omega_{,,}$) die beiden Ausdrücke eine Summe, so lange α und β beide unter oder über 180° betragen, eine Differenz wenn von α und β das eine mehr das andere weniger als 180° werth ist.

Mit den Verschiebungen der beiden resultirenden Strahlen verhält es sich ähnlich wie mit den Oscillationsgeschwindigkeiten; sie sind immer in der einen Schwingungsebene gleich

welchen die Schwingungsebene CC, mit aa, auf der Anfangsseite (bei C und a) bildet, mit ε, so ist rc $=$ a Cos ε, re $=$ b Sin ε, rd $=$ a Sin ε und rf $=$ b Cos ε. Man hat also für die Vibrationsintensitäten statt

$$J_{,} = \sqrt{(rc)^2 + (re)^2 + 2\ rc\ .\ re\ .\ Cos\ (\alpha - \beta \pm 180^0)}\ \text{und}$$

$$J_{,,} = \sqrt{(rd)^2 + (rf)^2 + 2\ rd\ .\ rf\ .\ Cos\ (\alpha - \beta)}$$

$$J_{,} = \sqrt{a^2\ Cos^2\varepsilon + b^2\ Sin^2\varepsilon - 2\ a\ b\ Sin\,\varepsilon\, Cos\,\varepsilon\, Cos\,\delta}$$

$$J_{,,} = \sqrt{a^2\ Sin^2\varepsilon + b^2\ Cos^2\varepsilon + 2\,a\,b\ Sin\,\varepsilon\ Cos\,\varepsilon\ Cos\,\delta}$$

Die Phasendifferenz zwischen dem resultirenden Strahl mit der Vibrationsintensität $J_{,}$ und derjenigen seiner beiden Componenten, welcher die Vibrationsintensität a Cos ε entspricht, wird durch die Formeln ausgedrückt

$$Sin\ \gamma = \frac{-\ b\ Sin\,\varepsilon\ Sin\,\delta}{J_{,}}\ \text{und}\ Cos\ \gamma = \frac{a\ Cos\,\varepsilon - b\ Sin\,\varepsilon\ Cos\,\delta}{J_{,}}.$$

Für den Phasenunterschied zwischen den durch $J_{,,}$ und a Sin ε bezeichneten Strahlen hat man

$$Sin\ \vartheta = \frac{b\ Cos\,\varepsilon\ Sin\ \delta}{J_{,,}}\ \text{und}\ Cos\ \vartheta = \frac{a\ Sin\ \varepsilon + b\ Cos\,\varepsilon\ Cos\,\delta}{J_{,,}}$$

Die Oscillationsgeschwindigkeit des Strahles $J_{,}$ ist a Cos ε Sin α — b Sin ε Sin β, diejenige des Strahles $J_{,,}$ ist a Sin ε Sin α $+$ b Cos ε Sin β. Die Verschiebung des erstern ist a Cos ε Cos α — b Sin ε Cos β, die des zweiten a Sin ε Cos α $+$ b Cos ε Cos β.

III. Polarisationsmicroscop.

Die Einrichtung der Polarisationsapparate ist aus jedem Handbuch der Physik bekannt. Der für das Microscop anwendbare Apparat muss die beiden Bedingungen erfüllen, dass die Lichtstrahlen, welche auf das zu beobachtende Object fallen, in einer Ebene polarisirt sind, und dass sie, nachdem sie durch das Object hindurchgegangen, in zwei rechtwinklig sich schneidende Schwingungsebenen zerlegt und nur die in einer Ebene oscillirenden zum Auge gelassen werden. Zu dem Ende bedient man sich gewöhnlich zweier Nicol'scher Prismen. Dieselben bestehen aus 2 in der Art geschliffenen und vermittelst Canadabalsam auf einander befestigten Kalkspathstücken, dass die ordinären Strahlen an der Balsamschicht eine totale Reflexion erleiden uud seitlich aus dem Prisma heraustreten; die extraordinären Strahlen, welche

---

der Summe, in der andern gleich der Differenz der Verschiebungen der beiden Componenten. Man hat dafür die Formeln

$$z_{,} = rc\cdot Cos\ \alpha + rc\,.\,Cos\ (\beta + 180^0)\ \text{und}\ z_{,,} = rd\,.\,Cos\ \alpha + rf\,.\,Cos\ \beta.$$

Wenn a und b sich beide entweder im ersten und vierten oder im zweiten und dritten Quadranten der Schwingung befinden, so ist $z_{,,}$ eine Summe, $z_{,}$ eine Differenz. Umgekehrt verhält es sich, wenn von a und b der eine Strahl sich im ersten oder vierten, der andere im zweiten oder dritten Quadranten der Schwingung befindet.

als die schwächer gebrochenen an der Balsamschicht einen grössern Einfallswinkel haben, gehen durch dieselbe hindurch und verlassen das Prisma in einer mit den eintretenden Strahlen parallelen Richtung. Ein solches Nicol'sches Prisma wird über dem Beleuchtungsspiegel als Polarisator angebracht, ein anderes über dem Ocular als Analysator. Statt des letztern wendet man auch zweckmässig ein gewöhnliches (einfaches) Kalkspathprisma an, welches den Vortheil gewährt, dass man nach Belieben entweder das ordinäre oder das extraordinäre Bild allein oder beide neben einander beobachten kann.

Bei der Anwendung des Polarisationsapparates geht immer viel Licht verloren; im untern Prisma wird die Hälfte der Strahlen (die ordinären nämlich) entfernt, ausser derjenigen Partie, welche die Absorption vernichtet; in besondern Fällen (nämlich bei der später zu erörternden Anwendung dünner Crystallplättchen) wird die übrig bleibende Hälfte der Strahlen im obern oder Zerlegungsprisma noch einmal in zwei Partien getheilt. Jedes der beiden Bilder hat also im allgemeinen kaum die Hälfte oder kaum den vierten Theil der Lichtstärke, den das microscopische Bild ohne Polarisationsapparat haben würde.

Um diesem Uebelstande zu begegnen hat Mohl (Pogg. Ann. CVIII p. 178) eine zweckmässige Vorrichtung getroffen; er bringt unter dem Objecte einen achromatischen aus 3 Linsen bestehenden Condensator von etwa drei Linien Brennweite und grossem Oeffnungswinkel an. Das aus dem Polarisator austretende Licht wird dadurch stark concentrirt; es wird aber zugleich das Gesichtsfeld in entsprechendem Maasse verkleinert und es ist desshalb wünschbar, dass das Prisma möglichst gross sei. Dasselbe sollte einen Querdurchmesser von 10 bis 12 Linien haben. Ausserdem muss dem Objecte so viel Licht als möglich zugeführt werden, was z. B. auch dadurch geschieht, dass man den Beleuchtungsspiegel durch ein Glasprisma ersetzt, dessen Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck ist und das eine Länge und Breite von 15 bis 18 Linien hat. Das am meisten energische Mittel aber besteht darin, dass man direktes Sonnenlicht in derselben Weise wie beim Sonnenmicroscop anwendet. Es versteht sich überdem, dass die lichtstarken Objective die besten sind, und dass die schwächsten Objective die deutlichsten Bilder geben.

Auch muss berücksichtiget werden, dass bei Anwendung eines Beleuchtungsspiegels, die Stellung des polarisirenden Nicols nicht ganz gleichgültig ist. Das von dem Spiegel kommende Licht enthält nämlich schon eine gewisse Menge polarisirter Strahlen, und zwar um so mehr, je mehr sich der Einfallswinkel $56^3/_4{}^0$ nähert (vgl. Pag. 9). Diese polarisirten Strahlen werden nicht zerlegt, wenn eine der beiden Schwingungsebenen des Kalkspaths mit ihrer eigenen Schwingungsebene zusammentrifft. Wird das Prisma so gestellt, dass die Schwingungsebene der ordinären Strahlen mit derjenigen der einfallenden polarisirten Strahlen parallel ist, so gehen die letztern vollständig verloren. Dreht man es aber so, dass die Schwingungsebene der extraordinären Strahlen mit derjenigen des einfallenden polarisirten Lichtes übereinstimmt, so gelangt dasselbe vollständig durch das Prisma hindurch ins Gesichtsfeld. Die Polarisationsebene der vom Spiegel kommenden Strahlen geht durch die Einfallsrichtung des aufgefangenen Lichtes und

die Axe des Microscops. Die Polarisationsebene der ordinären Strahlen im Prisma geht durch den Hauptschnitt; in dem letzteren befindet sich aber der kürzere Durchmesser der rhombischen Endfläche. Da nun bloss die extraordinären senkrecht auf den Hauptschnitt polarisirten Strahlen das Nicol'sche Prisma durchbrechen, so erhält man die grösste Lichtstärke, wenn der grössere Durchmesser seiner rhombischen Endfläche mit der Einfallsebene der den Spiegel treffenden Lichtstrahlen parallel ist, wenn also bei gewöhnlicher Spiegelstellung die schiefe Endfläche nach rechts oder links (nicht nach hinten oder vorn) geneigt ist.

Die Strahlen, welche aus dem untern oder polarisirenden Prisma heraustreten, schwingen alle in einer Ebene. In dem obern oder analysirenden Prisma werden sie wieder zerlegt, und ein Theil derselben entweder (wenn es ein Nicol ist) durch totale Reflexion entfernt, oder aber in ein zweites (complementäres) Bild vereinigt. Ich will für die Folge das letztere in der Regel vernachlässigen und nur die eine Schwingungsebene des obern Prisma's berücksichtigen. Sind die Schwingungsebenen im Polarisator und im Analysator parallel, so gehen die Strahlen vollständig durch den letztern; das Gesichtsfeld ist hell, als ob derselbe nicht da wäre (dagegen ist das Gesichtsfeld des complementären Bildes dunkel). Kreuzen sich die Schwingungsebenen des untern und des obern Prisma's, so lässt das letztere kein Licht hindurchgehen und das Gesichtsfeld ist dunkel (während dasjenige des complementären Bildes erleuchtet ist). Dreht man bei feststehendem Polarisator den Analysator, so dass die parallele Lage in die gekreuzte übergeht, so wird das Gesichtsfeld allmälig verdunkelt (indess das complementäre Bild in gleichem Grade erhellt wird). Wenn die Intensität des von dem untern Nicol gelieferten Lichtes J^2 ist, so beträgt die Helligkeit des Bildes, welches das obere Prisma gibt, $J^2 \operatorname{Sin}^2 \varepsilon$. (Ist auch das complementäre Bild sichtbar, so wird seine Lichtstärke durch $J^2 \operatorname{Cos}^2 \varepsilon$ ausgedrückt). ε ist der Winkel, den die Schwingungsebenen der beiden Prismen mit einander bilden (Pag. 18).

Befindet sich im Gesichtsfeld des Microscops ein Körper aus einer einfachbrechenden Substanz, so verhält er sich, da er die vom Polarisator kommenden Strahlen unverändert durchgehen lässt, genau wie das Gesichtsfeld selber. Mit diesem wird er beim Drehen des Analysators heller und dunkler. Bei gekreuzter Stellung der beiden Prismen ist er unsichtbar, d. h. dunkel wie das ganze übrige Gesichtsfeld, mag man ihn durch Drehen um seine verticale Axe in irgend eine Lage bringen. Anders verhält sich ein doppelbrechender Körper, vorausgesetzt, dass nicht etwa die optische Axe senkrecht stehe; denn in diesem Falle unterscheidet er sich nicht von dem einfachbrechenden.

IV. Ein einzelner anisotroper crystallähnlicher Körper, mit homogenem Lichte beobachtet.

Die Frage, wie sich ein anisotroper Körper verhalte, wenn der Analysator gedreht wird, ist complicirt und ihre Beantwortung ohne praktischen Nutzen. Nur die Erscheinungen, die er bei rechtwinkliger Stellung der Polarisationsprismen dar-

bietet, gewähren ein Interesse. Diese gekreuzte Lage von Polarisator und Analysator, die während der Untersuchung unveränderlich bleibt, werde ich in der Folge auch immer voraussetzen, ohne sie besonders zu erwähnen. Wird unter der eben genannten Bedingung ein doppelbrechender Körper um seinen senkrechten Durchmesser gedreht, so zeigt er sich bald dunkel, bald hell.

Um die Erscheinungen genau zu studiren, ist es, wo nicht unumgänglich nothwendig doch sehr fördernd, wenn auf dem Objecttisch des Microscops eine drehbare Scheibe angebracht wird. Dadurch ist man im Stande, den zu beobachtenden Gegenstand in jede beliebige Winkelstellung zu den Schwingungsebenen der beiden Prismen zu bringen. Viele der neuern Microscope haben einen drehbaren Tisch. Mit demselben dreht sich aber meistens zugleich die Röhre, welche die Objectiv- und Ocularlinsen und somit auch den Analysator trägt. Letzterer soll aber unbeweglich bleiben. Man kann ihn mit der einen Hand fest halten, indess man mit der andern den Tisch dreht; allein diess Verfahren ermangelt für subtilere Fälle der nöthigen Präcision, indem der Analysator kleine Schwankungen erleidet. Viel zweckmässiger ist es, den letzteren auf irgend eine Weise (z. B. durch einen Stab) mit dem Stativ fest zu verbinden, so dass er, wenn Tisch und Röhre sich drehen, unverrückt bleibt. Indessen ist auch hier noch ein Fehler möglich; die Erfahrung hat mir gezeigt, dass die Linsen selbst sich zum polarisirten Lichte in ungleichen Stellungen ungleich verhalten können. Wie sich in der Folge ergeben wird, verändert ein doppelbrechender Körper seine Farbe, wenn man ihn im Polarisationsapparat auf einem Crystallplättchen um seine verticale Axe dreht. Eine leichte Farbenmodification kann aber auch schon durch Drehen des Microscoptubus allein erfolgen; sie muss, wenn sich dieser mit dem Objecte dreht, auf die Farbennüancen des letztern einwirken.

Desswegen ist es das einzig vollkommen Zweckdienliche, wenn sich der Tisch des Microscops allein dreht oder wenn auf demselben sich eine drehbare Scheibe befindet. Noch ist aber beizufügen, dass wegen der Kleinheit des Gesichtsfeldes im Polarisationsmicroscop eine höchst genaue Centrirung der Scheibe erheischt wird.

Dreht man nun den doppelbrechenden Körper in der angegebenen Weise, so gelangt man zu einem Punkt, wo er dunkel wird, wie eine einfachbrechende Substanz; und diess wiederholt sich bei fortgesetztem Drehen immer, nachdem man 90° zurückgelegt hat. Man hat also 4 Lagen der Verfinsterung. In der Substanz mit doppelter Brechung gibt es (mit Ausnahme der optischen Axen) für jeden Durchgang der Lichtstrahlen zwei rechtwinklig zu einander gestellte Schwingungsebenen von ungleicher Natur. Wenn nun diese Schwingungsebenen mit derjenigen der beiden Prismen zusammentreffen, so gelangt kein Licht in das Auge des Beobachters; denn die durch das untere Prisma polarisirten Strahlen gehen unzerlegt durch die entsprechende Schwingungsebene des doppelbrechenden Körpers und kommen also mit der nämlichen Schwingungsrichtung, als ob er nicht da wäre, zum analysirenden Prisma, wo sie vollständig verschwinden. Hat aber der Körper irgend eine andere Lage und bilden seine Schwingungsebenen irgend einen Winkel zwischen 0 und 90° mit denen der beiden Prismen, so findet eine Zerlegung der vom untern Prisma kommenden Strahlen statt, indem sie auf die

Schwingungsebenen des Körpers übertragen werden. Die aus dem letztern heraustretenden Strahlen sind doppelter Art, und oscilliren in zwei zu einander rechtwinkligen Richtungen. Die einen und die andern werden im obern Prisma abermals zerlegt und auf dessen Schwingungsebenen reduzirt, so dass in jeder derselben Strahlen von doppeltem Ursprunge anlangen und mit einander interferiren. Die Strahlen der einen Schwingungsebene werden entfernt, die andern gehen in das Auge des Beobachters und zeigen den doppelbrechenden Körper mehr oder weniger erhellt.

a. Veränderung der Lichtintensität, wenn der Körper um seine verticale Axe gedreht wird.

Um die Sache deutlich zu machen, wollen wir einen einfachen Strahl vom untern bis zum obern Prisma verfolgen; in Fig. 14 steigt er in r senkrecht zur Papierebene empor. A A, ist die Schwingungsebene des Polarisators, B B, die des Analysators; C C, und D D, die des doppelbrechenden Objects; ε der Winkel, den B B, mit C C, oder A A, mit D D, bildet. Der Strahl r, der vom untern Prisma kommt, schwingt also in der Richtung A A,; ra sei seine Vibrationsintensität. Indem er auf die Ebenen C C, und D D, des Objectes übertragen wird, schwingen seine beiden Componenten daselbst mit den Vibrationsintensitäten rc und rd; $rc = ra . \sin \varepsilon$ und $rd = ra . \cos \varepsilon$. Im obern Prisma wird rc in rg und re, rd in rf und rh zerlegt. In der Fbene A A, schwingen und interferiren 2 Strahlen mit den Vibrationsintensitäten re und rf, in der Ebene B B, dagegen rg und rh. Nun ist $re = rc . \sin \varepsilon = ra . \sin^2 \varepsilon$; $rf = rd . \cos \varepsilon = ra . \cos^2 \varepsilon$; $rg = rc . \cos \varepsilon = ra . \sin \varepsilon \cos \varepsilon$; $rh = rd . \sin \varepsilon = ra . \cos \varepsilon \sin \varepsilon$. Wenn der Strahl r in das doppelbrechende Object eintritt, so befinden sich seine Componenten anfangs in der nämlichen Phase; da sie sich aber mit ungleicher Schnelligkeit bewegen, so treten sie mit ungleichen Phasen heraus und werden mit denselben auf die Schwingungsebenen des obern Prisma's übertragen. Es sei C C, die Ebene, in welcher die Strahlen sich langsamer fortpflanzen. Der Ausgangspunkt der Schwingungen des vom untern Prisma kommenden Strahls liege auf der Seite von A und dem entsprechend auf der Seite von C und D. Die Componente mit der Vibrationsintensität rd befinde sich beim Austritte aus dem doppelbrechenden Körper in der Phase α, und die Componente rc in der Phase $\alpha + \delta$. Die Phase von re oder φ (re) $= \varphi$ (rc) und φ (rf) $= \varphi$ (rd), wenn für re und rf der Phasennullpunkt wieder auf der Seite von A angenommen wird. Ebenso φ (rg) $= \varphi$ (rc), wenn der Ausgangspunkt auf der Seite von B und φ (rh) $= \varphi$ (rd), wenn derselbe auf der Seite von B, liegt. Da aber für die Interferenz der beiden Strahlen rg und rh der Nullpunkt ihrer Oscillationen auf die gleiche Seite verlegt werden muss, so ändert der eine derselben seine Phase um 180°. Es ist daher φ (re) $= \alpha + \delta$ und φ (rf) $= \alpha$, die Differenz $= \delta$; ferner φ (rg) $= \alpha + \delta$ und φ (rh) $= \alpha \pm 180°$, der Phasenunterschied $= \delta \pm 180°$.

Der aus der Interferenz von re und rf resultirende Strahl hat die Vibrationsintensität (vgl. Pag. 24 und 27)

$$K = \sqrt{(re)^2 + (rf)^2 + 2\ re \,.\, rf \,.\, \text{Cos}\ \delta}$$

$$= \sqrt{a^2\ \text{Sin}^4\varepsilon + a^2\ \text{Cos}^4\varepsilon + 2\ a^2\ \text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ \text{Cos}\ \delta}$$

Dieser Strahl wird in dem obern Prisma entfernt oder fällt in das complementäre Bild. Der aus der Interferenz von rg und rh resultirende Strahl hat die Vibrationsintensität

$$J = \sqrt{(rg)^2 + (rh)^2 + 2\ .\ rg\ .\ rh\ .\ \text{Cos}\ (\delta \pm 180^0)}$$

$$= \sqrt{2\ a^2\ \text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon - 2\ a^2\ \text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ \text{Cos}\ \delta}; \qquad \text{also}$$

$$J = \sqrt{2\ a^2\ \text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ [1 - \text{Cos}\ \delta]}$$ [1]

und die Lichtintensität entspricht dem relativen Werthe

$$J^2 = 2\ a^2\ \text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ [1 - \text{Cos}\ \delta].$$

Dieser letztere Strahl kommt bei der Untersuchung einzig in Betracht [2]. Wenn man homogenes (rothes, gelbes, grünes etc.) Licht anwendet, dessen Strahlen die gleiche Oscillationsdauer und in einem Medium von gleicher Aetherdich-

---

(1) Diese Formeln gelten nicht bloss für den besondern in der Construction gegebenen Fall, sondern für alle Stellungen der Schwingungsebenen also für alle Werthe von ε. Es ist sogleich deutlich, dass, wenn ε zwischen 0 und 90° ändert, alle Ausdrücke dieselbe Form behalten. Wenn aber $\varepsilon > 90^0$, so werden die Cosinus negativ, indess die Sinus positiv bleiben. In Fig. 26 ist der Winkel zwischen der Abszissenaxe B B, und der langsamern Fortpflanzungsebene CC, grösser als ein rechter ($\varepsilon > 90^0$). $rc = ra\,.\,\text{Cos}\,(\varepsilon - 90^0) = ra\,.\,\text{Sin}\,\varepsilon$ und $rd = ra\,.\,\text{Sin}\,(\varepsilon - 90^0) = ra\,.\,\text{Cos}\,\varepsilon$. Ferner $re = rc\,.\,\text{Cos}\,(\varepsilon - 90^0) = ra\,.\,\text{Sin}^2\varepsilon$; $rg = rc\,.\,\text{Cos}\,(180^0 - \varepsilon) = -\,rc\,.\,\text{Cos}\,\varepsilon = -\,ra\,.\,\text{Sin}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\varepsilon$; $rf = rd\,.\,\text{Sin}\,(\varepsilon - 90^0) = ra\,.\,\text{Cos}^2\varepsilon$; $rh = rd\,.\,\text{Cos}\,(\varepsilon - 90^0) = -\,ra\,.\,\text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Sin}\,\varepsilon$. Die Phase von $re = \varphi\,(re) = \alpha + \delta$ und $\varphi\,(rf) = \alpha$; Phasenunterschied $= \delta$. Ferner $\varphi\,(rg) = \alpha + \delta \pm 180^0$ und $\varphi\,(rh) = \alpha$ (wenn der Nullpunkt der Schwingungen in B angenommen wird); demnach die Differenz $= \delta + 180^0$. Daraus folgt

$$K^2 = a^2\text{Sin}^4\varepsilon + a^2\text{Cos}^4\varepsilon + 2\ a^2\text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ \text{Cos}\ \delta \text{ und}$$

$$J^2 = 2\ a^2\,\text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon - 2\ a^2\,\text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ \text{Cos}\ \delta \text{ oder}$$

$$J^2 = 2\ a^2\,\text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ (1 - \text{Cos}\ \delta),$$

Diese Ausdrücke sind die nämlichen wie die oben gefundenen, und da es keine andere Stellung der Schwingungsebenen mehr gibt, so kommt ihnen allgemeine Gültigkeit zu.

(2) Mit dem andern Strahl zusammen kommt er dem ursprünglichen Strahl gleich. Die Intensität des letztern ist a^2 (wenn die Constante weggelassen wird). Die Intensität der beiden Strahlen im gewöhnlichen und im complementären Bild des Analysators ist $K^2 = a^2\,\text{Sin}^4\varepsilon + a^2\text{Cos}^4\varepsilon + 2\,a^2\text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ \text{Cos}\,\delta$ und $J^2 = 2\ a^2\text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon - 2\ a^2\text{Sin}^2\varepsilon\ \text{Cos}^2\varepsilon\ \text{Cos}\,\delta$. Die Summe gibt $a^2\ (\text{Sin}^2\varepsilon + \text{Cos}^2\varepsilon)^2 = a^2$.

Dreht man den Analysator um 90°, so dass seine Schwingungsebene, statt mit der des Polarisators sich zu kreuzen, derselben parallel wird, so gibt die zweite Formel die Lichtintensität des gewöhnlichen Bildes, während der durch die erste Intensitätsformel gemessene Strahl verloren geht oder in das complementäre Bild fällt.

tigkeit die nämliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzen, so hat man nach der eben abgeleiteten Formel folgende Erscheinungen. Ist $\delta = 0$, d. h. befinden sich die beiden rechtwinklig zu einander polarisirten Strahlen bei ihrem Austritt aus dem doppelbrechenden Object in gleichen Phasen, so wird $\cos\delta = 1$ und der ganze Ausdruck 0, d. h. das Object erscheint, wenn man es um seine Axe dreht, in jeder Lage dunkel, als ob es aus einer isotropen Substanz bestände. Wir werden sogleich sehen, dass es für jeden doppelbrechenden Körper eine Reihe von successiven Dicken gibt, bei welchen die beiden Strahlen in gleichen Phasen heraustreten; in allen diesen Fällen wird er sich bei Anwendung von homogenem Licht wie eine Substanz von einfacher Brechung verhalten.

Hat dagegen δ einen bestimmten Werth, befinden sich also die beiden Strahlen in verschiedenen Phasen, so gibt der Ausdruck $1 - \cos\delta$ immer einen Werth, der grösser als 0 und kleiner als 1 ist. Das Object ist also mehr oder weniger erleuchtet, vorausgesetzt, dass seine Schwingungsebenen nicht mit denen der beiden Prismen zusammenfallen. Dreht man es um seine Axe, so verändert sich die Helligkeit; der Grad derselben wird durch den Ausdruck $\sin^2\varepsilon \cos^2\varepsilon$ bedingt. Dieser Ausdruck wird 0, wenn $\varepsilon = 0^0$ oder $= 90^0$ oder $= 180^0$ oder $= 270^0$ ist; es sind dies eben die Stellungen, wo das Object mit den beiden Prismen die gleichen Oscillationsebenen hat. Jener Ausdruck nimmt seinen grössten Werth an, wenn $\varepsilon = 45^0$ oder $= 135^0$ oder $= 225^0$ oder $= 315^0$, d. h. wenn die Schwingungsebenen des Objectes zu denen der beiden Prismen eine diagonale Stellung einnehmen.

b. Veränderung der Lichtintensität bei verschiedener Dicke des Körpers oder in einem Keil.

Auf die Intensität des im Polarisationsmicroscop von homogenem Licht beleuchteten doppelbrechenden Körpers hat aber nicht bloss die Stellung seiner Schwingungsebenen, sondern auch seine Dicke Einfluss, weil die Weglänge den Phasenunterschied und somit die Interferenz bedingt, welche im Allgemeinen immer zwischen den beiden Gruppen von polarisirten Strahlen eintreten muss. — Die zwei senkrecht zu einander polarisirten Componenten, in welche ein Lichtstrahl in einem doppelbrechenden Körper sich spaltet, pflanzen sich mit ungleicher Schnelligkeit fort; die schwächer gebrochene eilt der stärker gebrochenen voraus (Pag. 11). Der schnellere Strahl hat längere, der langsamere kürzere Wellen; und zwar steht die Wellenlänge im direkten Verhältniss zur Geschwindigkeit. Denn $L = TV$, wenn L die Wellenlänge, V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtstrahls und T die für diesen Fall constante Oscillationsdauer bezeichnet. Beim Eintritt in die doppelbrechende Substanz haben die zwei Strahlen, in die sich ein Strahl theilt, natürlich die nämliche Schwingungsphase. Wegen der Ungleichheit der Wellenlängen befinden sie sich aber beim Austritt in ungleichen Phasen. Gesetzt der schnellere Strahl brauche $4^1/_3$, der langsamere $4^3/_4$ Wellenlängen, um einen doppelbrechenden Körper von einer bestimmten Dicke zu durchlaufen, so werden sie beim Austritt, sie mögen in irgend einer Phase eingetreten sein, im-

mer um $^5/_{12}$ Wellenlängen oder was das Nämliche ist um $^5/_{12}$ einer ganzen Schwingung von einander differiren. Den gleichen Phasenunterschied werden sie aber auch zeigen, wenn der eine $3^1/_3$, der andere $5^3/_4$ oder $6^3/_4$ Wellenlängen nöthig hätte.

Es geschieht nun zuweilen, dass die Componenten des nämlichen Strahls, häufig aber dass diejenigen von verschiedenen Strahlen mit einander interferiren. Da in beiden Fällen der Effect der nämliche ist, so müssen wir nicht nur annehmen, dass das natürliche Licht, welches von der nämlichen Lichtquelle herkommt, keine Seitlichkeit habe, sondern auch dass die dem gleichen Lichtbüschel angehörenden Strahlen von gleicher Intensität seien und in der gleichen Wellenebene sich in der nämlichen Schwingungsphase befinden.

In Fig. 31 sind a a und b b die Flächen des doppelbrechenden Körpers, auf welchen ein Lichtbüschel senkrecht auffällt; cf, dg, eh sind drei unter einander parallele Strahlen desselben. Ist der Körper einaxig und seine Axe nicht parallel der Fläche bb, was ich hier annehmen will, so theilt sich jeder Strahl in 2 polarisirte Componenten (cf in fm und fi, dg in gn und gk, eh in ho und hl), von denen die ordentliche in gerader Richtung sich fortsetzt (cfm, dgn und eho). Die ausserordentliche Componente dagegen (fi, gk, hl) wird gebrochen und verlässt den Körper in paralleler Richtung mit dem einfallenden Strahl; diejenige von cf geht von f nach i und von i nach n, ebenso sind gko und hlp die extraordinären Componenten von dg und eh. Es treten also in i, in k und so auf jedem andern Punkt der Oberfläche 2 Strahlen, ein ordentlicher und ein ausserordentlicher, heraus, welche ungleiche Weglängen in dem doppelbrechenden Körper und mit ungleicher Geschwindigkeit zurückgelegt haben und daher auch, da die Strahlen vor dem Eintritt in gleichen Phasen sich befanden, jetzt ungleiche Phasen zeigen müssen. — Ist der Körper zweiaxig und liegt keine seiner Elastizitätsaxen horizontal, so werden die beiden polarisirten Componenten eines Elementarstrahls gebrochen; im Uebrigen ist das Resultat das nämliche. — Haben dagegen im einaxigen Körper die optische Axe oder im zweiaxigen zwei der Elasticitätsaxen eine zum einfallenden Strahl rechtwinklige Lage, so setzen beide Componenten die Richtung des letztern fort, treten an dem nämlichen Punkte heraus und fallen auf ihrem weitern Wege der Richtung nach zusammen.

In Fig. 30 sind aa und bb wieder die parallelen Grenzflächen eines anisotropen Körpers, auf welchen ein Lichtbündel, dem die beiden parallelen Strahlen cf und dg angehören, schief auffällt. cf spaltet sich in fh und fi, welche nach ihrem Austritte als hm und in wieder parallel laufen. dg theilt sich in gi und gk, welche als in und ko heraustreten. In in treffen also gi die stärker gebrochene Componente von dg, und fi die schwächer gebrochene von cf zusammen. Da die beiden Strahlen, von denen sie herstammen, in ihren Schwingungen übereinstimmen, so befinden sie sich, wenn ef eine Senkrechte auf dg ist, in e und f in der nämlichen Phase. Der eine Strahl durchläuft nun bis i den kürzern Weg fi, der andere den längern egi; der letztere, der überdem als der stärker gebrochene der langsamere ist, wird also durch den längern Weg noch mehr verzögert und

in Folge dessen der Phasenunterschied der beiden in der Richtung in zusammentreffenden Strahlen erhöht.

Wenn demnach die Strahlen eines von einer entfernten Quelle herkommenden Lichtbündels, die desswegen als parallel laufend angenommen werden können, durch einen doppelbrechenden Körper gehn, so treten an jedem Punkte desselben 2 gleichlaufende Strahlen heraus, die senkrecht zu einander polarisirt sind, und die, im analysirenden Prisma auf die gleiche Schwingungsebene übertragen, mit einander interferiren. Entweder sind es die Componenten des nämlichen Strahls, oder dann zweier Strahlen, die sich vor dem Eintritte in der gleichen Phase befinden, und die nämliche Stärke besitzen[1]). Die Vibrationsintensität der aus der Interferenz resultirenden Strahlen hängt von der Intensität der interferirenden Componenten und von dem erlangten Phasenunterschied ab. Der letztere wird bedingt durch die Brechbarkeit der Substanz und in der gleichen Substanz durch die Mächtigkeit derselben, d. h. durch die Länge des Weges. Da die Strahlen, welche einen doppelbrechenden Körper in den beiden rechtwinklig sich kreuzenden Schwingungsebenen durchlaufen, ungleiche Wellenlängen haben, so muss ihr Phasenunterschied mit der zunehmenden Dicke desselben wachsen. Das Object hat bei Anwendung von homogenem Licht je nach seiner Dicke eine verschieden starke Erleuchtung. Eine keilförmig geschliffene Crystallsplatte, welche zwischen die beiden Prismen gebracht wird, zeigt abwechselnd helle und dunkle Streifen (Fig. 18, C) und zwar am deutlichsten bei diagonaler Stellung, weil dann die grösste Erhellung möglich ist.

Fig. 18 A stellt einen solchen Keil dar; in m ist die Dicke Null und für die beiden Strahlen besteht kein Unterschied; in n ist der langsamer sich fortpflanzende Strahl dem schnelleren um $^1/_2$ Wellenlänge vorausgeeilt, in o, p, q, r und s um 1, $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$ und 3 Wellenlängen. Es versteht sich, dass die Dicke der Platte an den bezeichneten Stellen die nämlichen Verhältnisse zeigt, dass sie z. B. in s 3 mal so dick ist als in o, $1^1/_2$ so dick als in q u. s. w. Die Lichtintensität, die jeder einzelne Punkt der keilförmigen Platte gibt, ist (Pag. 32)

$$J^2 = 2a^2 \operatorname{Sin}^2\varepsilon \operatorname{Cos}^2\varepsilon\, [1 - \operatorname{Cos} \delta].$$

Bei der angegebenen diagonalen Stellung ist $\operatorname{Sin}^2 \varepsilon = \operatorname{Cos}^2 \varepsilon = {}^1/_2$; und man hat somit für die Lichtintensität $^1/_2\, a^2\, [1 - \operatorname{Cos} \delta]$, oder, wenn man die jedesmalige Dicke der Platte = D, und die Dicke derselben in o, wo der eine Strahl den andern um eine ganze Wellenlänge überholt hat, = d setzt,

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\, a^2\, [1 - \operatorname{Cos} \frac{D \cdot 360^0}{d}].$$

In dieser Formel ist für die nämliche keilförmige Platte D variabel. An den-

(1) Die Strahlen jedes Lichtbündels, welches vom Spiegel in das untere Polarisationsprisma eintritt, haben, als von der gleichen Lichtquelle kommend, die gleiche Intensität. Da sie keine Seitlichkeit rücksichtlich ihrer Schwingungsrichtungen zeigen, so liefern sie bei der Uebertragung auf die Schwingungsebene des Polarisators je zwei Componenten von gleicher Stärke, und wir können demnach annehmen, dass jedes aus dem Prisma ins Gesichtsfeld kommende Lichtbüschel aus Strahlen von gleicher Intensität zusammengesetzt ist.

jenigen Stellen, wo dasselbe = 0, 1 d, 2 d, 3 d u. s. w., wird der ganze Ausdruck Null, und die Platte erscheint dunkel (in m, o, q, s). An denjenigen Stellen, wo D = $\frac{1}{2}$ d, $1\frac{1}{2}$ d, $2\frac{1}{2}$ d etc., erhält der Ausdruck seinen höchsten Werth, nämlich $\frac{1}{2}$ a^2 (in n, p, r); sie zeigen die halbe Helligkeit des von dem Polarisator kommenden Lichtes, während die andere Hälfte der Lichtmenge durch Interferenz in der andern Schwingungsebene des Analysators sich vollständig vernichtet. In Fig. 18 B ist die Intensitätscurve für homogenes Licht dargestellt, wie sie dem nebenstehenden Keil entspricht. Fig. 18 C zeigt die keilförmige Platte von der Fläche.

Was hier von den verschieden dicken Stellen einer keilförmigen Platte ausgesagt wurde, das gilt auch für verschiedene Platten von ungleicher Dicke desselben Crystalls. Dabei wird natürlich vorausgesetzt, dass alle übrigen Verhältnisse sich gleich bleiben, d. h. dass die Flächen die gleiche Neigung zu den optischen Axen zeigen und die homologen Schwingungsebenen die gleichen Winkel mit den beiden Prismen bilden.

V. Zwei übereinander liegende anisotrope crystallähnliche Körper, mit homogenem Lichte beobachtet.

Legt man zwei doppelbrechende Körper über einander und beobachtet man dieselben mit homogenem Lichte, so wird die Intensität des Bildes bedingt durch die Phasen, in welchen die beiden Strahlen den einen und andern Körper verlassen und durch die Winkel, welche ihre Schwingungsebenen unter einander und mit denen der beiden Prismen bilden. Die allgemeine Behandlung dieses Problems hat für unsere Zwecke keinen Werth; dagegen sind einige specielle Fälle von Wichtigkeit. — Wenn die beiden doppelbrechenden Körper so über einander liegen, dass die homologen Schwingungsebenen zusammen treffen, so wird der Phasenunterschied der in den beiden Ebenen schwingenden Strahlen erhöht; er ist gleich der Summe der Gangunterschiede, den der eine und der andere Körper für sich allein geben würde. Zwei Platten des nämlichen Crystalls wirken wie eine einzige Platte, welche die Dicke jener beiden hat. Die Lichtintensität, welche ein homogener Strahl mit dem ersten und mit dem zweiten Körper allein gibt, ist $J_{,}^2 = 2\,a \operatorname{Sin}^2 \varepsilon \operatorname{Cos}^2 \varepsilon\,(1 - \operatorname{Cos} \delta_{,})$ und $J_{,,}^2 = 2\,a \operatorname{Sin}^2 \varepsilon \operatorname{Cos}^2 \varepsilon\,(1 - \operatorname{Cos} \delta_{,,})$.

Die Intensität, welche beide Körper über einander gelegt geben, ist

$$J^2 = 2\,a \operatorname{Sin}^2 \varepsilon \operatorname{Cos}^2 \varepsilon\,[1 - \operatorname{Cos}(\delta_{,} + \delta_{,,})]$$

Liegen hingegen die beiden doppelbrechenden Objecte so auf einander, dass die heterologen Schwingungsebenen sich entsprechen, so wird der Phasenunterschied vermindert. Die Componente eines homogenen Strahls, die sich im ersten Körper schneller fortpflanzt, wird im zweiten verlangsamt; und umgekehrt wird die im ersten Körper langsamere Componente im zweiten beschleunigt. Der Phasenunterschied ist die Differenz der Gangunterschiede des einen und andern Ob-

jectes; zwei Platten des nämlichen Crystalls wirken wie eine einzige, die bloss die Mächtigkeit der Dickendifferenz hat. Die Intensität eines Lichtstrahls ist

$$J^2 = 2\,a\,\mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\,[1 - \mathrm{Cos}\,(\delta_, - \delta_{,,})].$$

a) Bestimmung der Lichtintensität, welche zwei gleiche Körper geben.

Ein besonderer Fall ist ferner der, dass 2 doppelbrechende Körper von ganz gleicher Natur und gleicher Dicke mit verschiedenen Winkeln der Schwingungsebenen über einander liegen. Es ist die Frage, bei welcher Stellung zu den beiden Prismen (Polarisator und Analysator) die Beleuchtung am intensivsten ist. In Fig. 36 ist r der senkrecht sich fortpflanzende Strahl, der von dem Polarisator kommt und in der Ebene A A, schwingt, mit der Oscillationsweite ra. In dem ersten doppelbrechenden Körper wird er auf dessen Schwingungsebenen C C, und D D,, welche um den Winkel ε von denen der Polarisationsprismen abstehen, übertragen. Die beiden Componenten haben die Oscillationsweiten $rc = ra\,.\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon$ und $rd = ra\,.\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon$. Beim Eintritt befinden sie sich natürlich in der nämlichen Phase; nachdem sie durch den Körper hindurch gegangen sind, haben sie den Phasenunterschied δ erreicht, indem der in C C, schwingende langsamer sich fortpflanzende und mit kürzern Wellen begabte Strahl dem andern um diese Grösse vorausgeeilt ist. Sie treffen nun die zweite doppelbrechende Substanz mit den Schwingungsebenen F F, und G G, an, welche um den Winkel η von C C, und D D, entfernt sind. Es wird also jeder Strahl wieder in zwei Componenten zerlegt, rc in re und rg, rd in rf und rh. Beim Eintritt in die Schwingungsebene F F, interferiren re und rf, in G G, dagegen rh und rg. Die Vibrationsintensität (J,) des resultirenden, in F F, schwingenden Strahls $= \sqrt{(re)^2 + (rf)^2 + 2\,re\,.\,rf\,.\,\mathrm{Cos}\,\delta}$. $re = rc\,.\,\mathrm{Cos}\,\eta = ra\,.\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\eta$; $rf = rd\,.\,\mathrm{Sin}\,\eta = ra\,.\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta$. Man hat also, wenn man zugleich statt der Oscillationsweite ra die Vibrationsintensität a setzt,

$$J_, = \sqrt{a^2\,\mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}^2\,\eta + a^2\,\mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\ \mathrm{Sin}^2\,\eta + 2\,a^2\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,\delta}.$$

Die Vibrationsintensität (J,,) des resultirenden in G G, schwingenden Strahls $= \sqrt{(rg)^2 + (rh)^2 - 2\,.\,rg\,.\,rh\,.\,\mathrm{Cos}\,\delta}$; der Phasenunterschied ist durch die Uebertragung hier $\delta + 180^0$ geworden (Pag 25 Anm.). $rg = rc\,.\,\mathrm{Sin}\,\eta = ra\,.\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,\eta$ und $rh = rd\,.\,\mathrm{Cos}\,\eta = ra\,.\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\eta$. Also

$$J_{,,} = \sqrt{a^2\ \mathrm{Sin}^2\ \varepsilon\ \mathrm{Sin}^2\ \eta + a^2\ \mathrm{Cos}^2\ \varepsilon\ \mathrm{Cos}^2\ \eta - 2\,a^2\ \mathrm{Sin}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\delta}.$$

Die beiden Strahlen J, nnd J,, gehen durch den zweiten doppelbrechenden Körper hindurch und werden im obern Prisma analysirt; der in der Ebene F F, schwingende pflanzt sich langsamer fort und hat kürzere Wellen. Der Phasenunterschied, der zwischen ihnen beim Eintritt in den zweiten Körper besteht, lässt sich aus den Vibrationsintensitäten und aus dem Gangunterschied δ berechnen. Es versteht sich, dass die beiden Componenten re und rg in der gleichen Phase

sich befinden wie re. Der Phasenunterschied zwischen dem aus der Interferenz von re und rf resultirenden Strahl und dem ersten interferirenden Strahl (re) sei γ, so ist (Pag. 22)

$$\text{Sin}\,\gamma = \frac{\text{rf}\,.\,\text{Sin}\,\delta}{J_,} = \frac{\text{a Cos}\,\varepsilon\ \text{Sin}\,\eta\ \text{Sin}\,\delta}{J_,} \text{ und}$$

$$\text{Cos}\,\gamma = \frac{\text{re} + \text{rf}\,.\,\text{Cos}\,\delta}{J_,} = \frac{\text{a Sin}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta + \text{a Cos}\,\varepsilon\ \text{Sin}\,\eta\ \text{Cos}\,\delta}{J_,}$$

Der Phasenunterschied zwischen dem aus rg und rh resultirenden Strahl und dem ersten interferirenden Strahl (rg) sei ϑ, so ist

$$\text{Sin}\,\vartheta = \frac{-\text{rh}\,.\,\text{Sin}\,\delta}{J_{,,}} = \frac{-\text{a Cos}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Sin}\,\delta}{J_{,,}}$$

$$\text{Cos}\,\vartheta = \frac{\text{rg} - \text{rh}\,.\,\text{Cos}\,\delta}{J_{,,}} = \frac{\text{a Sin}\,\varepsilon\ \text{Sin}\,\eta - \text{a Cos}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Cos}\,\delta}{J_{,,}}$$

Es sei nun die Phase des Strahls rd in dem Moment, wo er als Componente rf in F F, eintritt, $= \chi$, so sind die Phasen von re und rg der beiden Componenten von re, beim Eintritt in F F, und G G, $= \chi + \delta$, und die Phase von rh $= \chi \pm 180^0$ (sie wäre wie die von rf $= \chi$ und würde von rg um δ abweichen, wenn nicht bei der Uebertragung ihre Differenz um $\pm$ 180° sich geändert hätte). Die Phase des resultirenden Strahls $J_,$ sei $= \varkappa$, die von $J_{,,} = \lambda$; so ist $\chi + \delta - \varkappa = \gamma$ und somit $\varkappa = \chi + \delta - \gamma$, ferner $\chi + \delta - \lambda = \vartheta$ und $\lambda = \chi + \delta - \vartheta$, — beides in Betracht, dass γ und ϑ mit Rücksicht auf re und rg bestimmt wurden. Es ist also der Phasenunterschied von $J_,$ und $J_{,,} = \varkappa - \lambda = \vartheta - \delta$.

Wenn die beiden Strahlen $J_,$ und $J_{,,}$, welche in den Schwingungsebenen des zweiten Körpers durch Interferenz entstehen und mit einem Gangunterschied $\vartheta - \gamma$ beginnen, durch denselben hindurch gegangen sind, so hat sich ihr Phasenunterschied um δ gesteigert und beträgt somit $\vartheta - \gamma + \delta$. Ich habe angenommen, dass der langsamer sich fortpflanzende Strahl, welcher mehr und kürzere Wellen macht, im ersten Körper in C C,, im zweiten in F F, schwingt. Würde in F F, der schnellere Strahl oscilliren, so betrüge der Gangunterschied zulezt $\vartheta - \gamma - \delta$.

Endlich werden die beiden Strahlen $J_,$ und $J_{,,}$, welche aus dem zweiten doppelbrechenden Körper heraustreten, auf die Schwingungsebenen A A, und B B, des obern Prisma's übertragen und dabei jeder wieder in zwei Componenten zerlegt. $J_,$ (von F F, herkommend) hat auf B B, die Componente $J_,\ \text{Cos}\ (\varepsilon + \eta)$, auf A A, die Componente $J_,\ \text{Cos}\ (90^0 - \varepsilon - \eta) = J_,\ \text{Sin}\ (\varepsilon + \eta)$. $J_{,,}$ (von G G, herstammend) erscheint auf A A, als $J_{,,}\ \text{Cos}\ (\varepsilon + \eta)$, auf B B, als $J_{,,}\ \text{Cos}\ (90^0 - \varepsilon - \eta) = J_{,,}\ \text{Sin}\ (\varepsilon + \eta)$. Der aus den beiden in B B, interferirenden Strahlen resultirende Strahl hat die Vibrationsintensität

$$J = \sqrt{J_,^2\ \text{Cos}^2\,(\varepsilon + \eta) + J_{,,}^2\ \text{Sin}^2\,(\varepsilon + \eta) + 2\,J_,J_{,,}\,\text{Sin}\,(\varepsilon + \eta)\ \text{Cos}\,(\varepsilon + \eta)\ \text{Cos}\,(\vartheta - \gamma + \delta)}$$

Der resultirende Strahl in $A A_,$ dagegen hat die Vibrationsintensität

$$K = \sqrt{J_,^2 \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) + J_{,,}^2 \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta) - 2 J_, J_{,,} \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta)}.$$

Es bedarf noch einer Erörterung, warum der dritte Ausdruck unter dem Wurzelzeichen bei J positiv, bei K negativ ist. Offenbar haben in der Construktion (Fig. 36) die Componenten $J_,$ und $J_{,,}$ in der Ebene $A A_,$ die gleiche, in der Ebene $B B_,$ die entgegengesetzte Richtung; und man sollte daher auf den ersten Blick eher die umgekehrten Zeichen erwarten. Es ist aber zu bemerken, dass bei der Bestimmung der Phasendifferenz zwischen $J_,$ und $J_{,,}$ die Nullpunkte der Phasen von re, rf und $J_,$ auf der Seite von F und diejenigen der Strahlen rg, rh und $J_{,,}$ auf der Seite von G, angenommen wurden; denn rh erhielt mit Beziehung darauf die Phase $\varphi + 180^0$, re und rg die Phasen $\varphi + \delta$. Wenn nun $J_,$ und $J_{,,}$ auf $B B_,$ übertragen werden, so fallen die Nullpunkte ihrer Phasen (von F und G, auf die nämliche Seite (B) und ihr Phasenunterschied, der als $\vartheta - \gamma + \delta$ bestimmt wurde, bleibt unverändert. Bei der Uebertragung auf $A A_,$ hingegen, trifft der Nullpunkt der Phase des Strahles $J_,$ von G, auf die Seite von $A_,$, derjenige der Phase von $J_{,,}$ auf die Seite von A; die Phasendifferenz wird um 180^0 geändert. Man hat daher in der Formel für J den Faktor $\operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta)$ in der Formel für K den Faktor $\operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta + 180^0)$ oder $-\operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta)$. Die Annahme der Phasennullpunkte ist willkürlich; eine andere Annahme verändert das Resultat nicht [1].

Es beträgt also die Lichtintensität, welche aus der Schwingungsebene $B B_,$ in das Auge des Beobachters gelangt

---

(1) Man könnte den Phasenunterschied γ und ϑ aber auch mit Rücksicht auf die zweiten (statt der ersten) der beiden interferirenden Componenten bestimmen. Es wäre dann $\gamma = \varkappa - \varphi$ und $\vartheta = \lambda - \varphi \pm 180^0$; und $\varkappa - \lambda = \gamma - \vartheta \pm 180^0$, wenn die Nullpunkte für die Phasen von rg, rh und $J_{,,}$ immer auf der Seite von G, die von re, rf und $J_,$ auf der Seite von F liegen. Bei der Uebertragung fallen die Nullpunkte für die Componenten von $J_,$ und $J_{,,}$ in $B B_,$ wieder auf die nämliche, in $A A_,$ auf die opponirten Seiten und der Phasenunterschied von $J_,$ und $J_{,,}$ bleibt auf $B B_, = \gamma - \vartheta \pm 180^0$, auf $A A_,$ wird er $= \gamma - \vartheta \pm 180^0 \pm 180^0 = \gamma - \vartheta$. Wir haben also auf diesem Wege

$$J = \sqrt{J_,^2 \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) + J_{,,}^2 \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta) - 2 J_, J_{,,} \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta)}$$

$$K = \sqrt{J_,^2 \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta) + J_{,,}^2 \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) + 2 J_, J_{,,} \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta)}.$$

Hier haben aber ϑ und γ andere Werthe als in den oben entwickelten Formeln. Es ist nämlich $\operatorname{Sin} \gamma = \frac{re . \operatorname{Sin} \delta}{J_,} = \frac{a \operatorname{Sin} \varepsilon \operatorname{Cos} \eta \operatorname{Cos} \delta}{J_,}$ und $\operatorname{Cos} \gamma = \frac{rf + re . \operatorname{Cos} \delta}{J_,}$ $= \frac{a \operatorname{Cos} \varepsilon \operatorname{Sin} \eta + a \operatorname{Sin} \varepsilon \operatorname{Cos} \eta \operatorname{Cos} \delta}{J_,}$; ferner $\operatorname{Sin} \vartheta = \frac{- rg . \operatorname{Sin} \delta}{J_{,,}} = \frac{- a \operatorname{Sin} \varepsilon \operatorname{Sin} \eta \operatorname{Sin} \delta}{J_{,,}}$ und $\operatorname{Cos} \vartheta = \frac{rh - rg . \operatorname{Cos} \delta}{J_{,,}} = \frac{a \operatorname{Cos} \varepsilon \operatorname{Cos} \eta - a \operatorname{Sin} \varepsilon \operatorname{Sin} \eta \operatorname{Cos} \delta}{J_{,,}}$. Es versteht sich, dass J und K, auf diesem Wege berechnet, die gleichen Grössen nur in einer andern Form zeigen. Die Zeichen vor dem dritten Ausdruck unter dem Wurzelzeichen sind die entgegengesetzten geworden; aber auch die Werthe, durch welche ϑ und γ bestimmt werden, haben gewechselt.

$$J^2 = J_,^2 \mathrm{Cos}^2(\varepsilon + \eta) + J_{,,}^2 \mathrm{Sin}^2(\varepsilon + \eta)$$
$$+ 2 J_, J_{,,} \mathrm{Sin}(\varepsilon + \eta) \mathrm{Cos}(\varepsilon + \eta) \mathrm{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta).$$

$\mathrm{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta) = \mathrm{Cos}\,\gamma\ \mathrm{Cos}\,\vartheta\ \mathrm{Cos}\,\delta + \mathrm{Sin}\,\gamma\ \mathrm{Sin}\,\vartheta\ \mathrm{Cos}\,\delta - \mathrm{Cos}\,\gamma\ \mathrm{Sin}\,\vartheta\ \mathrm{Sin}\,\delta + \mathrm{Sin}\,\gamma\ \mathrm{Cos}\,\vartheta\ \mathrm{Sin}\,\delta$. Wenn man für $J_,$ und $J_{,,}$, für $\mathrm{Sin}\,\gamma$, $\mathrm{Cos}\,\gamma$, $\mathrm{Sin}\,\vartheta$ und $\mathrm{Cos}\,\vartheta$ die Werthe (Pag. 37, 38) einsetzt, so hat man für die Lichtintensität

$$J^2 = \left\{ \mathrm{Sin}^2\varepsilon\, \mathrm{Cos}^2\eta + \mathrm{Cos}^2\varepsilon\, \mathrm{Sin}^2\eta + 2\, \mathrm{Sin}\,\varepsilon\, \mathrm{Cos}\,\varepsilon\, \mathrm{Sin}\,\eta\, \mathrm{Cos}\,\eta\, \mathrm{Cos}\,\delta \right\} \mathrm{Cos}^2(\varepsilon + \eta)$$
$$+ \left\{ \mathrm{Sin}^2\varepsilon\, \mathrm{Sin}^2\eta + \mathrm{Cos}^2\varepsilon\, \mathrm{Cos}^2\eta - 2\, \mathrm{Sin}\,\varepsilon\, \mathrm{Cos}\,\varepsilon\, \mathrm{Sin}\,\eta\, \mathrm{Cos}\,\eta\, \mathrm{Cos}\,\delta \right\} \mathrm{Sin}^2(\varepsilon + \eta)$$
$$+ 2 \left\{ \mathrm{Sin}^2\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\delta + \mathrm{Sin}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Sin}^2\eta\ \mathrm{Cos}^2\delta \right.$$
$$- \mathrm{Sin}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}^2\eta\ \mathrm{Cos}^2\delta - \mathrm{Cos}^2\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\eta\ \mathrm{Cos}^3\delta$$
$$- \mathrm{Cos}^2\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\eta\, \mathrm{Sin}^2\delta\ \mathrm{Cos}\,\delta + \mathrm{Sin}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}^2\eta\ \mathrm{Sin}^2\delta$$
$$+ \mathrm{Cos}^2\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\eta\ \mathrm{Sin}^2\delta\ \mathrm{Cos}\,\delta + \mathrm{Sin}\,\varepsilon\ \mathrm{Cos}\,\varepsilon\ \mathrm{Sin}^2\eta\ \mathrm{Sin}^2\delta$$
$$\left. - \mathrm{Cos}^2\varepsilon\ \mathrm{Sin}\,\eta\ \mathrm{Cos}\,\eta\ \mathrm{Sin}^2\delta\ \mathrm{Cos}\,\delta \right\} \mathrm{Sin}(\varepsilon + \eta)\, \mathrm{Cos}(\varepsilon + \eta).$$

Dieser ganze Ausdruck lässt sich auf folgenden reduciren. [1]

---

(1) Ich lasse die Ausführung der weitläufigen Reduction als eine rein mathematische Operation weg.

Ich habe bei Berechnung der Lichtintensität angenommen, dass die aus den Schwingungsebenen des ersten Körpers (Fig. 36, C C, und D D,) in den zweiten (in F F, und G G,) eintretenden Strahlen daselbst interferiren, dass somit aus den 4 Componenten 2 Strahlen resultiren, welche mit einem gewissen Phasenunterschied beginnen, denselben um δ vermehren und schliesslich auf die Schwingungsebene des analysirenden Prisma's übertragen interferiren. Die Rechnung folgt auf diesem Wege dem Prozesse, der in Wirklichkeit statt hat, Schritt für Schritt. Wir können, ohne das mechanische Problem zu alteriren, auch jeden Strahl gesondert bis in das obere Prisma verfolgen und dort erst die Interferenzen eintreten lassen. Die Rechnung wird etwas einfacher; das Resultat muss das nämliche sein. Bei dieser Betrachtungsweise lassen wir also den vom polarisirenden Nicol kommenden Strahl ra (Fig. 36) sich beim Eintritt in die Schwingungsebenen des ersten Körpers in die Strahlen rc und rd, diese letztern beim Eintritt in den zweiten Körper einerseits in re und rg, anderseits in rf und rh theilen; endlich werden im analysirenden Prisma re in ri und rn, rf in rk und ro, rg in rl und rp und rh in rm und rq zerlegt.

Es gelangen also auf die Schwingungsebene A A, des Analysators die 4 Componenten ro, rq, rn und rp, auf die Schwingungsebene B B, die 4 Componenten rk, rl, ri und rm. Halten wir uns vorläufig an die letztern. Um sie interferiren zu lassen und den aus ihnen resultirenden Strahl zu bestimmen, müssen zuerst ihre Phasen festgestellt werden. Beim Eintritt in die Schwingungsebenen C C, und D D, befinden sich rc und rd in der nämlichen Phase; beim Austritt besteht zwischen ihnen ein Phasenunterschied $= \delta$, indem rc um so viel vorausgeeilt ist. Wenn also rd χ Wellenlängen durchlaufen hat, so kommt auf rc die Zahl von $\chi + \delta$ Wellenlängen; oder φ (rd) d. h. die Phase von rd $= \chi$ und φ (rc) $= \chi + \delta$. Nehmen wir den Ausgangspunkt der Schwingungen in der Ebene A A, auf der Seite von A an, so wird er sich für C C, auf der Seite von C und für D D, auf der Seite von D befinden. re und rg, die beiden Componenten von rc, befinden sich beim Eintritt in das zweite Object in der nämlichen Phase wie der austretende Strahl rc, nämlich in in Phase $\chi + \delta$. re macht in der Ebene F F, wieder $\chi + \delta$, dagegen rg in der Ebene G G, nur χ Wellenlängen, indem sie eine Phasendifferenz von δ erlangen. Beim Austritt ist also die Phase von re oder φ (re) $= 2\chi + 2\delta$ und φ (rg) $= 2\chi +$ d, wenn die Schwingungsnullpunkte, übereinstimmend mit C, für die Ebene F F, auf der Seite von F und für G G, auf der Seite von G, sich befinden.

$J^2 = \frac{1}{2} \sin^2 2\eta (1 - \cos\delta) + \frac{1}{2} \cos^2\eta \sin^2\delta \, [\cos 2\eta - \cos(4\varepsilon + 2\eta)]$

In gleicher Weise lässt sich die Intensität des durch die Schwingungsebene A A, des analysirenden Prisma's aufsteigenden und für das Auge verloren gehenden

---

rf und rh haben beim Eintritt in ihre Ebenen die gleiche Phase wie der austretende Strahl rd, von welchem sie herstammen, nämlich χ; beim Durchgange durch das zweite Object erreichen sie ebenfalls eine Differenz $= \delta$ und beim Austritte ist φ (rf) $= 2\chi + \delta$ und φ (rh) $= 2\chi$, wenn die Ausgangspunkte der Schwingungen, entsprechend D, sich auf der Seite von F und G befinden. Da aber für die Componente rg der Oscillationsnullpunkt bereits auf der Seite von G, angenommen wurde, so muss derselbe auch für rh beibehalten werden, und es ist demnach φ (rf) $= 2\chi +$ d und φ (rh) $= 2\chi + 180^0$

Bei der Uebertragung auf die Schwingungsebene B B, fallen die Nullpunkte von F und von G, übereinstimmend auf die Seite von B, und es verändern sich somit die Phasen der 4 Strahlen nicht Man hat demnach φ (ri) $= \varphi$ (re) $= 2\chi + 2$ d: φ (rl) $= \varphi$ (rg) $= 2\chi + \delta$; φ (rk) $= \varphi$ (rf) $= 2\chi + \delta$; φ (rm) $= \varphi$ (rh) $\pm 180^0 = 2\chi \pm 180^0$. Da es sich nur um die Phasenunterschiede handelt, so kann man überall 2χ weglassen und es ist φ (ri) $= 2\delta$; φ (rl) $= \delta$; φ (rk) $= \delta$; φ (rm) $= \pm 180^0$. Von den 4 Strahlen ist ri durch zwei Ebenen langsamerer Fortpflanzung, rl und rk durch je eine Ebene langsamerer und je eine schnellerer, rm durch 2 Ebenen schnellerer Fortpflanzung gegangen; und ausserdem wurde der letztere Strahl durch die Uebertragung um 180^0 von dem gemeinschaftlichen Ausgangspunkt der drei übrigen entfernt.

Wir können nun nicht alle 4 Strahlen in der Rechnung gleichzeitig interferiren lassen, weil dafür die Formel mangelt; aber wir können sie paarweise in beliebiger Combination vereinigen. Am einfachsten ist es, wenn einerseits die beiden gleichphasigen Componenten (rl und rk) zusammen treten. Die Vibrationsintensität des aus rl und rk resultirenden Strahls ist

$$J_{,} = \sqrt{(rl)^2 + (rk)^2 + 2\,rl.rk}$$

$$= \sqrt{\sin^2\varepsilon \sin^2\eta \sin^2(\varepsilon+\eta) + \cos^2\varepsilon \sin^2\eta \cos^2(\varepsilon+\eta) + 2 \sin\varepsilon \cos\varepsilon \sin^2\eta \sin(\varepsilon+\eta) \cos(\varepsilon+\eta)}.$$

Die Vibrationsintensität der Resultante von ri und rm ist (da der Phasenunterschied $2\delta \pm 180^0$ beträgt):

$$J_{,,} = \sqrt{(ri)^2 + (rm)^2 - 2\,ri.rm.\cos 2\delta}$$

$$= \sqrt{\sin^2\varepsilon \cos^2\eta \cos^2(\varepsilon+\eta) + \cos^2\varepsilon \cos^2\eta \sin^2(\varepsilon+\eta) - 2 \sin\varepsilon \cos\varepsilon \cos^2\eta \sin(\varepsilon+\eta) \cos(\varepsilon+\eta) \cos 2\delta}.$$

Die Phase der Resultante $J_{,}$ ist die nämliche wie die ihrer beiden Componenten, nämlich χ; diejenige des Strahls $J_{,,}$ sei λ. Der Phasenunterschied zwischen $J_{,,}$ und der ersten seiner beiden Componenten (ri) $= \vartheta$, also $\lambda = \chi + \delta - \vartheta$; und $\lambda - \chi$ (der Phasenunterschied zwischen $J_{,}$ und $J_{,,}$) $= \delta - \vartheta$ oder $\vartheta - \delta$. Für ϑ haben wir aber die Formeln

$$\sin\vartheta = \frac{-rm.\sin 2\delta}{J_{,,}} = \frac{-\cos\varepsilon \cos\eta \sin(\varepsilon+\eta) \sin 2\delta}{J_{,,}}$$

$$\cos\vartheta = \frac{ri - rm \cos 2\delta}{J_{,,}} = \frac{\sin\varepsilon \cos\eta \cos(\varepsilon+\eta) - \cos\varepsilon \cos\eta \sin(\varepsilon+\eta) \cos 2\delta}{J_{,,}}.$$

Die Vibrationsintensität des aus $J_{,}$ und $J_{,,}$ resultirenden Strahls beträgt

$$J = \sqrt{J^2_{,} + J^2_{,,} + 2 J_{,} J_{,,} \cos(\delta - \vartheta)}$$

Strahls berechnen. Die auf den Schwingungsebenen $FF_,$ und $GG_,$ (in Fig. 36) interferirenden Strahlen haben die Vibrationsintensitäten $J_,$ und $J_{,,}$. Die Componenten dieser beiden Strahlen, auf der Ebene AA, interferirend, geben eine Resultante mit der Lichtintensität

$$K^2 = J^2_, \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) + J^2_{,,} \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta)$$
$$- 2 J_, J_{,,} \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \delta).$$

Der dritte Ausdruck ist negativ, weil hier der Phasenunterschied $\vartheta - \gamma + \delta \pm 180^0$ beträgt. Die Nullpunkte der Schwingungsphasen von $J_,$ und $J_{,,}$ befinden sich nach der Annahme auf der Seite von F und $G_,$; bei der Uebertragung auf $BB_,$ fallen sie auf die nämliche Seite und der Phasenunterschied wird nicht geändert. Bei der Uebertragung auf $AA_,$ dagegen trifft der Nullpunkt für $J_,$ von der Lage F in die Lage A, derjenige für $J_{,,}$ von $G_,$ nach $A_,$. Auf den Nullpunkt A bezogen ändert $J_{,,}$ seine Phase um 180^0 und der Phasenunterschied wird $\gamma - \vartheta + \delta + 180^0$. Werden für $J_{,,}$, $J_{,,}$, ϑ und γ die Werthe eingeführt und die Reduktion vorgenommen, so erhält man

$$K^2 = 1 - \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\eta (1 - \operatorname{Cos}\delta) - \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}^2 \eta \operatorname{Sin}^2 \delta [\operatorname{Cos} 2\eta - \operatorname{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)]. \text{ [1]}$$

---

und die Lichtintensität

$$J^2 = J_,^2 + J^2_{,,} + 2 J_, J_{,,} \operatorname{Cos}(\delta - \vartheta).$$

Diese Formel wird am leichtesten so umgebildet, dass man für $\operatorname{Cos}(\delta - \vartheta)$ setzt $\operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos}\vartheta + \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Sin}\vartheta$ und dafür sowie für $J_,$ und $J_{,,}$ die Werthe einführt. Man hat dann

$$J^2 = \operatorname{Sin}^2\varepsilon \operatorname{Sin}^2\eta \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) + \operatorname{Cos}^2\varepsilon \operatorname{Sin}^2\eta \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta)$$
$$+ 2 \operatorname{Sin}\varepsilon \operatorname{Cos}\varepsilon \operatorname{Sin}^2\eta \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) + \operatorname{Sin}^2\varepsilon \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta)$$
$$+ \operatorname{Cos}^2\varepsilon \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) - 2 \operatorname{Sin}\varepsilon \operatorname{Cos}\varepsilon \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos} 2\delta$$
$$+ 2 [\operatorname{Sin}\varepsilon \operatorname{Sin}\eta \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) + \operatorname{Cos}\varepsilon \operatorname{Sin}\eta \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta)] [\operatorname{Sin}\varepsilon \operatorname{Cos}\eta \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}\delta$$
$$- \operatorname{Cos}\varepsilon \operatorname{Cos}\eta \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}\delta \operatorname{Cos} 2\delta - \operatorname{Cos}\varepsilon \operatorname{Cos}\eta (\operatorname{Sin}\varepsilon + \eta) \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Sin} 2\delta]$$

Die Reduction ergibt übereinstimmend mit dem oben auf anderm Wege gewonnenen Resultate

$$J^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\eta (1 - \operatorname{Cos}\delta) + \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Sin}^2\delta [\operatorname{Cos} 2\eta - \operatorname{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)].$$

(1) Wenn man die Componenten bis in das obere Prisma gesondert verfolgt, so hat man auf der Schwingungsebene $AA_,$ die Strahlen ro, rq, rn und rp. Wird der Phasennullpunkt auf der Seite von A angenommen und die Phase der Componente ro (welche durch eine Ebene langsamerer und durch eine solche schnellerer Fortpflanzungsgeschwindigkeit gegangen ist) $= \chi$ gesetzt, so ist die Phase von $rq = \chi - \delta$, die von $rn = \chi + \delta$ und die von $rp = \chi + 180^0$. Lässt man nun die Componenten ro und rp, ferner rq und rn interferiren, so beträgt die Vibrationsintensität der Resultante von ro und rp

$$J_, = \sqrt{(ro)^2 + (rp)^2 - 2\, ro \,.\, rp}$$
$$= \sqrt{\operatorname{Cos}^2\varepsilon \operatorname{Sin}^2\eta \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) + \operatorname{Sin}^2\varepsilon \operatorname{Sin}^2\eta \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta) - 2 \operatorname{Sin}\varepsilon \operatorname{Cos}\varepsilon \operatorname{Sin}^2\eta \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta)}.$$

Die Vibrationsintensität des aus rq und rn resultirenden Strahles ist

$$J_{,,} = \sqrt{(rn)^2 + (rq)^2 + 2\, rn \,.\, rq \operatorname{Cos} 2\delta}$$
$$= \sqrt{\operatorname{Sin}^2\varepsilon \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Sin}^2(\varepsilon + \eta) + \operatorname{Cos}^2\varepsilon \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Cos}^2(\varepsilon + \eta) + 2 \operatorname{Sin}\varepsilon \operatorname{Cos}\varepsilon \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Sin}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos}(\varepsilon + \eta) \operatorname{Cos} 2\delta}.$$

Der Phasenunterschied zwischen $J_,$ und dem ersten interferirenden Strahl ro ist Null; derjenige zwischen $J_{,,}$ und dem ersten interferirenden Strahl rn ist ϑ, vorausgesetzt dass

Dieser Ausdruck gibt also die Menge des im obern Prisma verschwindenden Lichtes. Vergleicht man denselben mit der Lichtmenge, die ins Auge gelangt (J^2 auf Pag. 41), so ist sogleich klar, dass beide zusammen $= 1$ sind, d. h. dass die Summe genau der Lichtintensität entspricht, welche von dem polarisirenden Prisma geliefert wird. — Die bisher durchgeführte Berechnung von J^2 und K^2 stützt sich auf die in Fig. 36 gegebene Construction. Sie gilt aber auch für jede andere Construction, d. h. für jede andere Stellung der Schwingungsebenen der Objecte zu den Ebenen der beiden Polarisationsprismen. Dabei ist es, wie ich früher zeigte (Pag. 25), von allgemeiner Gültigkeit, dass von den 4 Componenten zweier rechtwinklig polarisirter Strahlen auf einem andern Axensystem 3 auf die nämliche, 1 auf die entgegengesetzte Seite fällt oder mit andern Worten, dass 3 ihren Phasenunterschied behalten, 1 ihn um 180° ändert. Dies geschieht bei der Uebertragung von C C, und D D, auf F F, und G G, und bei der Uebertragung von F F, und G G, auf A A, und B B,. Die Ausgangspunkte für die Phasen können beliebig angenommen werden; sie müssen aber in gleicher Weise, wie die Componenten, auf ein anderes Axensystem übertragen werden. Ob die Resultante nach der einen oder andern Seite falle, ist gleichgültig, da ihre Wirkung immer in dem Phasenunterschied gegeben ist. — Es ist ferner noch kaum nöthig zu bemerken, dass die Winkel (ε und η) zwischen der Abscisse (B B,) und den beiden homologen Schwingungsebenen (C C, und FF,) wie es für Fig. 36 geschehen ist, auch bei jeder andern Construction immer positiv d. h. in der gleichen Richtung genommen werden müssen [1]. Wenn man einen dieser Winkel in entgegengesetzter Richtung ablesen oder wenn man ε und η durch die heterologen (statt durch die homologen) Schwingungsebenen der beiden Körper bestim-

---

die Nullpunkte von J, und J,, sich auf der Seite von A befinden. Man hat nun für die Bestimmung von ϑ die Formeln

$$\text{Sin}\,\vartheta = \frac{\text{rq}\,.\,\text{Sin}\,2\,\text{d}}{J_{,,}} = \frac{\text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Cos}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Sin}\,2\,\delta}{J_{,,}}.$$

$$\text{Cos}\,\vartheta = \frac{\text{rn} + \text{rq}\,.\,\text{Cos}\,2\,\delta}{J_{,,}} = \frac{\text{Sin}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Sin}\,(\varepsilon+\eta) + \text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Cos}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Cos}\,2\,\delta}{J_{,,}}.$$

Die Phase von J, ist $\varkappa = \chi$. die von J,, sei λ; die Differenz zwischen beiden ist $= \chi - \lambda = \vartheta - \delta$ (weil $\vartheta = \chi + \delta - \lambda$). Die Lichtintensität des aus den Componenten ro, rq, rn und rp resultirenden Strahls ist also

$$\begin{aligned}
K^2 = {} & J^2_{,} + J^2_{,,} + 2\,J_{,}\,J_{,,}\ \text{Cos}\,(\vartheta - \delta) = \text{Cos}^2\,\varepsilon\ \text{Sin}^2\,\eta\ \text{Sin}^2\,(\varepsilon+\eta) \\
& + \text{Sin}^2\,\varepsilon\ \text{Sin}^2\,\eta\ \text{Cos}^2\,(\varepsilon+\eta) - 2\,\text{Sin}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Sin}^2\,\eta\ \text{Sin}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Cos}\,(\varepsilon+\eta) \\
& + \text{Sin}^2\,\varepsilon\ \text{Cos}^2\,\eta\ \text{Sin}^2\,(\varepsilon+\eta) + \text{Cos}^2\,\varepsilon\ \text{Cos}^2\,\eta\ \text{Cos}^2\,(\varepsilon+\eta) \\
& + 2\,\text{Sin}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Cos}^2\,\eta\ \text{Sin}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Cos}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Cos}\,2\,\delta \\
& + 2\,[\text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Sin}\,\eta\ \text{Sin}\,(\varepsilon+\eta) - \text{Sin}\,\varepsilon\ \text{Sin}\,\eta\ \text{Cos}\,(\varepsilon+\eta)]\ [\text{Sin}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Sin}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Cos}\,\delta \\
& + \text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Cos}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Cos}\,\delta\ \text{Cos}\,2\,\delta + \text{Cos}\,\varepsilon\ \text{Cos}\,\eta\ \text{Cos}\,(\varepsilon+\eta)\ \text{Sin}\,\delta\ \text{Sin}\,2\,\delta] \\
= {} & 1 - \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}^2\,2\,\eta\,(1 - \text{Cos}\,\delta) - \tfrac{1}{2}\,\text{Cos}^2\,\eta\ \text{Sin}^2\,\delta\ [\text{Cos}\,2\,\eta - \text{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)].
\end{aligned}$$

(1) Um diess anschaulich zu machen, mögen noch die beiden Constructionen in Fig. 29 und 25 als Beispiele dienen. In Fig. 29 folgt auf BB, (von B ausgehend) zuerst FF, dann CC,, in Fig. 25 zuerst GG, dann DD,.

Wenn man die Interferenz erst im obern Prisma (auf der Ebene BB,) eintreten lässt, so hat man für die 4 Strahlen in Fig. 29 folgende Phasen. Beim Austritte aus den Ebenen

men wollte, so würde man für die Intensität des ins Auge gelangenden Lichtstrahls andere Formeln erhalten.

---

des ersten Objectes $CC_,$ und $DD_,$ ist die Phase von rc oder φ (rc) $= \chi + \delta$ und φ (rd) $= \chi$, wenn die Ausgangspunkte sich übereinstimmend mit A auf der Seite von C und D befinden. Die beiden Componenten von rc sind re und rg; sie haben anfänglich die gleiche Phase wie rc, nämlich $\chi + \delta$. Nachdem sie durch das zweite Object hindurchgegangen, ist die Phase von re oder φ (re) $= 2\chi + 2\delta$ und φ (rg) $= 2\chi + \delta$, wenn die Nullpunkte der Oscillationen entsprechend C auf der Seite von F und G angenommen werden. rf und rh befinden sich ursprünglich in der Phase χ, wie der sie erzeugende Strahl rd, wenn die Ausgangspunkte von D auf G und F, übertragen werden. Beim Austritt aus dem zweiten Object ist φ (rf) $= 2\chi + \delta$ und φ (rh) $= 2\chi$. Wenn aber rf auf den Nullpunkt F bezogen wird, wie diess mit re geschehen ist, so ist φ (rf) $= 2\chi + \delta \pm 180^0$. Bei der Uebertragung auf die Schwingungsebene des obern Prismas $BB_,$ fällt der Nullpunkt von F auf die Seite von B, von D auf $B_,$; um alle Componenten auf den gleichen Ausgangspunkt B zu beziehen, müssen daher die zwei Strahlen der Schwingungsebene $DD_,$ ihre Phasen um 180^0 verändern. Es ist somit

$$\varphi(\text{ri}) = \varphi(\text{re}) = 2\chi + 2\delta; \quad \varphi(\text{rk}) = \varphi(\text{rf}) = 2\chi + \delta \pm 180^0;$$

$$\varphi(\text{rl}) = \varphi(\text{rg}) \pm 180^0 = 2\chi + \delta \pm 180^0; \quad \varphi(\text{rm}) = \varphi(\text{rh}) \pm 180^0 = 2\chi \pm 180^0.$$

Wenn man überall 2χ weglässt, so hat man

$$\varphi(\text{ri}) = 2\delta; \quad \varphi(\text{rk}) = \delta \pm 180^0; \quad \varphi(\text{rl}) = \delta \pm 180^0; \quad \varphi(\text{rm}) = \pm 180^0.$$

Die Phasendifferenz zwischen rk und rl ist demnach o und diejenige zwischen ri und rm ist $2\delta + 180^0$. Daraus folgt

$$J_{,}^2 = (\text{rl})^2 + (\text{rk})^2 + 2\,\text{rl}\,.\,\text{rk} = \text{Sin}^2\varepsilon\,\text{Sin}^2\eta\,\text{Sin}^2(\varepsilon+\eta) + \text{Cos}^2\varepsilon\,\text{Sin}^2\eta\,\text{Cos}^2(\varepsilon+\eta)$$
$$+ 2\,\text{Sin}\,\varepsilon\,\text{Cos}\,\varepsilon\,\text{Sin}^2\eta\,\text{Sin}(\varepsilon+\eta)\,\text{Cos}(\varepsilon+\eta);$$

$$J_{,,}^2 = (\text{ri})^2 + (\text{rm})^2 - 2\,\text{ri}\,.\,\text{rm}\,\text{Cos}\,2\delta = \text{Sin}^2\varepsilon\,\text{Cos}^2\eta\,\text{Cos}^2(\varepsilon+\eta) + \text{Cos}^2\varepsilon\,\text{Cos}^2\eta\,\text{Sin}^2(\varepsilon+\eta.$$
$$+ 2\,\text{Sin}\,\varepsilon\,\text{Cos}\,\varepsilon\,\text{Cos}^2\eta\,\text{Sin}(\varepsilon+\eta)\,\text{Cos}(\varepsilon+\eta)\,\text{Cos}\,2\delta)$$

Der Phasenunterschied zwischen dem resultirenden Strahl $J_,$ und einer seiner Componenten (rl oder rk) ist 0, weil φ (rl) $- \varphi$ (rk) $= 0$ ist. φ (ri) $- \varphi$ $(J_{,,})$ sei ϑ; so ist, weil φ (rl) $= \delta \pm 180^0$ und φ (ri) $= 2\delta$, $\varphi(J_,) - \varphi(J_{,,}) = \vartheta - \delta \pm 180^0$.

Man hat für die Interferenz von $J_,$ und $J_{,,}$ demnach $J^2 = J_{,}^2 + J_{,,}^2 - 2\,J_{,}J_{,,}\,\text{Cos}(\vartheta - \delta)$. Der Werth von ϑ ist bestimmt durch die Formeln

$$\text{Sin}\,\vartheta = \frac{-\text{rm.Cos}\,2\delta}{J_{,,}} \text{ und } \text{Cos}\,\vartheta = \frac{\text{ri} - \text{rm.Cos}\,2\delta}{J_{,,}}$$

Wenn die Rechnung in der oben angegebenen Weise ausgeführt wird, so erhält man

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}^2 2\eta\,(1 - \text{Cos}\,\delta) + \tfrac{1}{2}\,\text{Cos}^2\eta\,\text{Sin}^2\delta\,[\text{Cos}\,2\eta - \text{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)]$$

In Fig. 25 folgt auf $BB_,$, von B ausgehend, zuerst $GG_,$ dann $DD_,$. Man erhält für die 4 auf die Ebene des obern Prisma's übertragenen 4 Componenten folgende Phasendifferenzen. Beim Austritt aus dem ersten Object ist φ (rc) $= \chi + \delta$ und φ (rd) $= \chi$, wenn die Nullpunkte auf der Seite von C und D sich befinden. Beim Austritt aus dem zweiten Object ist φ(re) $= 2\chi + 2\delta$; φ (rg) $= 2\chi + \delta$; φ (rf) $= 2\chi + \delta$ und φ (rh) $= 2\chi + 180^0$; wenn die Ausgangspunkte der Schwingungen auf der Seite von F und $G_,$ liegen. Wird beim Uebertragen auf $BB_,$ der Ausgang wie gewöhnlich in B angenommen und überall 2χ weggelassen, so hat man φ (ri) $= 2\delta \pm 180^0$; φ (rl) $= \delta \pm 180$; φ (rk) $= \delta \pm 180^0$ und φ (rm) $= 0$.

Die Phasendifferenz zwischen rl und rk ist Null, diejenige zwischen ri und rm beträgt $2\delta \pm 180^0$. Somit ist

b. Veränderung der Lichtintensität, wenn zwei festverbundene gleiche Körper um die verticale Axe gedreht werden.

Zwei über einander liegende doppelbrechende Körper von gleicher Beschaffenheit und gleicher Dicke senden also dem Beobachter eine Lichtmenge zu, die für jeden einzelnen Strahl ausgedrückt wird durch

$$J^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\, 2\,\eta\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) + \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,\mathrm{Sin}^2\,\delta\,(\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)).$$

Diese Formel zeigt uns, dass die Intensität abhängig ist von drei veränderlichen Grössen, 1) von dem Winkel (η), den die homologen Schwingungsebenen der beiden Körper unter einander bilden, 2) von der Neigung (ε) dieser Schwingungsebenen zu den Ebenen der beiden Prismen und 3) von dem Phasenunterschied (δ), den 2 polarisirte Lichtstrahlen erlangt haben, nachdem sie durch einen der Körper hindurch gegangen sind. Es frägt sich nun, welche Werthe diese

---

$$J_{,}^2 = (\mathrm{rl})^2 + (\mathrm{rk})^2 + 2\ \mathrm{rl}\,.\,\mathrm{rk} = \mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta\,\mathrm{Sin}^2\,(\varepsilon+\eta) + \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta\,\mathrm{Cos}^2\,(\varepsilon+\eta)$$
$$+ 2\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon+\eta)\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon+\eta).$$

$$J_{,,}^2 = (\mathrm{ri})^2 + (\mathrm{rm})^2 - 2\,\mathrm{ri}\,.\,\mathrm{rm}\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta = \mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,\mathrm{Cos}^2\,(\varepsilon+\eta) + \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,\mathrm{Sin}^2\,(\varepsilon+\eta)$$
$$- 2\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon+\eta)\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon+\eta)\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta.$$

$\varphi\,(\mathrm{rl}) - \varphi\,(J_{,}) = 0$; $\varphi\,(\mathrm{ri}) - \varphi\,(J_{,}) = \vartheta$; $\varphi\,(\mathrm{ri}) - \varphi\,(\mathrm{rl}) = \delta$. Daher $\varphi\,(J_{,}) - \varphi\,(J_{,,}) = \vartheta - \delta$; wobei $\mathrm{Cos}\,\vartheta = \frac{\mathrm{ri} - \mathrm{rm}.\mathrm{Cos}\,2\,\delta}{J_{,,}}$ und $\mathrm{Sin}\,\vartheta = \frac{-\mathrm{rm}.\mathrm{Sin}\,2\,\delta}{J_{,,}}$. Man hat also

$$J^2 = J_{,}^2 + J_{,,}^2 + 2\,J_{,}\,J_{,,}\,\mathrm{Cos}\,(\vartheta - \delta)$$
$$= \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,2\,\eta\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) + \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,\mathrm{Sin}^2\,\delta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)].$$

Der Werth von J^2 (ebenso derjenige von K^2) ist also immer der nämliche, die Schwingungsebenen der beiden Objecte mögen jede beliebige Stellung zu den Ebenen der Prismen zeigen, vorausgesetzt, dass die Winkel (ε und η) positiv genommen werden. Liest man einen derselben in anderer Richtung ab, so erhält man natürlich eine andere Formel. Wenn z. B. in Fig. 29 der Winkel zwischen $BB_{,}$ und $CC_{,}$ (ε) in positiver Richtung, derjenige zwischen $CC_{,}$ und $FF_{,}$ in negativer Richtung genommen und mit $\eta_{,}$ bezeichnet wird, so hat man

$$J_{,}^2 = (\mathrm{rl})^2 + (\mathrm{rk})^2 + 2\,\mathrm{rl}\,.\,\mathrm{rk} = \mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta_{,}\,\mathrm{Sin}^2\,(\varepsilon - \eta_{,}) + \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta_{,}\,\mathrm{Cos}^2\,(\varepsilon - \eta_{,})$$
$$+ 2\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta_{,}\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon - \eta_{,})\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon - \eta_{,});$$

$$J_{,,}^2 = (\mathrm{ri})^2 + (\mathrm{rm})^2 - 2\,\mathrm{ri}\,.\,\mathrm{rm}\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta = \mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta_{,}\,\mathrm{Cos}^2\,(\varepsilon - \eta_{,}) + \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta_{,}\,\mathrm{Sin}^2\,(\varepsilon - \eta_{,})$$
$$- 2\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta_{,}\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon - \eta_{,})\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon - \eta_{,})\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta;$$

$$J^2 = J_{,}^2 + J_{,,}^2 - 2\,J_{,}\,J_{,,}\,\mathrm{Cos}\,(\vartheta - \delta)$$
$$= \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,2\,\eta_{,}\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) + \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\,\eta_{,}\,\mathrm{Sin}^2\,\delta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta_{,} - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon - 2\,\eta_{,})]$$

Die gleiche Formel ergibt sich, wenn man für irgend eine andere Structur ε in positiver, η in negativer Richtung abliest, wenn man also z. B. in Fig. 25 $\eta_{,} = \mathrm{C\,r\,F}$ oder in Fig. 36 $\eta_{,} = \mathrm{C\ r\ F}$, nimmt.

Es versteht sich, dass man ebenfalls andere Werthe für J^2 bekommt, wenn man die Winkel zwischen heterologen Schwingungsebenen (zwischen $BB_{,}$, $CC_{,}$ und $GG_{,}$ oder zwischen $BB_{,}$, $DD_{,}$ und $FF_{,}$) in Rechnung bringt. Werden z. B. in Fig 29 ε und $\eta_{,,}$ genommen, so hat man

$$J_{,}^2 = \mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta_{,,}\,\mathrm{Cos}^2\,(\varepsilon + \eta_{,,}) + \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta_{,,}\,\mathrm{Sin}^2\,(\varepsilon + \eta_{,,})$$
$$- 2\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2\,\eta_{,,}\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon + \eta_{,,})\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon + \eta_{,,});$$

$$J_{,,}^2 = \mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta_{,,}\,\mathrm{Sin}^2\,(\varepsilon + \eta_{,,}) + \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta_{,,}\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon + \eta_{,,})$$
$$+ 2\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2\,\eta_{,,}\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon + \eta_{,,})\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon + \eta_{,,})\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta;$$

$$J^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,2\,\eta_{,,}\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,\eta_{,,}\,\mathrm{Sin}^2\,\delta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta_{,,} - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta_{,,})],$$

veränderlichen Grössen annehmen müssen, um ein Maximum oder Minimum von Helligkeit zu geben.

Wenn zwei Crystallplättchen oder Zellmembranen fest mit einander verbunden sind und um die senkrechte Axe gedreht werden, so bleiben η und δ constant, während ε sich ändert. Für diesen Fall ist offenbar J^2 ein Grösstes oder Kleinstes, wenn der Ausdruck [Cos 2η — Cos $(4\varepsilon + 2\eta)$] ein Grösstes oder Kleinstes ist. Man hat somit ein Maximum, wenn — Cos $(4\varepsilon + 2\eta)$ den höchsten Werth $(+1)$ erreicht; diess tritt dann ein, wenn $4\varepsilon + 2\eta = 180^\circ$, also $\varepsilon = 45^\circ - \frac{1}{2}\eta$, indem Cos 2η — Cos $(4\varepsilon + 2\eta)$ jetzt = Cos $2\eta + 1$. Für das Minimum dagegen muss $4\varepsilon + 2\eta = 0$ oder 360°, also $\varepsilon = 90^\circ - \frac{1}{2}\eta$ oder $= -\frac{1}{2}\eta$ sein, indem Cos 2η — Cos $(4\varepsilon + 2\eta)$ nun = Cos $2\eta - 1$. Das heisst aber nichts anderes als: Man hat die grösste Lichtintensität, wenn die Medianlinie zwischen je zwei homologen Schwingungsebenen (einerseits zwischen C C, und F F,, anderseits zwischen D D, und G G,) mit der Diagonale zwischen den Ebenen der beiden Prismen zusammentrifft; man hat dagegen die geringste Lichtintensität, wenn jene Mediane mit einer der Ebenen der Prismen übereinstimmt. Oder um einen kürzern Ausdruck anzuwenden, die diagonale Stellung der Mediane gibt das Maximum der Helligkeit, nämlich

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}^2\,2\eta\,(1 - \text{Cos}\,\delta) + \tfrac{1}{2}\,\text{Cos}^2\,\eta\,\text{Sin}^2\,\delta\,(\text{Cos}\,2\eta + 1)$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}^2\,2\eta\,(1 - \text{Cos}\,\delta) + \text{Cos}^4\,\eta\,\text{Sin}^2\,\delta$$

Die orthogonale Stellung gibt das Minimum, nämlich

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}^2\,2\eta\,(1 - \text{Cos}\,\delta) + \tfrac{1}{2}\,\text{Cos}^2\,\eta\,\text{Sin}^2\,\delta\,(\text{Cos}\,2\eta - 1)$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}^2\,2\eta\,(1 - \text{Cos}\,\delta) - \text{Cos}^2\,\eta\,\text{Sin}^2\,\eta\,\text{Sin}^2\,\delta$$

c) Veränderung der Lichtintensität, wenn der Winkel zwischen den beiden gleichen Körpern sich ändert.

Die zweite Frage betrifft die Intensität eines Lichtstrahls, wenn die Schwingungsebenen der beiden doppelbrechenden Körper ihren Winkel (η) ändern. Die allgemeine Lösung des Problems, wie sich J^2 in der obigen allgemeinen Formel (Pag. 45) verhalte, wenn η grösser oder kleiner wird, und welcher Werth von η ein Maximum oder Minimum ergebe, ist ohne practische Bedeutung. Nur für zwei ganz bestimmte Werthe von ε, d. h. für zwei ganz bestimmte Stellungsverhältnisse der Schwingungsebenen, nämlich für die diagonale und orthogonale Stellung der Mediane, gewährt es Interesse, die veränderlichen Werthe von η zu studiren.

Untersuchen wir zuerst den Fall, wo die Schwingungsmediane diagonal gestellt ist, wo also $\varepsilon = 45^\circ - \frac{1}{2}\eta$ oder $\varepsilon = 135^\circ - \frac{1}{2}\eta$ oder $\varepsilon = -45^\circ + \frac{1}{2}\eta$, so ist die Lichtintensität (Pag. 46)

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}^2\,2\eta\,(1 - \text{Cos}\,\delta) + \tfrac{1}{2}\,\text{Cos}^2\,\eta\,\text{Sin}^2\,\delta\,(\text{Cos}\,2\eta + 1).$$

In dieser Formel kann η alle möglichen Werthe zwischen 0 und 180° annehmen. Es ist aber anschaulicher, wenn wir den Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen immer kleiner als 90° nehmen, wozu wir leicht ge-

langen, indem wir η nach Bedürfniss bald positiv, bald negativ ablesen. J^2 wird wird dadurch nicht geändert. Dasselbe erreicht, wenn δ zwischen 0 und 90° oder zwischen 270° und 360° beträgt, sein Maximum für $\eta = 0$, sein Minimum für $\eta = \pm 90°$; das Maximum ist $J^2 = \text{Sin}^2\,\delta$, das Minimum $J^2 = 0$. Wenn dagegen δ zwischen 90° und 270° beträgt, so gewinnt J^2 sein Maximum für einen Werth von η, der zwischen 0 und $\pm$ 45° liegt; bei $\delta = 90°$ und 270° ergibt sich die grösste Helligkeit für $\eta = 0$; steigt δ über 90° oder sinkt es unter 270°, so wird das Maximum der Lichtintensität durch successiv höhere Werthe von η in positivem oder negativem Sinne hervorgebracht; wenn $\delta = 180°$, so hat man das Maximum für $\eta = \pm 45°$. In diesen Fällen beträgt das Maximum immer 1, die ganze vom untern Prisma gelieferte Lichtmenge. Wenn δ zwischen 90° und 270° schwankt, so hat man 2 Minima der Helligkeit; das eine ergibt sich für $\eta = \pm 90°$; es beträgt immer 0. Das andere ist ein relatives Minimum; es ergibt sich für $\eta = 0$ und nimmt, wenn δ von 90° auf 180° steigt, allmälig von 1 bis 0 ab, und ebenso, wenn δ von 180° auf 270° steigt, allmälig von 0 auf 1 zu. Bei $\delta = 90°$ und $\delta = 270°$ geht also dieses relative Minimum in das Maximum über. Rücksichtlich des mathematischen Beweises ist die Anmerkung nachzusehen. [1]

---

(1) Man hat ein Maximum oder Minimum für J^2, wenn für die Variable (η) das Differenzial der ganzen Funktion Null wird (d. h. wenn bei fortwährender Steigerung von η die Zunahme oder Abnahme des ganzen Ausdrucks aufhört). Zur Abkürzung werde $\frac{1 - \text{Cos}\,\delta}{2} = a$ und $\frac{\text{Sin}^2\,\delta}{2} = b$ gesetzt, dann ist

$$J^2 = a\,\text{Sin}^2\,2\eta + b\,\text{Cos}^2\,\eta\,(\text{Cos}\,2\eta + 1)$$

und die Bedingung für ein Maximum oder Minimum besteht in der Gleichung

$$\frac{d\,[a\,\text{Sin}^2\,2\,\eta] + d\,[b\,\text{Cos}^2\,\eta\,(\text{Cos}\,2\,\eta + 1)]}{d\,\eta} = 0$$

Nach Ausführung der Differenzirung hat man

$$2\,a\,\text{Sin}\,4\,\eta - 2\,b\,\text{Sin}\,2\,\eta\,\text{Cos}^2\,\eta - b\,\text{Sin}\,2\,\eta\,\text{Cos}\,2\,\eta - b\,\text{Sin}\,2\,\eta = 2\,a\,\text{Sin}\,4\,\eta - 4\,b\,\text{Sin}\,2\,\eta\,\text{Cos}^2\,\eta.$$

Dieses Differenzial ist einmal 0, wenn $\eta = 0$, wenn $\eta = 90°$, und wenn $2\,a\,\text{Sin}\,4\,\eta = 4\,b\,\text{Sin}\,2\,\eta\,\text{Cos}^2\,\eta$ oder was das Nämliche ist, wenn $\frac{a}{b} = \frac{2\,\text{Sin}\,2\,\eta\,\text{Cos}^2\,\eta}{\text{Sin}\,4\,\eta} = \frac{\text{Cos}^2\,\eta}{\text{Cos}\,2\,\eta}$. Ob diese Gleichung ein Maximum oder ein Minimum anzeige, muss durch das zweite Differenzial entschieden werden, indem ein positiver Werth desselben ein Minimum, ein negativer dagegen ein Maximum bedingt.

$$f_2 = \frac{d\,[2\,a\,\text{Sin}\,4\,\eta] - d\,[4\,b\,\text{Sin}\,2\,\eta\,\text{Cos}^2\,\eta]}{d\,\eta} = 8\,a\,\text{Cos}\,4\,\eta + 4\,b\,\text{Sin}^2\,2\,\eta - 8\,b\,\text{Cos}^2\,\eta\,\text{Cos}\,2\,\eta.$$

In diese zweite Funktion müssen nun die vorhin für das erste Differenzial erhaltenen Werthe eingeführt werden, um zu erfahren, ob dieselbe dadurch positiv oder negativ werde. Ist $\eta = 0$, so nimmt das zweite Differenzial die Form $8\,a - 8\,b$ an, oder wenn man für a und b die Werthe setzt, $4\,(1 - \text{Cos}\,\delta) - 4\,\text{Sin}^2\,\delta$. Dieser Ausdruck ist — und zeigt ein Maximum an, wenn δ zwischen 0 und 90° oder zwischen 270° und 360° beträgt; er ist dagegen + und ein Minimum andeutend, wenn δ zwischen 90° und 180° oder zwischen 180° und 360° liegt.

Ist $\eta = 90°$, so hat man für das zweite Differenzial $8\,a = 4\,(1 - \text{Cos}\,\delta)$. Dasselbe ist immer positiv und bedingt daher für alle Werthe von δ ein Minimum.

Bei orthogonaler Stellung der Schwingungsmediane, wo also $\varepsilon = 90^0 - \frac{1}{2}\eta$ oder $\varepsilon = -\frac{1}{2}\eta$ oder $\varepsilon = 180^0 - \frac{1}{2}\eta$, beträgt die Helligkeit (Pag. 46)

$$J^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Sin}^2\delta\,(\operatorname{Cos} 2\eta - 1).$$

Hier erreicht die Lichtintensität immer ihr Maximum, wenn $\eta = \pm 45^0$, das Minimum, wenn $\eta = 0$ und $\eta = \pm 90^0$; das Maximum ist $J^2 = \frac{1}{2}(1 - \operatorname{Cos}\delta) - \frac{1}{4}\operatorname{Sin}^2\delta$, das Minimum ist $J^2 = 0$.

Die folgenden Tabellen enthalten die Berechnung der Lichtintensität für die successiven Werthe von η (von 5 zu 5 Grad), wobei η positiv oder negativ sein kann.

A. Lichtintensität bei diagonaler Stellung der Schwingungsmediane ($\varepsilon = 45^0 - \frac{1}{2}\eta$ oder $135^0 - \frac{1}{2}\eta$ oder $225^0 - \frac{1}{2}\eta$).

η	Werthe von J^2
0	$\operatorname{Sin}^2\delta$
5^0	$\frac{1}{2}\{0{,}030154\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 1{,}969725\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$
10^0	$\frac{1}{2}\{0{,}11695\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 1{,}881208\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$
15^0	$\frac{1}{2}\{0{,}250000\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 1{,}7410246\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$
20^0	$\frac{1}{2}\{0{,}41316\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 1{,}5594486\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$
25^0	$\frac{1}{2}\{0{,}586824\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 1{,}349399\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$
30^0	$\frac{1}{2}\{0{,}750000\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 1{,}125000\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$
35^0	$\frac{1}{2}\{0{,}88302\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 0{,}900509\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$
40^0	$\frac{1}{2}\{0{,}96985\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + 0{,}688726\,\operatorname{Sin}^2\delta\}$

Ist endlich $\frac{a}{b} = \frac{\operatorname{Cos}^2\eta}{\operatorname{Cos} 2\eta}$ oder $a = \frac{b \operatorname{Cos}^2\eta}{\operatorname{Cos} 2\eta}$ und führt man diesen Werth in das zweite Differenzial ein, so nimmt es die Form an

$$\frac{8\,b \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Cos} 4\eta}{\operatorname{Cos} 2\eta} + 4\,b \operatorname{Sin}^2 2\eta - 8\,b \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Cos} 2\eta$$

$$= 4\,b \operatorname{Sin}^2 2\eta \left[(1 - \frac{2 \operatorname{Cos}^2\eta}{\operatorname{Cos} 2\eta} \right] = \frac{-4\,b \operatorname{Sin}^2 2\eta}{\operatorname{Cos} 2\eta} = \frac{-2 \operatorname{Sin}^2\delta \operatorname{Sin}^2 2\eta.}{\operatorname{Cos} 2\eta}$$

Das Zeichen dieses Werthes hängt von 2η ab; es ist negativ und deutet auf ein Maximum, wenn η nicht über 45^0 steigt, positiv und ein Minimum anzeigend, wenn η grösser als 45^0. Die Bedingungsgleichung $\frac{a}{b} = \frac{1 \quad \operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Sin}^2\delta} = \frac{\operatorname{Cos}^2\eta}{\operatorname{Cos} 2\eta}$ muss uns zeigen, für welche Werthe von δ die Maxima und Minima möglich sind und welche Werthe von η ihnen entsprechen. Durch Umformung können wir obiger Gleichung die einfachere Gestalt geben $\frac{1}{1 - \operatorname{Cos}\delta} = \operatorname{Cos}^2\eta$. Wenn δ zwischen 0 und 90^0 oder zwischen 270^0 und 360^0 beträgt, so wird die Gleichung unmöglich, denn der erste Ausdruck ist > 1. Wenn $\delta = 90^0$ oder 270^0, so ist $\eta = 0$; wenn $\delta = 180^0$, so wird der erste Ausdruck $= \frac{1}{2}$ und also $\eta = 45^0$. Sowie δ von 90^0 auf 180^0 steigt oder von 270^0 auf 180^0 sinkt, so erhebt sich η von 0 auf 45^0.

η	Werthe von J^2
45°	$\frac{1}{2} \{ 1,00000 \ (1 - \cos\delta) + 0,500000 \ \sin^2\delta \}$
50°	$\frac{1}{2} \{ 0,96985 \ (1 - \cos\delta) + 0,341415 \ \sin^2\delta \}$
55°	$\frac{1}{2} \{ 0,88302 \ (1 - \cos\delta) + 0,216469 \ \sin^2\delta \}$
60°	$\frac{1}{2} \{ 0,75000 \ (1 - \cos\delta) + 0,125000 \ \sin^2\delta \}$
65°	$\frac{1}{2} \{ 0,586824 \ (1 - \cos\delta) + 0,063802 \ \sin^2\delta \}$
70°	$\frac{1}{2} \{ 0,41316 \ (1 - \cos\delta) + 0,027362 \ \sin^2\delta \}$
75°	$\frac{1}{2} \{ 0,250000 \ (1 - \cos\delta) + 0,008974 \ \sin^2\delta \}$
80°	$\frac{1}{2} \{ 0,11695 \ (1 - \cos\delta) + 0,001819 \ \sin^2\delta \}$
85°	$\frac{1}{2} \{ 0,030154 \ (1 - \cos\delta) + 0,0001155 \ \sin^2\delta \}$
90°	0

B. Lichtintensität bei diagonaler Stellung der Schwingungsmediane für bestimmte Werthe von δ.

η	Wenn $\delta = 45°$ oder 315°, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 60°$ oder 300°, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 90°$ oder 270°, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 120°$ oder 240°, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 135°$ oder 225°, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 180°$, so ist $J^2 =$
0	0,500000	0,750000	1,000000	0,750000	0,500000	0,000000
5°	0,496846	0,746189	0,999939	0,761265	0,518168	0,030154
10°	0,48743	0,734689	0,999079	0,793165	0,570133	0,11695
15°	0,471868	0,715386	0,995512	0,840386	0,648645	0,250000
20°	0,450370	0,688087	0,986304	0,894667	0,742519	0,41316
25°	0,423278	0,652722	0,968111	0,946133	0,838225	0,586824
30°	0,391084	0,609375	0,937500	0,98125	0,921415	0,750000
35°	0,354443	0,558447	0,891764	0,999956	0,978832	0,88302
40°	0,31421	0,500740	0,829288	0,98566	0,999999	0,96985
45°	0,271446	0,437500	0,750000	0,93750	0,97855	1,000000
50°	0,227401	0,370503	0,655632	0,85542	0,913189	0,96985
55°	0,183432	0,301932	0,549744	0,743441	0,807822	0,88302
60°	0,141092	0,234375	0,437500	0,609375	0,671422	0,750000
65°	0,103029	0,170631	0,325313	0,464043	0,517976	0,586824
70°	0,067347	0,113557	0,220261	0,320137	0,359496	0,41316
75°	0,038855	0,065864	0,129487	0,190865	0,215632	0,250000
80°	0,017581	0,030072	0,059384	0,0884	0,100278	0,11695
85°	0,004445	0,007581	0,015135	0,022658	0,025767	0,030154
90°	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000

Fig. 41 giebt die hieher gehörigen Intensitätscurven. Auf der Abszissenaxe sind die Werthe von η verzeichnet und auf den entsprechenden Punkten die Werthe der Intensitäten als Ordinaten aufgetragen. Ist $\delta = 45^0$ oder 315^0, $\delta = 60^0$ oder 300^0, $\delta = 90^0$ oder 270^0, so besteht nur ein Maximum; dasselbe tritt ein für $\eta = 0$. Beträgt δ 120^0 oder 240^0, so gibt es zwei Maxima der Intensität, eines für die Abszisse $\eta = 35^0\,14'$, das andere für $\eta = -35^0\,14'$. Ebenso bestehen 2 Maxima, wenn $\delta = 135^0$ oder 225^0, und zwar das eine für die Abszisse $\eta = 40^0\,4'$, das andere für $\eta = -40^0\,4'$. Das relative Minimum tritt immer ein, wenn $\eta = 0$. — Die Figur zeigt nur die Hälfte jeder Intensitätscurve; die andere symmetrische Hälfte für die negativen Werthe der Abszissen ($\eta = 0 \ldots\ldots -90^0$) sollte sich auf der linken Seite der Figur anschliessen. Die positiven und negativen Werthe von η unterscheiden sich dadurch von einander, dass der Winkel in umgekehrter Richtung abgelesen wird (in Fig. 36 ist η positiv; in Fig 25 und 29 aber ist η negativ, insofern es kleiner als 90^0 genommen wird). — Wenn $\delta = 180^0$, so zeigt die Intensitätscurve ein absolutes Minimum für die Abszisse $\eta = 0$. In diesem Falle zerfällt die Intensitätscurve in zwei, welche die Gestalt der Curven für einen einzigen doppelbrechenden Körper annehmen.

C. Lichtintensität bei orthogonaler Stellung der Schwingungsmediane ($\varepsilon = 90^0 - \frac{1}{2}\eta$ oder $= -\frac{1}{2}\eta$ oder $= 180^0 - \frac{1}{2}\eta$).

η	Werthe von J^2
0	0
5^0	$\frac{1}{2}\{0{,}030154\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}015075\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
10^0	$\frac{1}{2}\{0{,}11695\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}058492\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
15^0	$\frac{1}{2}\{0{,}250000\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}1249954\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
20^0	$\frac{1}{2}\{0{,}41316\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}2065914\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
25^0	$\frac{1}{2}\{0{,}586824\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}293381\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
30^0	$\frac{1}{2}\{0{,}750000\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}375000\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
35^0	$\frac{1}{2}\{0{,}88302\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}441511\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
40^0	$\frac{1}{2}\{0{,}96985\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}484922\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
45^0	$\frac{1}{2}\{1{,}00000\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}500000\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
50^0	$\frac{1}{2}\{0{,}96985\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}484905\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
55^0	$\frac{1}{2}\{0{,}88302\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}441511\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$
60^0	$\frac{1}{2}\{0{,}75000\ (1 - \mathrm{Cos}\,\delta) - 0{,}375000\ \mathrm{Sin}^2\delta\}$

η	Werthe von J^2
65°	$\frac{1}{2} \{ 0{,}586824 \ (1 - \cos\delta) - 0{,}293418 \ \sin^2\delta \}$
70°	$\frac{1}{2} \{ 0{,}41316 \ (1 - \cos\delta) - 0{,}206538 \ \sin^2\delta \}$
75°	$\frac{1}{2} \{ 0{,}25000 \ (1 - \cos\delta) - 0{,}125000 \ \sin^2\delta \}$
80°	$\frac{1}{2} \{ 0{,}11695 \ (1 - \cos\delta) - 0{,}058489 \ \sin^2\delta \}$
85°	$\frac{1}{2} \{ 0{,}030154 \ (1 - \cos\delta) = 0{,}0150767 \ \sin^2\delta \}$
90°	0

D. Lichtintensität bei orthogonaler Stellung der Schwingungsmediane für bestimmte Werthe von δ.

η	Wenn $\delta = 45^0$ oder 315^0, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 90^0$ oder 270^0, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 135^0$ oder 225^0, so ist $J^2 =$	Wenn $\delta = 180^0$, so ist $J^2 =$
0°	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
5°	0,000647	0,007539	0,021969	0,030154
10°	0,002504	0,029229	0,085200	0,11695
15°	0,005363	0,062500	0,182139	0,250000
20°	0,008858	0,103284	0,301006	0,41316
25°	0,012585	0,146721	0,427533	0,586824
30°	0,016085	0,187500	0,546415	0,750000
35°	0,018937	0,220754	0,643327	0,88302
40°	0,020801	0,242464	0,706588	0,96985
45°	0,021446	0,250000	0,728553	1,00000
50°	0,020805	0,242464	0,706588	0,96985
55°	0,018937	0,220754	0,643327	0,88302
60°	0,016085	0,187500	0,546415	0,750000
65°	0,012585	0,146721	0,427533	0,586824
70°	0,008858	0,103284	0,301006	0,41316
75°	0,005363	0,062500	0,182139	0,250000
80°	0,002504	0,029229	0,085200	0,11695
85°	0,000647	0,007539	0,021969	0,030154
90°	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000

d. Veränderung der Lichtintensität, wenn die Dicke der beiden gleichen Körper sich ändert.

Drittens handelt es sich noch um die Frage, wie sich die Lichtintensität, welche zwei über einander liegende gleiche doppelbrechende Körper bei ver-

schiedenen Grössen des Phasenunterschiedes δ verhalte. Es ist sogleich sichtbar, dass in der Formel (Pag. 45)

$$J^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\,\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}^2\eta \operatorname{Sin}^2\delta\,[\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)]$$

der ganze Werth Null wird, wenn $\delta = 0$ oder 360°. Es ist diess der Fall, welchen die Construction in Fig. 36 zeigt; die Vibrationsintensität rm ist gleich der Summe der Vibrationsintensitäten ri + rl + rk; und da beide gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung thätig sind, so heben sich ihre Wirkungen auf. Die Bestimmung, für welche andere Werthe des Phasenunterschiedes die grösste oder allenfalls noch einmal eine geringste Helligkeit eintrete, lässt sich nur durch die Differenzialrechnung ausführen. Betreffend die mathematische Auseinandersetzung verweise ich auf die Anmerkung.[1] Die Resultate lassen sich folgendermassen

---

(1) J^2 erreicht sein Maximum oder Minimum, wenn mit Rücksicht auf die Variable (δ) das Differenzial der ganzen Function Null wird. Setzen wir der Kürze halber $\frac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\,\eta = a$ und $\frac{1}{2} \operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)] = b$, so ist die Bedingungsgleichung für ein Maximum oder Minimum $\frac{d\,[a\,(1 - \operatorname{Cos}\delta)] + d\,[b \operatorname{Sin}^2\delta]}{d\,\delta} = 0$. Daraus hat man

$$\frac{a \operatorname{Sin}\delta\,.\,d\,\delta + 2\,b \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Cos}\delta\,.\,d\,\delta}{d\,\delta} = a \operatorname{Sin}\delta + 2\,b \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Cos}\delta = a \operatorname{Sin}\delta + b \operatorname{Sin} 2\,\delta = 0.$$

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn $d = 0$, wenn $\delta = 180^0$ und wenn $a \operatorname{Sin}\delta = - b \operatorname{Sin} 2\,\delta$ oder was das Nämliche ist, wenn $\operatorname{Cos}\delta = \frac{-a}{2\,b}$. Ob diese Werthe ein Maximum oder ein Minimum bedingen, muss das zweite Differenzial entscheiden. Gibt dasselbe einen negativen Werth, so besteht ein Maximum; ist es positiv, so hat man ein Minimum.

Das zweite Differenzial

$$f_2 = \frac{d\,(a \operatorname{Sin}\delta) + d\,(b \operatorname{Sin} 2\,\delta)}{d\,\delta} = \frac{a \operatorname{Cos}\delta . d\,\delta + 2\,b \operatorname{Cos} 2\,\delta . d\,\delta}{d\,\delta} = a \operatorname{Cos}\delta + 2\,b \operatorname{Cos} 2\,\delta$$

$$= \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\,\eta \operatorname{Cos}\delta + \operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)] \operatorname{Cos} 2\,\delta.$$

In diese Formel sind nun die vorhin für das erste Differenzial bestimmten 3 möglichen Werthe einzuführen, um zu sehen, ob sie im zweiten Differenzial einen positiven oder negativen Ausschlag geben. — Was den ersten ($\delta = 0$) betrifft, so geht schon aus der allgemeinen Intensitätsformel hervor, dass in diesem Fall J^2 Null wird und somit ein Minimum besteht. — Es kann zweitens $\delta = 180^0$ sein; dann hat man

$$f_2 = - \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\,\eta + \operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)].$$

Da $\operatorname{Sin}^2 2\,\eta$ und $\operatorname{Cos}^2\eta$ als zweite Potenzen positive Werthe darstellen, so ist $f_2 = +$, wenn $\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)$ positiv ist und wenn $\operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)] > \frac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\,\eta$; dagegen ist $f_2 = -$, wenn unter den nämlichen Verhältnissen $\operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)] < \frac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\,\eta$ oder wenn $\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)$ eine negative Grösse ist. Da nun alle 3 Fälle möglich sind, so kann, je nach der Grösse von η und ε, bei einem Phasenunterschied $\delta = 180^0$ bald ein Maximum, bald ein relatives Minimum von Helligkeit eintreten.

Die dritte Möglichkeit für ein Maximum oder Minimum besteht dann, wenn $\operatorname{Cos}\delta = \frac{-a}{2\,b} = \frac{-\operatorname{Sin}^2 2\,\eta}{2 \operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos} 2\,\eta - \operatorname{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)]}$. Ob das Eine oder das Andere der Fall sei, hängt von der Grösse von η und ε ab. η kann alle Werthe zwischen 0 und 180^0 oder, was das Nämliche ist, zwischen -90^0 und $+90^0$ annehmen. Ich will nur den Fall erörtern, dass η zwischen 0 und $+90^0$ schwankt. Die Betrachtung der andern Möglichkeit (η zwischen 0 und -90^0

zusammenfassen. Bei einer Phasendifferenz $\delta = 0$ oder 360^0 ist die Lichtintensität immer Null. Wenn der Winkel (η) zwischen den gleichen Schwingungs-

---

oder zwischen 90^0 und 180^0) gibt dasselbe Resultat. Es sei zuerst $\eta > 45^0$ oder $\eta = 45^0 + u$. Der positive oder negative Ausschlag von f_2 wird nicht gestört, wenn durch $\mathrm{Cos}^2\,\eta$ dividirt wird, da diese Grösse als zweite Potenz immer positiv ist; und man hat für das zweite Differenzial $-2\,\mathrm{Sin}^2\,\eta + \mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta) = -2\,\mathrm{Sin}^2\,(45^0 + u) + \mathrm{Cos}\,(90^0 + 2\,u) - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 90^0 + 2\,u) = -1 - 2\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Cos}\,u - \mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u) = -1 - 2\,\mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u)$. Es ist einleuchtend, dass dieser ganze Ausdruck für alle Werthe von u und ε eine negative Grösse gibt, denn Sin 2 u ist immer positiv (weil $u < 45^0$) und $1 + 2\,\mathrm{Sin}\,2\,u > \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u)$. Man erhält das nämliche Resultat, wenn $\eta = 45^0$ gesetzt wird; es ergibt sich nämlich für das zweite Differenzial $-1 + \mathrm{Sin}\,4\,\varepsilon$, welcher Ausdruck ebenfalls negativ ist. Es kann also, wenn $\eta = 45^0$ und darüber beträgt, bei einem Phasenunterschied von 180^0 nur ein Maximum (nicht ein Minimum) der Lichtintensität vorkommen. — Wird ferner $\eta < 45^0$ oder $\eta = 45^0 - u$ gesetzt, so hat man für das zweite Differenzial $-2\,\mathrm{Sin}^2(45^0 - u) + \mathrm{Cos}\,(90^0 - 2\,u) - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 90^0 - 2\,u) = -1 + 2\,\mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon - 2\,u)$. Hier ist Sin 2 u wieder positiv; $\mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon - 2\,u)$ kann je nach der Grösse von ε und u bald positiv, bald negativ ausfallen; und daher kann das zweite Differenzial $= \pm$ sein, $+$ wenn $2\,\mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon - 2\,u) > 1$, dagegen $-$ wenn $2\,\mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon - 2\,u) < 1$, was sich für jeden bestimmten Werth von u (oder η) und ε leicht ermitteln lässt. Wir können also sagen, dass bei einem Phasenunterschied von 180^0 für jede Grösse von η bei wechselndem ε bald ein Minimum bald ein Maximum der Intensität sich ergibt.

Die Gleichung, welche uns die dritte Möglichkeit für ein Maximum oder Minimum gibt, $\mathrm{Cos}\,\delta = \frac{-a}{2b} = \frac{-\mathrm{Sin}\,2\eta}{2\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)]}$ ist nur möglich, wenn $\mathrm{Sin}^2\,2\,\eta < 2\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)]$ ohne Rücksicht auf die Zeichen zu nehmen, weil sonst $\mathrm{Cos}\,\delta > \pm 1$. Es lässt sich nun sogleich entscheiden, welche Werthe η annehmen kann oder nicht. Man hat nämlich, wenn man auf beiden Seiten durch $2\,\mathrm{Cos}^2\,\eta$ dividirt, als Bedingung $2\,\mathrm{Sin}^2\,\eta < \mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)$. Setzen wir zuerst $\eta > 45^0$ oder $\eta = 45 + u$, so hat man durch Substitution dieses Werthes in obige Gleichung

$$2\,\mathrm{Sin}^2\,(45^0 + u) < \mathrm{Cos}\,(90^0 + 2\,u) - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 90^0 + 2\,u) \text{ oder}$$

$$1 + 2\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Cos}\,u < -\mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u) \text{ oder } 1 + \mathrm{Sin}\,2\,u < \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u) - \mathrm{Sin}\,2\,u.$$

Diess ist aber eine Unmöglichkeit. Da Sin 2 u immer positiv bleibt, so ist $1 + \mathrm{Sin}\,2\,u$ in allen Fällen eine Summe (nie eine Differenz). $\mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u) - \mathrm{Sin}\,2\,u$ erreicht den höchsten Werth, wenn $\mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u)$ negativ und der ganze Ausdruck ebenfalls eine Summe wird, nämlich $-[\mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon + 2\,u) + \mathrm{Sin}\,2\,u]$, und dieselbe kann natürlich, abgesehen von dem Zeichen, nie grösser sein als $(1 + \mathrm{Sin}\,2\,u)$. Es steht also zum Voraus fest, dass die Bedingungsgleichung $\mathrm{Cos}\,\delta = \frac{-a}{2b}$ gar keine möglichen Werthe gibt, wenn $\eta > 45^0$.

Ist $\eta < 45^0$ oder $\eta = 45^0 - u$, so verwandelt sich $2\,\mathrm{Sin}^2\,\eta < \mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)$ in

$$2\,\mathrm{Sin}^2\,(45^0 - u) < \mathrm{Cos}\,(90^0 - 2\,u) - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 90^0 - 2\,u) \text{ oder}$$

$$1 - 2\,\mathrm{Sin}\,u\,\mathrm{Cos}\,u < \mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon - 2\,u) \text{ oder } 1 < 2\,\mathrm{Sin}\,2\,u + \mathrm{Sin}\,(4\,\varepsilon - 2\,u).$$

Offenbar liegt hierin keine Unmöglichkeit; und es gestattet das erste Differenzial, dass η alle Werthe zwischen 0 und 45^0 annehme.

Wenn in das zweite Differenzial

$f_2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,2\,\eta\,\mathrm{Cos}\,\delta + \mathrm{Cos}^2\,\eta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta]$ für $\mathrm{Cos}\,\delta$ der Werth $-\frac{a}{2b} = \frac{-\mathrm{Sin}^2\,2\,\eta}{2\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)]}$ eingeführt wird, so hat man

$f_2 = -2\,b\,\mathrm{Sin}^2\,\delta = -\mathrm{Cos}^2\,\eta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)]\,\mathrm{Sin}^2\,\delta$. Ob dieser Ausdruck einen positiven oder negativen Ausschlag gebe, hängt lediglich von $\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}\,(4\,\varepsilon + 2\,\eta)$ ab. Damit das zweite Differenzial positiv nnd die Bedingung für ein Minimum erfüllt sei, muss

ebenen der beiden Körper 45° oder darüber beträgt, so steigt die Intensität mit der Zunahme des Phasenunterschiedes, erreicht bei $\delta = 180^0$ ihr Maximum, und vermindert sich wieder bei weiterer Zunahme von δ. Wenn η kleiner als 45° ist, so findet für gewisse Stellungen der Schwingungsebenen zu den Prismen das Nämliche statt, nämlich eine Steigerung der Helligkeit nach dem einzigen Maximum bei $\delta = 180^0$. Für gewisse andere Stellungen der Schwingungsebenen dagegen nimmt die Lichtintensität zu, bis δ gleich $180^0 - z$ ist, erlangt hier ein Maximum, vermindert sich dann wieder bis $\delta = 180^0$, erhebt sich von diesem relativen Minimum aus von neuem, bis $\delta = 180^0 + z$, zu einem zweiten Maximum, und sinkt dann zuletzt wieder auf Null, wenn $\delta = 360^0$. Fig. 39 stellt halbe Intensitätscurven der ersten, Fig. 40 solche der zweiten Art dar; die andere symmetrische Hälfte ($\delta = 180^0$ bis 360^0) ist weggelassen.[1]

$\mathrm{Cos}\, 2\eta - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)$ einen negativen Werth repräsentiren. Wenn $\eta < 45^0$ oder $\eta = 45^0 - u$, so hat man $\mathrm{Cos}(90^0 - 2u) - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 90^0 - 2u) = \mathrm{Sin}\, 2u + \mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u)$. $\mathrm{Sin}\, 2u$ ist positiv, weil $u < 45^0$; es muss also $\mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u)$ negativ und grösser als $\mathrm{Sin}\, 2u$ sein, wenn der ganze Ausdruck eine negative Grösse darstellen soll. Zugleich muss aber die andere Bedingung erfüllt sein, nämlich $\mathrm{Sin}^2 2\eta < 2\,\mathrm{Cos}^2 \eta\,[\mathrm{Cos}\, 2\eta - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)]$, oder indem man $\eta = 45^0 - u$ setzt, wie eben entwickelt wurde, $1 < 2\,\mathrm{Sin}\, 2u + \mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u)$. Diess ist aber unmöglich, da $\mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u)$ negativ und grösser als $\mathrm{Sin}\, 2u$ sein soll und da $\mathrm{Sin}\, 2u$ immer positiv bleibt. Es kann also das zweite Differenzial nie negativ werden; und es existiren für die dritte Bedingung des ersten Differenzials ($\mathrm{Cos}\,\delta = \frac{-a}{2b}$) überhaupt keine Minima der Lichtintensität.

Es frägt sich nun zweitens, ob das zweite Differenzial

$$f^2 = -\mathrm{Cos}^2 \eta\,[\mathrm{Cos}\, 2\eta - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)]$$

negativ sein und somit ein Maximum anzeigen könne. Diess geschieht dann, wenn $\mathrm{Cos}\, 2\eta - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)$ oder ($\eta = 45^0$ gesetzt) wenn $\mathrm{Sin}\, 2u + \mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u)$ einen positiven Werth gibt, was immer eintritt in dem Falle, dass $\mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u)$ positiv oder kleiner als $\mathrm{Sin}\, 2u$ wird. Diesen positiven Werth erlaubt auch die Bedingungsgleichung des ersten Differenzials $\mathrm{Sin}\, 2\eta < 2\,\mathrm{Cos}^2 \eta\,[\mathrm{Cos}\, 2\eta - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)]$ oder $1 < 2\,\mathrm{Sin}\, 2u + \mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u)$, denn offenbar gibt es Werthe von u und ε, welche den zweiten Ausdruck grösser als 1 machen.

Es existiren also, ausser den Minima für $\delta = 0$, den Maxima und Minima für $\delta = 180^0$, noch Maxima für $\mathrm{Cos}\,\delta = \frac{-a}{2b} = \frac{-\mathrm{Sin}^2 2\eta}{2\,\mathrm{Cos}^2 \eta\,[\mathrm{Cos}\, 2\eta - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)]}$, wenn $\eta < 45^0$. Es ist offenbar, dass δ im letztern Falle immer 2 Werthe hat, einen unter und einen über 180°; denn $\mathrm{Cos}\,\delta < 1$ und > 0. Für eine positive Grösse von $\mathrm{Cos}\,\delta$ befinden sich die beiden Werthe von δ im ersten und vierten, für eine negative im zweiten und dritten Quadranten.

(1) Die Frage, welche Stellungen der Schwingungsebenen eine Intensitätscurve mit 1 oder mit 2 Maxima bedingen, ergibt sich aus der Bedingungsgleichung $2\,\mathrm{Sin}\, 2u + \mathrm{Sin}(4\varepsilon - 2u) \gtreqless 1$ (Pag. 53) oder wenn man für u seinen Werth ($45^0 - \eta$) setzt $2\,\mathrm{Cos}\, 2\eta - \mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta) \gtreqless 1$. > 1 zeigt ein relatives Minimum für $\delta = 180^0$ und somit Maxima für $\delta = 180^0 + z$ an; < 1 dagegen zeigt ein einziges Maximum für $\delta = 180^0$ an. > 1 findet statt, wenn $\mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta) = -1$ oder mehr, also wenn $4\varepsilon + 2\eta = 180^0$ und $= 180^0 - x$, wenn $\varepsilon = 45^0 - \frac{\eta}{2}$ und $= 45^0 - \frac{\eta}{2} - \frac{x}{4}$, d. h bei diagonaler und verwandten Stellungen. < 1 dagegen tritt ein, wenn $\mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta) = 1$ oder weniger, also wenn

Ich habe bis jetzt die Intensitätscurve zweier über einander liegender Crystallplättchen als allgemeines Problem behandelt und die Stellung derselben rücksichtlich der beiden Polarisationsprismen (oder die Grösse von ε) als unbestimmt angenommen. Bei der diagonalen Stellung, wenn $\varepsilon = 45^0 - \frac{1}{2}\eta$ oder $\varepsilon = 135^0 - \frac{1}{2}\eta$ oder $\varepsilon = -45^0 + \frac{1}{2}\eta$, beträgt die Lichtintensität (Pag. 46)

$$J^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\eta\, (1 - \operatorname{Cos}\delta) + \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}^2 \eta \operatorname{Sin}^2 \delta\, (\operatorname{Cos} 2\eta + 1).$$

Alle Werthe von η, welche zwischen 45^0 und 90^0 oder zwischen -45^0 und -90^0 liegen, geben für das veränderliche δ eine Intensitätscurve mit einem einzigen Maximum; dasselbe tritt ein, wenn $\delta = 180^0$. Die grösste Helligkeit beträgt dann $J^2 = \operatorname{Sin}^2 2\eta$, und ist nur, wenn die Schwingungsebenen der beiden Crystallplättchen um die Hälfte eines rechten Winkels von einander abstehen ($\eta = \pm 45^0$) gleich der vom untern Prisma kommenden Lichtmenge ($= 1$). Wenn η in positivem oder negativem Sinne grösser wird als $\pm 45^0$, so vermindert sich das Maximum, bis es bei $\eta = \pm 90^0$ (wo die ungleichen Schwingungsebenen auf einander treffen) Null wird.

Ist η in positiver oder negativer Richtung kleiner als $\pm 45^0$, so hat die Intensitätscurve 2 Maxima, nämlich für $\delta = 180^0 - z$ und $\delta = 180^0 + z$, und ein

---

$4\varepsilon + 2\eta = 0$ (oder 360^0) und $= -x$ (oder $360^0 - x$), wenn $\varepsilon = -\frac{\eta}{2}$ (oder $90^0 - \frac{\eta}{2}$) und $= -\frac{\eta}{2} - \frac{x}{4}$ (oder $90^0 - \frac{\eta}{2} - \frac{x}{4}$), d. h. bei orthogonaler und verwandten Stellungen. Die Grenze zwischen den beiden Arten von Intensitätscurven gibt die Gleichung

$$2 \operatorname{Sin} 2u + \operatorname{Sin}(4\varepsilon - 2u) = 1 \text{ oder}$$

$$2 \operatorname{Cos} 2\eta - \operatorname{Cos}(4\varepsilon + 2\eta) = 1 \text{ oder } \operatorname{Cos}(4\varepsilon + 2\eta) = 2 \operatorname{Cos} 2\eta - 1.$$

Die folgende Tabelle enthält diese Grenzwerthe von ε für verschiedene Werthe von η; die über dieser Grenze liegenden Werthe von ε (bis zur neuen Grenze) geben eine Intensitätscurve mit 2 Maxima, die unter derselben befindlichen eine Curve mit 1 Maximum.

Grenze zwischen den Maxima und Minima bei einem Phasenunterschied $\delta = 180^0$ für verschiedene Werthe von η.

Winkel zwischen den Schwingungsebenen (η)	Orthogonale Stellung. $\varepsilon =$	Grenze. $\varepsilon =$	Diagonale Stellung. $\varepsilon =$	Grenze. $\varepsilon =$
$\pm$ 1	— 30′	12½′	44⁰ 30′	88⁰ 47½′
$\pm$ 5⁰	— 2⁰ 30′	1⁰ 2½′	42⁰ 30′	83⁰ 57½′
$\pm$ 10⁰	— 5⁰	2⁰ 6½′	40⁰	77⁰ 53½′
$\pm$ 15⁰	— 7⁰ 30′	3⁰ 14⅓′	37⁰ 30′	71⁰ 45⅔′
$\pm$ 20⁰	— 10⁰	4⁰ 28′	35⁰	65⁰ 32′
+ 25⁰	— 12⁰ 30′	5⁰ 51′	32⁰ 30′	59⁰ 9′
$\pm$ 30⁰	— 15⁰	7⁰ 30′	30⁰	52⁰ 30′
$\pm$ 35⁰	— 17⁰ 30′	9⁰ 36¼′	27⁰ 30′	45⁰ 23¼′
$\pm$ 40⁰	— 20⁰	12⁰ 56½′	25⁰	37⁰ 3½′
$\pm$ 44⁰	— 22⁰	17⁰ 37′	23⁰	28⁰ 23′
$\pm$ 45⁰	— 22⁰ 30′	22⁰ 30′	22⁰ 30′	22⁰ 23′

Wenn η die Grösse von $\pm 45^0$ erreicht, so fallen die Grenzen mit der diagonalen Stellung zusammen und die Intensitätscurve hat nur noch ein Maximum

relatives Minimum nämlich für $\delta = 180^0$. Die genaue Lage dieser Maxima ergibt sich aus der Formel $\operatorname{Cos}\delta = \frac{-\operatorname{Sin}^2 2\eta}{2\operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos}2\eta - \operatorname{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)]}$ (vgl. Pag. 52 Anmerk.), welche für die diagonale Stellung die Form annimmt

$$\operatorname{Cos}\delta = \frac{-\operatorname{Sin}^2 2\eta}{2\operatorname{Cos}^2\eta\,[\operatorname{Cos}2\eta + 1]} = \frac{-2\operatorname{Sin}^2\eta}{\operatorname{Cos}2\eta + 1} = \frac{-2\operatorname{Sin}^2\eta}{2\operatorname{Cos}^2\eta} = -\operatorname{Tang}^2\eta.$$

Wenn $\eta = 0$, d. h. wenn die Schwingungsebenen der beiden Crystallplättchen sich genau entsprechen, so ist $\delta = 90^0$ und 270^0. So wie η zunimmt, so wird δ kleiner, d. h. die beiden Maxima rücken gegen einander und wenn $\eta = \pm 45^0$ geworden, so ist $\delta = 180^0$, und die beiden Maxima haben sich in ein einziges vereinigt. Die Lichtstärke dieser Maxima ist immer 1 (= der vom untern Nicol kommenden Lichtmenge), denn wenn man für $\operatorname{Cos}\delta$ und $\operatorname{Sin}^2\delta$ ihre Werthe einsetzt, so hat man

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\operatorname{Sin}^2 2\eta\,(1 + \frac{\operatorname{Sin}^2\eta}{\operatorname{Cos}^2\eta}) + \tfrac{1}{2}\operatorname{Cos}^2\eta\,(1 + \frac{\operatorname{Sin}^4\eta}{\operatorname{Cos}^4\eta})(\operatorname{Cos}2\eta + 1)$$
$$= \tfrac{1}{2}\operatorname{Sin}^2 2\eta + \operatorname{Sin}^4\eta + \operatorname{Cos}^4\eta = 1.$$

Die Helligkeit der relativen Minima ($\delta = 180^0$) variirt; sie beträgt $J^2\operatorname{Sin}^2 2\eta$, und ist, wenn η fast $+45^0$ erreicht, beinahe 1; mit der Abnahme von η wird sie kleiner und verschwindet bei $\eta = 0$.

Bei orthogonaler Stellung der Schwingungsebenen zeigt die Intensitätscurve für alle Werthe von η nur ein Maximum (wenn $\delta = 180^0$). Die Lichtstärke desselben wechselt; $J^2 = \operatorname{Sin}^2 2\eta$. Sie ist 1, wenn $\eta = \pm 45^0$ und nimmt von da, wenn η ohne Rücksicht auf das Zeichen grösser oder kleiner wird, gleichmässig ab, bis η die Grenze von 0 oder $\pm 90^0$ erreicht.

Die folgenden Tabellen geben die Lichtstärke für einige Werthe von η bei wechselndem Phasenunterschied d. h. für die successiven Werthe von δ von 10^0 zu 10^0 zwischen 0 und 180^0. Von $\delta = 180^0$ bis $\delta = 360^0$ wiederholen sich die angegebenen Werthe in umgekehrter Ordnung. Zur Berechnung dienten die Formeln der Tabellen A und C auf Pag. 48 und 50.

A. Ordinaten der Intensitätscurve bei diagonaler Stellung.

δ	Wenn $\eta = 0$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 15^0$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 30^0$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 45^0$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 60^0$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 75^0$, so ist $J^2 =$
0^0	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
10^0	0,030154	0,028148	0,022658	0,015133	0,007581	0,002034
20^0	0,11695	0,109345	0,0884	0,059392	0,030072	0,008063
30^0	0,250000	0,234374	0,190865	0,129485	0,065864	0,017868
40^0	0,41316	0,388906	0,320137	0,22027	0,113557	0,031099
50^0	0,586824	0,555489	0,464043	0,325312	0,170631	0,047285
60^0	0,750000	0,715384	0,609375	0,43750	0,234375	0,065865
70^0	0,88302	0,851027	0,743441	0,549745	0,301932	0,086209
80^0	0,96985	0,947560	0,85542	0,655637	0,370503	0,107645

δ	Wenn $\eta = 0$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 15^\circ$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 30^\circ$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 45^\circ$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 60^\circ$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 75^\circ$, so ist $J^2 =$
90°	1,000000	0,995512	0,93750	0,750000	0,437500	0,129487
100°	0,96985	0,990972	0,98566	0,829287	0,500740	0,151058
110°	0,88302	0,936532	0,999956	0,891765	0,558447	0,171714
120°	0,750000	0,840384	0,98125	0,937500	0,609375	0,190865
130°	0,586824	0,716186	0,946133	0,9681	0,652722	0,207981
140°	0,41316	0,580411	0,894667	0,98631	0,688087	0,222604
150°	0,250000	0,450882	0,840386	0,995515	0,715386	0,234376
160°	0,11695	0,344268	0,793165	0,999082	0,734689	0,242986
170°	0,030154	0,274351	0,761265	0,999943	0,746189	0,248236
180°	0,000000	0,250000	0,750000	1,000000	0,750000	0,250000

Die Curven dieser Ordinaten sind in Fig. 39 zur Hälfte verzeichnet; auf der Abszissenaxe sind die Werthe für δ von 0 bis 180° aufgetragen. Die andere symmetrische Hälfte der Curven, welche die Werthe für δ von 180° bis 360° umfasst, würde sich rechts anschliessen. Für $\eta = \pm 45°$, $\eta = \pm 60°$ und $\eta = \pm 75°$ besteht nur e i n Maximum, nämlich wenn die Abszisse $\delta = 180°$. Wenn $\eta = \pm 30$, so bestehen zwei Maxima, eines für die Abszisse $\delta = 109° 28'$ und das andere für $\delta = 250° 32'$, und dazwischen ein relatives Minimum, für $\delta = 180°$. Die Curve von $\eta = \pm 15°$ hat ebenfalls zwei Maxima, nämlich bei $\delta = 94° 7'$ und $\delta = 265° 53'$. Wenn $\eta = 0$, so treffen die beiden Maxima auf $\delta = 90$ und $\delta = 270°$, und das absolute Minimum zwischen denselben auf $\delta = 180°$; d. h. die beiden doppelbrechenden Körper verhalten sich wie ein einziger.

B. Ordinaten der Intensitätscurve bei orthogonaler Stellung.

$\delta =$	Wenn $\eta = \pm 15$ und $\pm 75°$. so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 30°$ und $\pm 60°$, so ist $J^2 =$	Wenn $\eta = \pm 45°$, so ist $J^2 =$
0°	0,000000	0,000000	0,000000
10°	0,000014	0,000042	0,000056
20°	0,000229	0,000688	0,000917
30°	0,001121	0,003465	0,004485
40°	0,003422	0,010268	0,01369
50°	0,007975	0,023925	0,031900
60°	0,015625	0,046875	0,062500
70°	0,027059	0,081176	0,108235
80°	0,042678	0,128034	0,170713
90°	0,062500	0,187500	0,250000
100°	0,086090	0,258272	0,344362
110°	0,112564	0,337691	0,450255
120°	0,140625	0,421875	0,5625
130°	0,168672	0,506016	0,674687
140°	0,194927	0,584797	0,77973
150°	0,217629	0,652886	0,870515
160°	0,235152	0,705452	0,940617
170°	0,246217	0,738650	0,984866
180°	0,250000	0,750000	1,000000

In Fig. 40 sind die Curven dieser Ordinaten verzeichnet.

VI. Ein anisotroper crystallähnlicher Körper mit weissem Lichte beobachtet. Bildung der Interferenzfarben.

In der ganzen bisherigen Auseinandersetzung über die Wirksamkeit des Polarisationsapparates wurde der Elementarstrahl, d. h. der Strahl irgend einer homogenen Lichtart betrachtet und durch einen einzelnen oder durch 2 übereinander liegende doppelbrechende Körper verfolgt. Das weisse Licht, welches gewöhnlich zur Untersuchung angewendet wird, besteht aus verschiedenen gefärbten Elementarstrahlen, welche in dem nämlichen Medium eine ungleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit und ungleiche Wellenlängen besitzen. Da ferner jedem Elementarstrahl ein eigenthümliches Brechungsverhältniss zukommt, so ist auch in dem nämlichen doppelbrechenden Medium das Verhältniss zwischen den Wellenlängen der beiden polarisirten Componenten für die verschiedenen Lichtfarben nicht vollkommen gleich.[1] — Da das rothe Licht die längsten, das violette die kürzesten Wellen hat, so bedarf es, um einen bestimmten Phasenunterschied hervorzubringen, eine dickere Crystallplatte für den rothen als für den violetten Strahl; und wenn man den nämlichen Keil (Fig. 18) nach einander mit den 7 Strahlen des Spectrums beobachtet, so liegen beim rothen Licht die hellen und dunklen Streifen am weitesten aus einander; bei Orange rücken sie näher, bei Gelb noch näher u. s. w.; bei Anwendung von violettem Licht zeigen sie die kleinsten Abstände.[2]

---

(1) 7 Strahlen des Spectrums, entsprechend den 7 Frauenhoferschen Linien (B, C, D, E, F, G, H) haben in der Luft, im Wasser und in den beiden Schwingungsebenen des Kalkspaths (senkrecht zur optischen Axe) folgende Wellenlängen in Milliontheilen des Millimeters:

	B (Roth)	C (Roth	D(Orange)	E (Grün)	F (Blau)	G (Indigo)	H (Violett)
Luft	687,8	656,4	588,8	526,0	484,3	429,1	392,8
Wasser	516,8	492,9	441,5	393,7	362,0	319,9	292,2
ordentl. Strahl im Kalkspath	416,1	396,8	355,0	316,2	290,3	256,0	233,3
ausserordtl. Strahl im Kalkspath	463,4	442,2	396,1	353,3	324,9	287,1	262,2

(2) Wenn man die Wellenlängen ($L_{,}$ und $L_{,,}$) der beiden polarisirten Strahlen einer homogenen Lichtart kennt, so lässt sich leicht berechnen, wo auf einer keilförmigen Platte die dunkeln und hellen Streifen sich befinden. Der erste dunkle Streifen entspricht einer Dicke (d), bei welcher der eine Strahl dem andern um eine ganze Wellenlänge vorausgeeilt ist, und wo somit beide den Crystall zum ersten Mal in der nämlichen Schwingungsphase verlassen. Es muss also $\frac{d}{L_{,,}} - \frac{d}{L_{,}} = 1$ sein, somit $d\, L_{,} - d . L_{,,} = L_{,} . L_{,,}$ und $d = \frac{L_{,} . L_{,,}}{L_{,} - L_{,,}}$. Der erste helle Streifen befindet sich da, wo der eine Strahl den andern um eine halbe Wellenlänge überholt, und wo der Phasenunterschied demnach zum ersten Mal 180^0 erreicht hat. Hier ist $\frac{d}{L_{,,}} - \frac{d}{L_{,}} = \frac{1}{2}$, ferner $d . L_{,} - d . L_{,,} = \frac{L_{,} . L_{,,}}{2}$ und $d = \frac{L_{,} . L_{,,}}{2(L_{,} - L_{,,})}$.

Lässt man weisses Licht durch einen doppelbrechenden Körper gehen, so treten die einzelnen homogenen Strahlen mit ungleichen Phasen aus demselben heraus, und erscheinen daher nach der Interferenz im analysirenden Prisma mit ungleicher Lichtintensität. Der auf Pag. 32 abgeleitete Ausdruck $2\,a^2 \,\mathrm{Sin}^2\,\varepsilon\, \mathrm{Cos}^2\,\varepsilon \times [1 - \mathrm{Cos}\,\delta]$, der uns die leuchtende Kraft des interferirenden Strahls angibt, stellt für Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett andere Werthe dar, weil die Phasenunterschiede (δ) verschieden sind. Das Object sendet dem Auge nicht mehr weisses Licht zu; denn das gewöhnliche Verhältniss der Elementarstrahlen, welches uns das Licht weiss erscheinen lässt, ist gestört; der eine derselben ist am stärksten, ein anderer am schwächsten oder auch gar nicht vertreten. Das Object zeigt sich desswegen gefärbt; seine Farbe hängt von dem Verhältniss der Intensitäten ab, mit welchem die im Bilde sich deckenden homogenen Lichtarten ausgestattet sind.

a. Veränderung der Interferenzfarbe bei wechselnder Dicke des Körpers oder in einem Keile.

Betrachtet man die keilförmige Platte, welche bei Anwendung von homogenem Licht alternirende helle und dunkle Streifen zeigt (Fig. 18), mit weissem Licht, so zeigt sie eine Menge von Farben, welche mit der Dicke stetig wechseln. Es sind die Farben, die man erhalten würde, wenn man alle möglichen Elementarstrahlen durch eben so viele Keile gehen liesse, und die Bilder, die sie geben, über einander legte. Fig. 43 gibt eine bildliche Darstellung für die 7 Farben des Spectrums; jede mit der Intensitätscurve, die einem Keil von gleicher Länge entspricht. Dieser zeigt an jedem Punkt die Mischfarbe, welche durch die Summe aller einzelnen homogenen Farben erzeugt wird. Beginnt man an dem dünnen Ende, so hat man folgende Farbenscale (die in Klammern eingeschlossenen Farben sind die des complementären Bildes):

1. Ordnung.		2. Ordnung.	
Schwarz	(Weiss)	Violett	(Gelb)
Bläulichdunkel, Grau	(Gelblichweiss)	Indigo	(Gelborange)
Hellbläulich	(Orange, Gelbbraun)	Blau	(Orange)
Weiss	(Rothviolett)	Grün	(Roth)
Gelb	(Hellindigo)	Gelb	(Hellindigo)
Orange, Braungelb	(Blau)	Orange	(Grünlichblau)
Roth	(Hellgrün)	Roth	(Grün)

Allgemein hat der Crystallkeil an den dunkeln Streifen eine Dicke von $\frac{n\,.\,L_,\,.\,L_{,,}}{L_, - L_{,,}}$, an den hellen Streifen von $\frac{(2\,n + 1)\,L_,\,.\,L_{,,}}{L_, - L_{,,}}$. In einem Keil von Kalkspath, dessen optische Axe horizontal liegt, entsprechen die dunkeln Streifen für die Strahlen der 7 Frauenhoferschen Linien folgenden Dicken in Milliontheilen des Millimeters. B = n . 4076,5; C = n . 3864,9; D = n . 3421,3; E = n . 3011,1; F = n . 2726,0; G = n . 2363,2; H = n . 2116,7.

3. Ordnung.		4. Ordnung.	
Violett	(Grünlichgelb)	Hellviolett	(Hellgrünlichgelb)
Blau	(Gelborange)	Bläulichgrün	(Hellrosa)
Grün	(Roth)	Grün	(Hellroth)
Gelb	(Violett)	Hellgrünlichgelb	(Lila)
Rosa, orange	(Blau)	Hellgelblichroth	(Hellgrünlichbläulich)
Roth	(Grün)	Hellroth	(Hellgrün)

5. Ordnung.		6. Ordnung.	
Hellblau	(Hellrosa)	Hellblau	(Hellrosa)
Hellgrün	(Hellroth)	Sehr hellgrün	(Hellroth)
Weisslich	(Weisslich)	Weisslich	(Weisslich)
Hellroth	(Hellgrün)	Sehr hellroth	(Hellgrünlich)

Da sich die Farben wiederholen, so wurden sie in Ordnungen gebracht. Schwarz entspricht der dünnsten Stelle des Keils, wo jeder Strahl nur mit äusserst geringer Intensität hindurchgeht. Sowie das Dunkel etwas abnimmt, so erkennt man darin einen violett-blauen Ton, weil diese Farben überwiegen. Nachher vereinigen sich alle Farben zu einem matten Weiss und es bleibt nur Blau im Ueberschuss, welches daselbst sein Maximum erreicht. An der Stelle, wo das Grün sein Maximum erlangt, verbinden sich die 7 Farben zu Lebhaft-weiss, in welchem der geringe Ueberschuss von Grün verschwindet. Das Ueberwiegen von Gelb, Orange und Roth drückt dann der Mischfarbe den Charakter auf. So lassen sich auch die Farben der folgenden Ordnungen leicht nachweisen. Sie nehmen aber von der dritten Ordnung aus an Bestimmtheit ab; in der siebenten und achten Ordnung erkennt man nur noch zwei Farben deutlich, Hellbläulichgrün und Hellroth; später erscheint der Keil fast weiss.

Die Interferenzfarben gehen allmälig in einander über, und es ist daher gewissermassen willkührlich, wie viele Nummern man in jeder Ordnung unterscheiden will. Ich folgte den gewöhnlichen Angaben und theilte jede der 4 ersten Ordnungen in 7 und 6 Töne, indem eine weitere Trennung mehr verwirrt als fördert. Nur für die erste Ordnung dürfte es in wenigen Fällen wünschbar sein, eine grössere Zahl von Nummern zu unterscheiden; ich füge desswegen noch eine Aufzählung derselben bei.

Schwarz (Lebhaftweiss)	Gelblichweiss (Violett)
Eisengrau, Schwärzlichgrau (Weiss)	Gelb (Hellindigo)
Graublau, Grau (Gelblichweiss)	Braungelb (Graublau)
Heller graublau (Gelbbräunlich)	Bräunlichorange (Blau)
Hellbläulich (Gelbbraun)	Rothorange (Blaugrün)
Grünlichweiss (Braunroth)	Roth (Hellgrün)
Weiss (Rothviolett)	Dunklerroth (Gelbgrün)

Hat der doppelbrechende Körper parallele Flächen, so gibt er natürlich nur e i n e Mischfarbe, diejenige, welche seiner Dicke entspricht. Man kann mit demselben Crystall alle möglichen Farben erhalten, wenn man dünne Platten desselben von ungleicher Stärke anfertigt. Das Nämliche beobachtet man an den mi-

croscopischen Crystallen, die man erhält, wenn man eine Substanz auf einem Objectträger aus einer dünnen Flüssigkeitsschicht auscrystallisiren lässt; sie erscheinen in den manichfaltigsten Färbungen.

Die Anwendung des homogenen Lichtes zeigt an einem Crystallkeil sehr genau die Stellen, wo der eine Strahl von dem andern um gerade oder ungrade Hälften von Wellenlängen abweicht und welche den Dicken $n.d$ und $(n + 1/2)d$ entsprechen (worin n ganze Zahlen von 0 angefangen und d die Dicke bezeichnet, bei welcher die beiden Strahlen einen Phasenunterschied von einer ganzen Welle erreichen). Allein eine Verschiedenheit wird nicht angezeigt, ob die Differenz ein Einfaches oder ungerade Mehrfaches von Wellenhälften, ein Einfaches oder Mehrfaches von ganzen Wellen betrage. Alle Crystallplatten, deren Dicke $u + n.d$ beträgt (worin u irgend eine beliebige constante Dicke bedeutet) verhalten sich, wenn n sich ändert, vollkommen gleich. — Wird dagegen weisses Licht angewendet, so werden die entsprechenden Dicken $n.d$, $(n + 1/2)d$ und überhaupt $u + n.d$ nicht so genau angegeben, weil die Farben sich nur innerhalb gewisser Grenzen entsprechen und diess überdem nur für wenige auf einander folgende Ordnungen gilt. Dafür ergibt sich ein anderer Vortheil gerade aus dem Umstande, dass die Farbennüancen und Farbenfolgen in den verschiedenen Ordnungen ungleich sind. Man kann mit Hülfe dieser Erscheinung die für das homogene Licht ununterscheidbaren Stellen eines Keils unterscheiden. Wenn man mehrere Platten des gleichen Crystalls hat, deren Dicken sich verhalten wie $u, u + d, u + 2d, u + 3d$, so lässt sich zuweilen aus der Farbe allein deren ungefähre Dicke bestimmen. Eben so kann man, wenn man von 2 oder mehrern Platten verschiedener anisotroper Körper die Dicke kennt, aus den Farben (wenn sie wenigstens den ersten Ordnungen angehören) auf das grössere oder geringere Doppelbrechungsvermögen derselben schliessen. Doch ist diese Bestimmungsmethode nicht ganz sicher, und setzt jedenfalls schon eine sehr genaue Kenntniss der Farbennüancen der verschiedenen Ordnungen voraus. Ein später zu erörterndes Controlverfahren gibt aber vollständige Sicherheit.

b. Veränderung der Interferenzfarbe, wenn der Körper um seine verticale Axe gedreht wird.

Es wurde bis jetzt vorausgesetzt, dass der doppelbrechende Körper, durch welchen man weisses Licht gehen lässt, mit seinen Schwingungsebenen zu den beiden Prismen eine diagonale Stellung einnehme, in welchem Falle er die intensivste Beleuchtung und somit die lebhafteste Farbe zeigt. Dreht man ihn um seine verticale Axe, d. h. vermehrt oder vermindert man den Winkel von 45°, den seine Schwingungsebenen mit denen der Prismen bildeten, so bleibt die Farbe die nämliche, wird aber allmälig dunkler, bis sie bei paralleler Stellung in Schwarz übergeht. Sie ist die Summe von Elementarstrahlen, welche die Intensität $2a^2 \sin^2 \varepsilon \times \cos^2 \varepsilon [1 - \cos \delta]$ haben. δ (der Phasenunterschied) ist für jeden derselben verschieden, und erscheint in seiner Formel als d_m, d_n, d_o ..... Dreht man das Object um seine Axe, so verändert sich ε für alle Strahlen gleichmässig, wäh-

rend d_m, d_n, d_o..... constant bleiben. Man hat also zwei Gruppen von Faktoren für die Lichtintensität; die eine ist $2\alpha(1 - \cos\delta)$ und zeigt für jede homogene Lichtart einen unveränderlichen Werth; die andere ist $\sin^2\varepsilon \cos^2\varepsilon$ und wechselt beim Drehen. Es ist einleuchtend, dass bei jeder Stellung das Intensitäts-Verhältniss der verschiedenen Lichtarten das gleiche bleibt. Daher vermindert sich von der diagonalen bis zur orthogonalen Stellung die Intensität aller einzelnen homogenen Strahlen in gleichem Maasse und desswegen ändert sich auch die Mischfarbe nicht, sondern wird nur geschwächt. Es ist dies bei der Beobachtung nicht aus den Augen zu verlieren, da man leicht geneigt ist in hellen Farben, wenn man sie verdunkelt, eine Aenderung zu erkennen; so scheint Gelb in Grüngelb, Grün in Blaugrün, Blau in Indigo, Roth in Violettroth überzugehen. Ein für Farben geübtes Auge wird aber nicht übersehen, dass die Farbennüance nicht geändert, sondern nur dunkler wurde. Von der Richtigkeit dieser Thatsache kann man sich übrigens auch leicht dadurch überzeugen, dass man die helle Farbe, welche die diagonale Stellung z. B. eines Gypsplättchens gibt, durch Schwächung des Lichtes verdunkelt; sie zeigt dann genau denselben Charakter, wie die dunkle Farbe, welche man beim Drehen um die verticale Axe durch Annäherung an die orthogonale Stellung erhält.

c. Berechnung der Interferenzfarben aus den Intensitäten der zusammentretenden homogenen Farben.

Unter gewissen Voraussetzungen lässt sich die Interferenzfarbe, welche die keilförmige Platte an jeder beliebigen Stelle gibt, berechnen. Dies geschieht mit Hülfe einer Construction wie Fig. 43; nur ist es zweckmässig, sie in grösserm Massstabe auszuführen, um die Ordinaten der Intensitätscurven genau messen zu können. Für eine solche Construction, von welcher Fig. 43 eine verkleinerte Darstellung ist, wurden die Wellenlängen der 7 Hauptstrahlen nach den auf Pag. 6 gegebenen Werthen eingeführt.[1]

In Wirklichkeit treten zwar nicht 7 Strahlen, sondern unendlich viele zusammen, von denen jeder einen etwas andern Farbenton hat. Wir können aber unter jenen 7 Strahlen uns ebenso viele Summen denken, in denen sie rücksichtlich der Farbe Mittelwerthen entsprechen. Die 7 Farben zusammen erzeugen weisses Licht. Der Einfachheit wegen kann man dieselben auf die drei Hauptfarben Roth, Gelb und Blau reduziren, und die andern als Verbindungen derselben betrachten. Bei dieser Annahme vereinigen sich gleiche Quantitäten von Roth, Gelb und Blau zu Weiss, und um diess zu erreichen, muss für die 7 Farben des Spectrums eine entsprechende Zusammensetzung aus jenen 3 Grundfarben

---

(1) Die Intensitätscurven sind (wie in Fig 18) nach der Intensitätsformel construirt (vgl. Pag. 35). Der Raum einer Wellenlänge wurde somit in 360 Theile getheilt, so dass die Abszisse durch eine Anzahl von Graden (δ) ausgedrückt war. Die Ordinaten wurden so errichtet, dass ihre Höhe dem Werthe $1 - \cos\delta$ entsprach. Die Constructionen in Müller-Pouillet (5. Aufl. I, 631) und Eisenlohr (8. Aufl. p. 276) sind unrichtig.

und eine bestimmte Intensität angenommen werden. Mit Rücksicht nun darauf, dass die 7 Farben einen ungleichen Raum im Spectrum einnehmen[1] und eine ungleiche Intensität[2] besitzen, habe ich für dieselben folgende Zusammensetzung in Rechnung gebracht.

	Roth	Gelb	Blau
Violett	5	—	3½
Indigo	1	—	4
Blau	—	—	8½
Grün	—	6	4
Gelb	—	10	—
Orange	2	4	—
Roth	12	—	—
	20	20	20

Um die Interferenzfarbe zu bestimmen, die der Keil an einer bestimmten Stelle gibt, werden auf der betreffenden Verticalen die Ordinaten der 7 Farben gemessen und mit den Coeffizienten der vorstehenden Tabelle multiplizirt, und so die Mengen von rothem, gelbem und blauem Licht berechnet, welche zusammentreten. Nachdem gleiche Quantitäten für die Bildung von Weiss davon abgezogen wurden, zeigt der Rest den Ton der Interferenzfarbe an. Ich will für 2 Beispiele, nämlich für die Verticale 5 und 11 die Rechnung ausführen.

Verticale 5	Höhe der Ordinaten	Roth	Gelb	Blau
Violett	133	665	—	465½
Indigo	141	141	—	564
Blau	147	—	—	1249½
Grün	150	—	900	600
Gelb	147	—	1470	—
Orange	143	286	572	—
Roth	140	1680	—	—
		2772	1942	2879

Die Höhe, welche der grössten Intensität entspricht, die ein Elementarstrahl erlangen kann, war in 150 Theile getheilt; die Länge der Ordinaten ist durch solche Theile ausgedrückt; Grün befindet sich auf der Verticalen 5 im Maximum. Wenn alle Strahlen die volle Intensität besässen und also kein Licht verloren

---

(1) Die Länge der einzelnen Farben im Spectrum wurde für Glasprismen von Newton und Frauenhofer folgendermassen bestimmt:

	Roth	Orange	Gelb	Grün	Blau	Indigo	Violett	Zusammen
Newton	45	27	40	60	60	48	80	360
Frauenhofer	56	27	27	46	48	47	109	360

(2) Die Lichtstärke ist an den beiden Enden des Spectrum's gering; sie nimmt von da einerseits durch Orange, anderseits durch Blau und Grün allmälig zu bis in die Mitte des Gelben, wo sie am grössten ist.

ginge, so würde die ganze Lichtmenge auf einer Verticalen 3000 Roth, 3000 Gelb und 3000 Blau, also zusammen 9000 Weiss betragen. Auf der Verticalen 5 gibt die Summation 2772 Roth, 2942 Gelb und 2879 Blau. Davon vereinigen sich 2772 von jeder Farbe zu 8316 Weiss. Es bleiben 170 Gelb und 107 Blau, von denen je 107 zusammen 214 Grün bilden, und einen Ueberschuss von 63 Gelb lassen. Die ganze Summe beträgt also 8316 Weiss, 214 Grün und 63 Gelb. Das gelbliche Grün wird hier von dem weissen Licht so bedeckt, dass man nur das letztere wahrnimmt, wie diess in der That bei Weiss der ersten Ordnung der Fall ist. Die ganze Lichtmenge steigt auf 8593; es gehen also nur 407 Neuntausendstel im Analysator verloren.

Verticale 11	Höhe der Ordinaten	Roth	Gelb	Blau
Violett	115	575	—	402½
Indigo	83	83	—	332
Blau	51	—	—	433½
Grün	17	—	102	68
Gelb	3	—	30	—
Orange	2	4	8	—
Roth	10	120	—	—
		782	140	1236

140 Theile jeder der 3 Farben vereinigen sich zu 420 Weiss. Die übrigbleibenden 642 Roth und 1096 Blau geben 1284 Violett und 454 Roth. Die Mischfarbe (420 Weis, 1284 Violett und 454 Roth) ist ein röthliches Violett; und die ganze Lichtmenge beträgt bloss 2158, während 6842 Neuntausendstel im Analysator verloren gehen.

In der folgenden Tabelle habe ich für eine Reihe von Verticalen die Ergebnisse ähnlich ausgeführter Berechnungen zusammengestellt. Das Verfahren, wenn es auch der strengen Methode entbehrt, ist doch im Stande einen Begriff von der Natur der Interferenzfarben, ihrer sehr ungleichen Farbenintensität und Helligkeit zu geben.

Verticale	Violett	Blau	Grün	Gelb	Orange	Roth	Weiss	Summe	Resultirende Mischfarbe
1	34	58½	—	—	—	—	726	818½	Grau I
2	2	303	—	—	—	—	2814	3119	Hellbläulich I
3	—	405	82	—	—	—	5349	5836	Bläulichweiss
4	—	314½	164	—	—	—	7440	7918½	Weiss I
5	—	—	214	63	—	—	8316	8593	Weiss I
6	—	—	—	195	786	—	6672	7653	Gelblichweiss
7	—	—	—	71	1743	—	3742½	5556½	Hellorange
8	—	—	—	—	1913	135	1282½	3330½	Orange I
9	—	—	—	—	953	486	340½	1779½	Rothorange
10	646	—	—	—	—	358	336	1340	Rothviolett
11	1284	454	—	—	—	—	420	2158	Violett II

Verticale	Violett	Blau	Grün	Gelb	Orange	Roth	Weiss	Summe	Resultirende Mischfarbe
12	578	1247½	—	—	—	—	1776	3601½	Blau II
13	—	1342	648	—	—	—	3090	5080	Grünlichblau
14	—	542½	1896	—	—	—	3528	5966½	Grün II
15	—	—	1491	555½	—	—	4179	6225½	—
16	—	—	—	1174	677	—	3964½	5815½	Gelb II
17	—	—	—	466	2758	—	1929	5153	Orange II
18	—	—	—	—	2787	530	1213½	4530½	—
19	—	—	—	—	752	1438	1950	4140	Roth II
20	1589		—	—	—	1011½	1386	3986½	Rothviolett
21	3106	104	—	—	—	—	744	3954	Violett III
22	1254	1245	—	—	—	—	1374	3873	Violettblau
23	—	1346	1046	—	—	—	1491	3883	Blaugrün
24	—	332½	3038	—	—	—	453	3823½	Grün III
25	—	—	1703	839½	—	—	1785	4327½	Gelblichgrün
26	—	—	360	1605	—	—	2415	4380	Gelb III
27	—	—	—	860	1725	—	2338½	4923½	Gelblichorange
28	—	—	—	—	2327	304	2701½	5332½	Orange
29	—	—	—	—	346	1357	3861	5564	Roth III
30	1589	—	—	—	—	1049½	2682	5320½	Rothviolett
31	2794	—	—	—	—	320	1638	4752	Violett IV
32	2014	454	—	—	—	—	1644	4112	—
33	206	890	—	—	—	—	2580	3676	Hellblau
34	—	216	1514	—	—	—	1743	3473	Grün IV
35	—	—	1436	580	—	—	1746	3762	—
36	—	—	718	1066	—	—	2337	4121	Grünlichgelb
37	—	—	77	1150½	—	—	3357	4584½	Gelb IV
38	—	—	—	715	475	—	3508½	4698½	Hellgelb
39	—	—	—	57	419	—	4408½	4884½	Hellorange
40		—	—	—	645	205½	3948	4798½	Hellrothorange
41	1536	—	—	—	—	292	2874	4702	Violett
42	1777	—	—	—	—	420½	2490	4687½	—
43	1480	—	—	—	—	513	2754	4747	—
44	674	—	—	—	—	468	3540	4682	Hellrothviolett
45	—	—	—	—	267	140	4213½	4620½	Hellrothorange
46	—	—	232	516	—	—	3492	4240	Hellgrüngelb
47	—	—	1124	699	—	—	2139	3962	Gelblichgrün
48	—	—	1854	632	—	—	1251	3737	Gelblichgrün

Dieser Tabelle habe ich noch eine Bemerkung betreffend die Uebereinstimmung der berechneten mit den wirklichen Interferenzfarben beizufügen. Die Berechnung ist vollkommen genau, wenn sich alle Elementarstrahlen in gleicher Intensität befinden; sie muss also um so ungenauer werden, je grösser die Verschiedenheit zwischen der Ordinatenlänge zweier neben einander befindlicher Nummern der 7 Farben ist. Ein Blick auf Fig. 43 zeigt, dass diese Verschiedenheit auf der linken Seite am kleinsten, auf der rechten Seite am grössten ist. Dies ist ein erster Grund, warum die berechnete mit der wirklichen Interferenzfarbe in der ersten Ordnung am genauesten, in den spätern etwas weniger genau übereinstimmt.

Die Berechnung ersetzt eine Reihe von ungleichen Werthen, die einander zu addiren sind, durch einen Mittelwerth. Dieser Mittelwerth wird immer etwas zu gross ausfallen, wenn eine der 7 Farben sich im Maximum, dagegen zu klein, wenn sie sich im Minimum der Intensität befindet, weil im ersteren Falle alle übrigen zu addirenden Elementarstrahlen eine geringere, im zweiten eine grössere Intensität besitzen. Haben zwei neben einander liegende homogene Farben, z. B. Gelb und Grün, Ordinaten von einer bestimmten Länge, so wird die Berechnung von der Wirklichkeit am wenigsten sich entfernen, wenn die Elementarstrahlen zwischen den beiden homogenen Farben, so wie die vorausgehenden und die nachfolgenden (in dem angeführten Beispiele von Orange bis Blau) in der gleichen Richtung zu- oder abnehmen. Diess ist der Fall zwischen allen 7 Farben der 1. 2. 3. 7. 8. Verticale. — Wenn dagegen von der Ordinate der einen homogenen Farbe aus die Elementarstrahlen bis zum Maximum der Intensität wachsen und dann bis zur Ordinate der andern Farbe zurückgehen, oder wenn der Uebergang durch das Minimum statt findet, so muss die berechnete Mischfarbe sich weiter von der wirklichen entfernen; sie muss im erstern Falle zu viel, im zweiten zu wenig von der den beiden homogenen Farben gemeinsamen Hauptfarbe (Roth, Gelb oder Blau) enthalten. Diess ist nun überall in Fig. 43 da der Fall, wo auf der gleichen Verticale die Intensitätscurven zweier benachbarter Farben in entgegengesetzter Richtung geneigt sind, z. B. Gelb und Grün auf der Verticale 36, Roth und Orange auf 35. Die Construction bringt es mit sich, dass, um mich dieses Ausdruckes zu bedienen, diese Kreuzungen zweier successiver Intensitätscurven auf der linken Seite der Fig. 43 selten vorkommen und wenig störend wirken; dass sie aber je weiter man nach rechts geht, um so häufiger eintreten und eine für die Rechnung um so verderblichere Wirkung äussern. Es ist das ein zweiter Grund, warum die berechneten und die wirklichen Interferenzfarben um so weniger übereinstimmen können, je höher die Farbenskale ansteigt.

Es hätten, um diesen beiden Fehlerquellen zu begegnen, Correcturen in der Berechnung der Interferenzfarben angebracht werden können. Diess ist nicht geschehen, weil sie doch nur willkürlich ausgefallen wären, und weil ohne diess die berechneten Interferenzfarben in den ersten Ordnungen sehr genau, und in den spätern wenigstens ziemlich genau mit der Beobachtung übereinstimmen, und erst in der fünften Ordnung Widersprüche bemerkbar werden.

In den 4 ersten Ordnungen folgen sich die Farben in gleicher Weise wie im Spectrum, mit der Ausnahme, dass in der ersten Ordnung das Violett durch Schwarz, das Grün durch Weiss verdeckt wird. Die Farben werden aber von der zweiten Ordnung an heller, in der fünften und sechsten Ordnung sind nur noch wenige, in der siebenten und achten nur noch zwei Farben (Hellbläulichgrün und Hellroth) zu erkennen, wie ich bereits erwähnt habe. Wird der Keil noch dicker, so dass er Farben der neunten und höherer Ordnungen geben sollte, so erscheint er fast weiss. — Die Ursache dieser Erscheinung liegt in dem gegenseitigen Verhalten der Intensitätscurven. In den zwei ersten Ordnungen und in der Hälfte der dritten ist auf jeder Verticalen nur eine homogene Farbe im

Maximum (Fig. 43, Vert. 1 — 24) und die Intensitäten nehmen von da aus nach beiden Seiten (Fig. 43 nach oben und unten) hin ab. In der ersten Ordnung fallen die Maxima aller Elementarstrahlen nahe zusammen, daher sie sich hier zu einer grossen Menge von Weiss vereinigen. Im letzten Drittheil der dritten Ordnung und in der vierten Ordnung befinden sich auf jeder Verticalen, wenn wir alle Elementarstrahlen des Spectrums berücksichtigen, zwei derselben im Maximum (Fig. 43, Vertic. 27 — 44); die beiden Maxima sind aber um weniger als den dritten Theil des Spectrums von einander entfernt, und bilden daher zusammen eine der 7 Farben. In der fünften und sechsten Ordnung kommen auf jeder Verticalen von allen Elementarstrahlen je 3 ins Maximum, die so über das Spectrum vertheilt sind, dass sie zusammen nahezu Weiss erzeugen. Wird der Keil noch dicker, so gelangen fortwährend mehr homogene Farben auf jeder Verticalen zum Maximum, und dieselben sind beständig in gleichmässigen Abständen auf der ganzen Breite des Spectrums angeordnet, so dass die Vereinigung zu Weiss immer vollständiger erfolgt und die Menge des Weiss immer grösser wird.

VII. Zwei anisotrope crystallähnliche Körper mit weissem Lichte beobachtet.

a. Die homologen Schwingungsebenen fallen zusammen oder kreuzen sich rechtwinklig.

Probleme von ganz allgemeiner Wichtigkeit gibt uns der Fall, wo zwei übereinander liegende doppelbrechende Körper im Polarisationsapparate von weissem Lichte erhellt werden. Wenn die gleichnamigen Schwingungsebenen correspondiren, so addiren sich die Phasenunterschiede jedes Elementarstrahls (Pag. 36), und die Farbe wird in der Skale erhöht. Zeigen z. B. beide Körper jeder für sich Weiss der I. Ordnung, so geben sie zusammen Roth der I. Ordnung; Gelb I und Weiss I geben Indigo II etc. — Wenn die ungleichnamigen Schwingungsebenen auf einander treffen, so subtrahiren sich die Gangunterschiede jedes Elementarstrahls (Pag. 36), und die Farbe wird in entsprechendem Maasse in der Skale vermindert. Wenn von den beiden Körpern jeder für sich die gleiche Farbe zeigt, so sind sie, in der angegebenen Weise über einander gelegt, schwarz. Blau der II. Ordnung und Gelb der II. Ordnung geben Hellbläulich der I. Ordnung; Blau II und Weiss I geben Orange I etc.

Die folgende Tabelle gibt die resultirende Farbe zweier doppelbrechender Körper A und B, wenn ihre Schwingungsebenen sich in der Additions- und in der Subtractionslage befinden. Ich habe, da die erste Ordnung nur 6 Farben enthält, auch den beiden folgenden Ordnungen nur 6 gegeben und daher in der zweiten das Violett, in der dritten das Indigo weggelassen. Ich habe ferner, da die Farben allmälig in einander übergehen und die Bestimmung des einzelnen Ton's der Willkür einen gewissen Spielraum lässt, die 6 Nummern der drei ersten Ordnungen so gewählt, dass sie ungefähr gleichen Abständen auf dem Farben-

kreise entsprechen. Ich habe endlich der Einfachheit wegen die resultirende Additions- und Subtractionsfarbe in der Regel durch eine Nummer der Farbenskale ausgedrückt, wenn sie auch nicht vollständig derselben entspricht, und also z. B. lediglich Grün II gesetzt, wo es eigentlich Bläulichgrün II oder Gelblichgrün II heissen sollte. Diess ist jedoch von keinem Belang, da die resultirenden Farben durch die Abweichungen, welche die beiden Körper A und B gestatten, viel stärker modifizirt werden. Mehrere Crystallplättchen, die mit Gelb I und Weiss I bezeichnet und aus der gleichen Fabrik bezogen sind, können in der Additionslage bei verschiedener Combination Indigo II, Blau II und Violett II geben.

A	B	Additionslage	Subtractionslage
Grau I	Grau I	Hellbläulich I	Schwarz
Hellbläulich I	Grau I	Weiss I	Grau I
—	Hellbläulich I	Gelb I	Schwarz
Weiss I	Grau I	Gelb I	Hellbläulich I
—	Hellbläulich I	Orange I	Grau I
—	Weiss I	Roth I	Schwarz
Gelb I	Grau I	Orange I	Weiss I
—	Hellbläulich I	Roth I	Hellbläulich I
—	Weiss I	Indigo II	Grau I
—	Gelb I	Blau II	Schwarz
Orange I	Grau I	Roth I	Gelb I
—	Hellbläulich I	Indigo II	Weiss I
—	Weiss I	Blau II	Hellbläulich I
—	Gelb I	Grün II	Grau I
—	Orange I	Gelb II	Schwarz
Roth I	Grau I	Indigo II	Orange I
—	Hellbläulich I	Blau II	Gelb I
—	Weiss I	Grün II	Weiss I
—	Gelb I	Gelb II	Hellbläulich I
—	Orange I	Orange II	Grau I
—	Roth I	Roth II	Schwarz
Indigo II	Grau I	Blau II	Roth I
—	Hellbläulich I	Grün II	Orange I
—	Weiss I	Gelb II	Gelb I
—	Gelb I	Orange II	Weiss I
—	Orange I	Roth II	Hellbläulich I
—	Roth I	Violett III	Grau I
—	Indigo II	Blau III	Schwarz
Blau II	Grau I	Grün II	Indigo II
—	Hellbläulich I	Gelb II	Roth I
—	Weiss I	Orange II	Orange I
—	Gelb I	Roth II	Gelb I

—	Orange I	Violett III	Weiss I
—	Roth I	Blau III	Hellbläulich I
—	Indigo II	Grün III	Grau I
—	Blau II	Gelb III	Schwarz
Grün II	Grau I	Gelb II	Blau II
—	Hellbläulich I	Orange II	Indigo II
—	Weiss I	Roth II	Roth I
—	Gelb I	Violett III	Orange I
—	Orange I	Blau III	Gelb I
—	Roth I	Grün III	Weiss I
—	Indigo II	Gelb III	Hellbläulich I
—	Blau II	Rosa III	Grau I
—	Grün II	Roth III	Schwarz
Gelb II	Grau I	Orange II	Grün II
—	Hellbläulich I	Roth II	Blau II
—	Weiss I	Violett III	Indigo II
—	Gelb I	Blau III	Roth I
—	Orange I	Grün III	Orange I
—	Roth I	Gelb III	Gelb I
—	Indigo II	Rosa III	Weiss I
—	Blau II	Roth III	Hellbläulich I
—	Grün II	Bläulichgrün IV	Grau I
—	Gelb II	Grün IV	Schwarz
Orange II	Grau I	Roth II	Gelb II
—	Hellbläulich I	Indigo III	Grün II
—	Weiss I	Blau III	Blau II
—	Gelb I	Grün III	Indigo II
—	Orange I	Gelb III	Roth I
—	Roth I	Orange III	Orange I
—	Indigo II	Roth II	Gelb I
—	Blau II	Violett III	Weiss I
—	Grün II	Blau III	Hellblau I
—	Gelb II	Grün III	Grau I
—	Orange II	Grün III	Schwarz
Roth II	Grau I	Violett III	Orange II
—	Hellbläulich I	Blau III	Gelb II
—	Weiss I	Grün III	Grün II
—	Gelb I	Gelb III	Blau II
—	Orange I	Rosa III	Indigo II
—	Roth I	Roth III	Roth I
—	Indigo II	Hellroth III	Orange I
—	Blau II	Hellviolett IV	Gelb I
—	Grün II	Bläulichgrün IV	Weiss I
—	Gelb II	Gelblichgrün IV	Hellblau I

Roth II	Orange II	Blassgelbl.-röthl. IV	Grau I
—	Roth II	Hellroth IV	Schwarz
Violett III	Grau I	Blau III	Roth II
—	Hellbläulich I	Grün III	Orange II
—	Weiss I	Gelb III	Gelb II
—	Gelb I	Rosa III	Grün II
—	Orange I	Roth III	Blau II
—	Roth I	Hellviolett IV	Indigo II
—	Indigo II	Bläulichgrün IV	Roth I
—	Blau II	Grün IV	Orange I
—	Grün II	Gelblichgrün IV	Gelb I
—	Gelb II	Blassgelblichroth IV	Weiss I
—	Orange II	Hellroth IV	Hellbläulich I
—	Roth II	Sehr hell roth IV	Grau I
—	Violett III	Hellgrün V	Schwarz

b. Veränderung der Interferenzfarben, wenn der Winkel zwischen zwei gleichen über einander liegenden Körpern bei diagonaler Stellung der Schwingungsmediane sich ändert.

Die vorhin erörterten Interferenzfarben beziehen sich auf den Fall, dass die homologen oder heterologen Schwingungsebenen zusammentreffen. Ein anderes Problem geben uns 2 doppelbrechende Körper von gleicher Natur und gleicher Dicke, deren Schwingungsebenen unter verschiedenen Winkeln sich kreuzen. Lassen wir zuerst diese Winkel bei diagonaler Stellung der Schwingungsmediane sich verändern. In der allgemeinen Intensitätsformel für die diagonale Lage

$$J^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\eta\, (1 - \operatorname{Cos} \delta) + \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}^2 \eta \operatorname{Sin}^2 \delta\, (\operatorname{Cos} 2\eta + 1)$$

kann η alle Werthe von 0 bis 180° oder mit andern Worten von — 90° bis + 90° annehmen. Da J^2 sich nicht ändert, wenn man η positiv oder negativ nimmt, so kennen wir η durch e ersetzen, wenn e den Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen abgesehen von dem Zeichen ausdrückt. Dieser Winkel kann selbstverständlich nicht grösser als 90° werden. Man hat also

$$J^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2e\, (1 - \operatorname{Cos} \delta) + \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos}^2 e \operatorname{Sin}^2 \delta\, (\operatorname{Cos} 2e + 1)$$
$$= \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2e\, (1 - \operatorname{Cos} \delta) + \operatorname{Cos}^4 e \operatorname{Sin}^2 \delta$$

Hierin bleibt der Phasenunterschied δ constant, in der Meinung jedoch, dass er für jede homogene Lichtart einen andern Werth darstellt; e dagegen variirt, indem sich der Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen vergrössert und verkleinert. Aus dieser Gleichung, welche mit Rücksicht auf die variable Grösse e ein Binom ist, geht schon hervor, dass wenn man e allmälig sich verändern lässt, J^2 für verschiedene Werthe von δ nicht gleichmässig zu- oder abnimmt; mit andern Worten, dass die Intensität für die verschiedenen Elementarstrahlen des Spectrums sich nicht in einem proportionalen Verhältniss verändert, und dass daher der Farbenton nicht der nämliche bleiben kann.

Noch bestimmter stellt sich die Farbenänderung heraus, wenn wir die Elementarstrahlen bestimmen, welche bei jedem Werthe von e sich im Maximum und im Minimum der Intensität befinden. Denn wir können daraus mit Sicherheit auf die Mischfarbe aller vereinigten Lichtarten schliessen, welche nahezu die nämliche ist, wie die Farbe jenes Elementarstrahls. Als Resultat einer mathematischen Betrachtung ergibt sich Folgendes.[1] Für jeden Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen ($e = 0 \ldots. 90^{\circ}$) liefert derjenige Elementarstrahl, dessen $\delta = 0$, kein Licht. Hat e einen zwischen 45° und 90° befindlichen Werth, so ergibt immer derjenige Strahl, dessen δ gleich 180°, die grösste Helligkeit. Beträgt dagegen e zwischen 0 und 45°, so besteht das Maximum für einen Strahl, dessen δ zwischen 90° und 180° liegt; ebenso für einen andern, dessen δ zwischen 180° und 270° und zwar eben so viel über 180° sich befindet als jenes

(1) In der Intensitätsformel für die diagonale Stellung

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2 2e\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2 e\,\mathrm{Sin}^2\delta\,(\mathrm{Cos}\,2e + 1)$$

sei $\frac{1}{2}\mathrm{Sin}^2 2e = a$, ferner $\frac{1}{2}\mathrm{Cos}^2 e = b$ und $\mathrm{Cos}\,2e + 1 = c$. Also

$$J^2 = a - a\,\mathrm{Cos}\,\delta + b\,c\,\mathrm{Sin}^2\delta.$$

In dieser Gleichung ist, wenn wir alle Elementarstrahlen berücksichtigen, δ variabel, und einer dieser Strahlen liefert das Maximum oder Minimum der Lichtintensität, welche dadurch angezeigt werden, dass für die Variable (δ) das Differenzial der ganzen Function Null wird. Die Differentiation gibt

$$\frac{a\,\mathrm{Sin}\,\delta\,.\,d\delta + 2\,b\,c\,\mathrm{Sin}\,\delta\,\mathrm{Cos}\,\delta . d\delta}{d\delta} = 0.$$

Diese Bedingung für Maximum oder Minimum der Lichtintensität ist erfüllt, wenn $\mathrm{Sin}\,\delta = 0$, also $\delta = 0$ oder 180^{0}, und ferner wenn

$$\mathrm{Cos}\ \delta = \frac{-\,a}{2\ b\ c} = \frac{-\,\frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,2e}{\mathrm{Cos}^2\,e\,(\mathrm{Cos}\,2\,e + 1)} = -\,\mathrm{Tang}^2\,e.$$

Unter welcher Bedingung ein Maximum oder Minimum besteht, muss das zweite Differenzial entscheiden.

$$f_2 = \frac{d\,(a\,\mathrm{Sin}\,\delta) + d\,(2\,b\,c\,\mathrm{Sin}\,\delta\,\mathrm{Cos}\,\delta)}{d\,\delta} = \frac{d\,(a\,\mathrm{Sin}\,\delta) + d\,(b\,c\,\mathrm{Sin}\,2\,\delta)}{d\,\delta} = a\,\mathrm{Cos}\,\delta + 2\,b\,c\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta$$

$$= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,2\,e\,\mathrm{Cos}\,\delta + \mathrm{Cos}^2\,e\ \ (\mathrm{Cos}\,2\,e + 1)\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta = 2\,\mathrm{Sin}^2\,e\,\mathrm{Cos}^2\,e\,\mathrm{Cos}\,\delta + 2\,\mathrm{Cos}^4\,e\,\mathrm{Cos}\,2\,\delta.$$

Werden in diese Gleichung die für das erste Differenzial 3 möglichen Werthe eingeführt, so hat man

1) für $\delta = 0$ einen positiven Werth der zweiten Function und somit, wie sich ohnehin von selbst versteht, ein Minimum der Lichtintensität.

2) Für $\delta = 180^{0}$ wird $f_2 = -2\,\mathrm{Sin}^2\,e\,\mathrm{Cos}^2\,e + 2\,\mathrm{Cos}^4\,e = +$. Das Zeichen ($+$ oder $-$) dieser Function wird nicht affizirt, wenn man durch $2\,\mathrm{Cos}^4\,e$ (welches ein positiver Werth ist) dividirt, und man hat $1 - \mathrm{Tang}^2\ e = +$. Die zweite Function gibt einen positiven Ausschlag und man hat somit ein Minimum der Lichtintensität, wenn $e < 45^{0}$. Man erhält dagegen einen negativen Werth und es ist ein Maximum der Intensität angezeigt, wenn $e > 45^{0}$.

3) Für $\mathrm{Cos}\,\delta = -\,\mathrm{Tang}^2 e$ hat man

$$f_2 = -2\,\mathrm{Sin}^2\,e\,\mathrm{Cos}^2\,e\ \mathrm{Tang}^2\,e + 2\,\mathrm{Cos}^4\,e\ (2\ \mathrm{Tang}^4\,e - 1) = +.$$

Indem man durch $2\,\mathrm{Cos}^4\,e$ dividirt, erhält man

$$-\ \mathrm{Tang}^4\ e + 2\ \mathrm{Tang}^4\,e - 1 = \mathrm{Tang}^4\ e - 1 = +.$$

Die zweite Function ist negativ und zeigt somit ein Maximum der Lichtintensität an, wenn $e < 45^{0}$. Sie wäre positiv und würde auf ein Minimum deuten, wenn $e > 45^{0}$; allein diese Werthe von e sind unmöglich; denn $\mathrm{Tang}^2 (45^{0} + x) > 1$, und $\mathrm{Cos}\,\delta$ kann 1 nicht übersteigen.

Das nämliche Resultat wurde bereits oben für die allgemeine Intensitätsformel erhalten (Pag. 52, Anmerkung).

unter 180° ($\delta = 180° - z$ und $\delta = 180° + z$.) Der Werth von e, welcher das Maximum der Lichtintensität bedingt, hängt von der Grösse von δ ab, nach der Formel $\cos d = - \operatorname{Tang}^2 e$ Ist e sehr klein, so liefert der Strahl, dessen δ wenig über 90° oder wenig unter 270° liegt, die grösste Helligkeit. Sowie e von 0 bis 45° wächst, so nimmt auch δ für das Maximum der Intensität von 90° bis 180° zu und von 270° bis 180° ab. Wenn e 45° erreicht, so gibt derjenige Elementarstrahl das meiste Licht, dessen $\delta = 180°$; ist aber e kleiner als 45°, so liefert derjenige Strahl, dessen $\delta = 180°$, ein relatives Minimum der Intensität; d. h. er wird an Intensität übertroffen von denjenigen Strahlen, deren $\delta \gtrless 180°$ ist und innerhalb der beiden Werthe von δ liegt, welche die Maxima andeuten.

Aus diesem Verhalten folgt, dass von $e = 0$ bis $e = 45°$ fortwährend Elementarstrahlen mit anderm Gangunterschiede ($\cos \delta = - \operatorname{Tang}^2 e$) zum Maximum der Intensität gelangen, dass somit die Mischfarbe aller vereinigten Lichtarten ändern muss. Von $e = 45°$ bis $e = 90°$ aber behauptet der nämliche Elementarstrahl (derjenige dessen $\delta = 180°$) das Maximum und daher muss auch die Mischfarbe ungefähr dieselbe bleiben (sie bleibt nicht genau dieselbe, da wie ich schon gesagt habe, das Verhältniss der einzelnen Elementarstrahlen sich ändert). Am deutlichsten stellt sich das Verhalten dar, wenn man die Intensitätscurven für die verschiedenen Elementarstrahlen bei veränderlichem e construirt. In Fig. 41 sind auf der Abszissenaxe die Werthe für e (η) von 0 bis 90° verzeichnet, auf den entsprechenden Punkten die Ordinaten errichtet, welche den Lichtintensitäten für die verschiedenen Werthe von δ proportional sind, und aus diesen die Intensitätscurven construirt. Wenn $\delta = 0$ oder 360°, so ist die Intensität immer 0 und die Intensitätscurve fällt mit der Abszisse zusammen. Wenn $\delta = 45°$ oder 315°, so nimmt die Intensität von $e\,(\eta) = 0$ bis $e\,(\eta) = 90°$ ab, wie es die Curve zeigt. Das Nämliche hat statt, wenn $\delta = 60°$ oder 300° und $\delta = 90°$ oder 270°. Für die mittlern Werthe von δ (zwischen 0, 45°, 60° und 90°, ebenso zwischen 360°, 315°, 300° und 270°) liegen die Intensitätscurven zwischen den verzeichneten und haben mit denselben die gleiche Form. Wenn $\delta > 90°$ oder $< 270°$, so nimmt die Intensität zuerst zu, bis sie die Einheit (das Maximum) erreicht, und dann wieder ab. Die Intensitätscurve für $\delta = 120°$ oder $= 240°$ erreicht das Maximum bei $e\,(\eta) = 35°\ 14'$, diejenige für $\delta = 135°$ oder $= 225°$ bei $e\,(\eta) = 40°\ 4'$ und diejenige für $\delta = 180°$ bei $e\,(\eta) = 45°$. Die Werthe von δ, welche zwischen 90°, 120° und 180°, ebenso zwischen 270°, 240° und 180° liegen, geben auch mittlere Intensitätscurven, d. h. solche, welche das Maximum zwischen $e\,(\eta) = 0$, $e\,(\eta) = 35°\ 14'$ und $e\,(\eta) = 45°$ erreichen. Diess heisst in Worten ausgesprochen: Wenn die homologen Schwingungsebenen der beiden über einander gelegten doppelbrechenden Körper sich decken ($e = 0$), so gibt derjenige Elementarstrahl die grösste Intensität, dessen Phasenunterschied (δ) in dem einzelnen Körper 90° beträgt. Sowie man den Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen erweitert ($e > 0$), so kommen nach und nach alle Elementarstrahlen ins Maximum, deren Gangunterschiede grösser als 90° sind, zuletzt derjenige, dessen $\delta = 180°$, bei einem Winkel der Schwingungsebenen von 45°.

Es muss also die Farbe von $e = 0$ bis $e = 45°$ wechseln; aber der Wechsel

ist ein anderer, als er in der gewöhnlichen Farbenskale statt hat. Die letztere entsteht dadurch, dass in dem doppelbrechenden Körper von einer bestimmten Dicke jeder Elementarstrahl in seinen beiden Componenten einen bestimmten Phasenunterschied (δ) erreicht hat, welcher mit dem Dicker- oder Dünnerwerden des Körpers in entsprechendem Maasse zu- oder abnimmt, und zwar am raschesten bei den violetten, am langsamsten bei den rothen Elementarstrahlen. Beträgt δ zwischen n und $n + \frac{1}{2}$ Wellenlängen (worin n entweder 0 oder eine ganze positive Zahl darstellt), so nimmt die Lichtintensität des betreffenden Elementarstrahls mit dem Dickerwerden des Körpers zu, mit dem Dünnerwerden ab. Hat δ einen Werth zwischen $n + \frac{1}{2}$ und $n + 1$ Wellenlängen erreicht, so findet das Umgekehrte statt. Nach diesen Normen ändern die Farben der gewöhnlichen Reihe, wie die Figuren 18 und 43 zeigen. In dem vorliegenden Falle dagegen ändern die Intensitäten der einzelnen Elementarstrahlen nach ganz andern Regeln, wenn der Winkel (e) zwischen den Schwingungsebenen erweitert oder verengert wird. Erstlich hängt die Zu- und Abnahme bloss von der Grösse des Phasenunterschiedes (δ), welchen ein Elementarstrahl in einem Körper erlangt hat, ab und ist unabhängig von der Verschiedenheit der Elementarstrahlen; der rothe und violette verhalten sich gleich. Zweitens nehmen alle Elementarstrahlen, deren δ zwischen n und $n + \frac{1}{4}$, sowie zwischen $n + \frac{3}{4}$ und $n + 1$ Wellenlängen beträgt, bei Erweiterung von e an Intensität ab. Alle Strahlen aber, deren Gangunterschied zwischen $n + \frac{1}{4}$ und $n + \frac{3}{4}$ beträgt, nehmen an Lichtstärke zu bis $e = 45^0$ und von da ab, wie diess in Fig 41 deutlich ist. Berücksichtigen wir nur die Veränderungen von $e = 0$ bis $e = 45^0$, so müssen wir im Allgemeinen sagen, dass 2 Strahlen, deren δ ungleichen Quadranten angehört, mit Rücksicht auf Zu- oder Abnahme sich gleich verhalten, wenn in der gewöhnlichen Farbenskale ungleich, und umgekehrt.

Der Versuch bestätigt diese theoretischen Folgerungen. Wenn man z. B. 2 Crystallplättchen, von denen jedes Blassbläulich der I. Ordnung gibt, so auf einander legt, dass die homologen Schwingungsebenen sich decken ($e = 0$), so geben sie in der diagonalen Stellung Gelb I (complementäres Bild Hellindigo). Verschiebt man die homologen Schwingungsebenen, so dass sie einen Winkel (e) von $22\frac{1}{2}$ bilden, so ist bei diagonaler Stellung der Schwingungsmediane die Farbe heller gelb (complementäre Farbe Indigo). Erweitert man e auf 45^0, so wird die Farbe weiss (die complementäre Farbe dunkelgelb; der Uebergang im complementären Bilde geschieht bei einem Winkel von $30^0 - 33^0$ durch Schmutzigviolett und Schmutzigbraun). Wenn $e = 67\frac{1}{2}^0$, so erscheint das gewöhnliche Bild bläulichweiss (das complementäre glänzendweiss). — Ich will noch für einige Farben die Veränderungen in gleicher Weise angeben.[1]

(1) Für diese und ähnliche Versuche dienen 2 runde Cartonscheiben mit weiter Durchbrechung in der Mitte, und mit Gradtheilung am Umfange. Auf der untern Seite ist jeder ein Blatt Papier mit kleiner runder Oeffnung in der Mitte aufgepappt. Auf dieses Papier in die durchbrochene Stelle des Cartons werden die Crystallplättchen gelegt. Die beiden Scheiben, von denen die obere etwas kleiner ist, können nach Belieben auf einander gedreht und in jede bestimmte Stellung zu einander und zu der ebenfalls mit einer Gradtheilung versehenen Scheibe des Tisches gebracht werden.

2 Crystallplättchen	$e = 0$	$e = 22\frac{1}{2}^0$	$e = 45^0$	$e = 67\frac{1}{2}^0$
Grau I	Hellbläulich (Orange)	Weniger hell bläulich (Hellorange)	Bläulich (Weissorange)	Dunkelbläulich (Weiss)
Hellbläulich I	Gelb (Hellindigo)	Hellgelb (Indigo)	Weiss (Dunkelgelb)	Bläulichweiss (Glänzendweiss)
Weiss I	Violett (Gelb)	Hellviolett (Dunkelgelb)	Weiss (Dunkelviolett)	Gelblichweiss (Weiss)
Gelb I	Blau (Orange)	Hellgrünlich (Roth)	Gelborange (Blauindigo)	Gelb (Weiss)
Orange I	Gelb (Hellindigo)	Gelb (Blau)	Dunklergelb (Hellerblau)	Dunkelgelb (Bläulichweiss)
Roth I	Roth (Grün)	Roth (Grün)	Dunklerroth (Hellgrün)	Dunkelroth (Weiss)
Blau II	Grünlichgelb (Violett)	Blaugrün (Roth)	Blau (Orange)	Blau (Hellorange)
Grün II	Roth (Blaugrün)	Weiss (Rothorange)	Grün (Orange)	Dunklergrün (Weiss)
Gelb II	Grün (Roth)	Gelb (Indigo)	Dunklergelb (Blau)	Dunkelgelb (Weiss)

Der Uebergang aus der Stellung, wo $e = 0$, in diejenige wo $e = 45^0$, geschieht fast so, als ob man die beiden Farben über einander legte, wobei natürlich die mittleren Töne um so heller und um so näher dem Weiss erscheinen, je weiter jene beiden Grenzfarben im Farbenkreise auseinander liegen. Es ist einleuchtend, dass dabei nach einander die Nummern der Farbenskale zwar unrein und oft undeutlich zum Vorschein kommen müssen, ferner dass es bald in aufsteigender, bald in absteigender Folge geschieht; diess entspricht der aus der Construction ersichtlichen und bereits hervorgehobenen Thatsache, dass zwischen $e = 0$ und $e = 45^0$ nach einander die zwischenliegenden Elementarstrahlen zum Maximum der Intensität gelangen. — Die beiden Crystallplättchen, von denen jedes Gelb I gibt, verwandeln das Blau ($e = 0$) durch Hellgrünlich und Grünlichweiss in Gelborange ($e = 45^0$); der Uebergang zeigt sich deutlicher im complementären Bilde, indem dort Orange durch Roth und Indigo in Blauindigo sich umsetzt. Die beiden Crystallplättchen Grün II liefern, über einander gelegt, Roth ($e = 0$), welches durch Weissgelb, Weiss, Grünlichweiss in Grün ($e = 45^0$) übergeht; im complementären Bilde verwandelt sich Blaugrün durch Indigo, Hellviolett und Rothorange in Orange. In dem ersten dieser beiden Beispiele geschieht der Uebergang in aufsteigender, im zweiten in absteigender Richtung durch die Farbenskale.

Die Farbe, welche man in der Stellung $e = 45^0$ erhält, ist immer der Farbe, welche die einzelne Crystallplatte gibt, sehr ähnlich. Der Grund davon lässt sich erst nachweisen, wenn von der Wirkung die Rede sein wird, welche das Drehen eines festverbundenen Plattenpaars um seine vertikale Axe hervorbringt. Man kann somit, wenn man die Farbe einer Platte und des Plattenpaars bei über-

einstimmenden Schwingungsebenen kennt, zum Voraus die Veränderungen angeben, welche die Erweiterung von e hervorbringen muss. Blau II und Blau II geben Grüngelb III, wenn $e = 0$, welche Farbe durch Blaugrün in Blau übergeht, wenn man e bis auf 45° erweitert. — Weiss I und Weiss I geben Violett II, wenn $e = 0$, und Weiss, wenn $e = 45°$. Der Uebergang von Violett zu Weiss geschieht durch Hellviolett (im complementären Bild verwandelt sich Gelb durch Dunkelgelb, Grünlichgrau, Bläulichgrau und Indigo in Violett). — Roth I und Roth I geben Roth II, wenn $e = 0$; erweitert man e auf 45°, so verändert sich das Roth nicht bemerkbar.

c. Veränderung der Interferenzfarbe, wenn der Winkel zwischen zwei gleichen über einander liegenden Körpern bei orthogonaler Stellung der Schwingungsmediane sich ändert.

Es ist nun ferner zu untersuchen, wie sich bei orthogonaler Stellung zwei über einander liegende Körper verhalten, wenn der Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen verändert wird. In dieser Stellung ist (Pag. 46)

$$J^2 = \frac{1}{2} \sin^2 2\eta\,(1 - \cos\delta) + \frac{1}{2} \cos^2\eta \sin^2\delta\,(\cos 2\eta - 1)$$

oder wenn man auch hier η durch e ersetzt (vd. Pag. 70)

$$J^2 = \frac{1}{2} \sin^2 2e\,(1 - \cos\delta) + \frac{1}{2} \cos^2 e \sin^2\delta\,(\cos 2e - 1)$$
$$= \frac{1}{2} \sin^2 2e\,(1 - \cos\delta) - \cos^2 e \sin^2 e \sin^2\delta$$

Dieser Ausdruck ist mit Rücksicht auf die variable Grösse e ein Monom. Daher muss J^2 für verschiedene Werthe von δ gleichmässig zu- oder abnehmen, und da die Intensität aller Elementarstrahlen in gleicher Proportion sich ändert, so muss auch die aus ihrer Vereinigung entspringende Mischfarbe die nämliche bleiben.[1] — Wir können also für die orthogonale Stellung, gestützt auf die Theorie, Folgendes aussagen. Wenn die homologen Schwingungsebenen sich decken ($e = 0$), so hat man für jeden Elementarstrahl gänzlichen Lichtmangel. So wie sie auseinander weichen, steigt die Lichtintensität und erreicht ihr Maximum, wenn $e = 45°$. Sie nimmt dann wieder ab und wird Null, wenn $e = 90°$. Der Farbenton bleibt derselbe, er wird nur heller und wieder dunkler. — Die Beobachtung bestätigt diess. Zwei Körper, von denen jeder Blau der II. Ordnung gibt, zeigen über einander gelegt in der orthogonalen Stellung bei jedem Werthe von e Indigo, am hellsten aber wenn $e = 45°$. Ebenso hat man

---

(1) Das gleiche Resultat erhält man, indem man auf dem Wege der Differenziation die Maxima und Minima von J^2 bestimmt. Das erste Differenzial gibt

$$\tfrac{1}{2} \sin^2 2e \sin\delta + \cos^2 e\,(\cos 2e - 1) \sin\delta \cos\delta = 0.$$

In dieser Gleichung kann

$$\delta = 0, \delta = 180° \text{ und } \cos\delta = \frac{-\frac{1}{2}\sin^2 2e}{\cos^2 e\,(\cos 2e - 1)} = \frac{-2\sin^2 e \cos^2 e}{\cos^2 e\,(-2\sin^2 e)} = 1$$

sein. Die weitere Differenziation ergibt, dass die Werthe $\delta = 0$ und $\cos\delta = 1$ (woraus ebenfalls $\delta = 0$ folgt) das Minimum, der Werth $\delta = 180°$ aber das Maximum der Lichtintensität bedingen. Es behauptet also der Elementarstrahl, dessen beide Componenten um eine halbe Wellenlänge differiren, unabhängig von e fortwährend die Stelle des Maximums.

2 Crystall-plättchen	e = 45°	e = 22½° und 67½°	e = 0 und 90°
Weiss I	Weiss (Violett)	Gelblichweiss (Weiss)	Schwarz (Weiss)
Gelb I	Hellorange (Blau)	Orange (Hellblau)	Schwarz (Weiss)
Roth I	Violett (Gelblichweiss)	Dunkelviolett (Weiss)	Schwarz (Weiss)
Gelb II	Gelborange (Hellblau)	Dunkelorange (Bläulich-weiss)	Schwarz (Weiss)

Die in ( ) befindlichen Farben sind die des complementären Bildes. — Der Ton, den die Stellung $e = 45^0$ gibt, ist von der Farbe jedes der beiden angewendeten Crystallplättchen wenig verschieden.

d. Veränderung der Interferenzfarbe, wenn zwei festverbundene gleiche Körper um die verticale Axe gedreht werden.

Nachdem ich mich damit beschäftigt habe, wie die Farben sich verhalten, wenn in der diagonalen oder in der orthogonalen Stellung der Winkel (η) zwischen den homologen Schwingungsebenen zweier über einander gelegter doppelbrechender Körper sich verändert, komme ich auf ein zweites Problem. Dasselbe bezieht sich auf das Verhalten der Farbe, wenn die beiden Körper mit irgend einem Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen fest verbunden sind (also η constant) und um ihre verticale Axe gedreht werden (also ε allein variabel). Die allgemeine Intensitätsformel ist

$$J^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2 2\eta(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,[\mathrm{Cos}\,2\eta - \mathrm{Cos}\,(4\varepsilon + 2\eta)].$$

Wenn hierin $\frac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2 2\eta\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) = a$ und $\frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,\mathrm{Cos}\,2\eta = b$ gesetzt werden, so ist $J^2 = a + b - \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,\mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)$; und da $\mathrm{Cos}(4\varepsilon + 2\eta) = \mathrm{Cos}\,4\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,2\eta - \mathrm{Sin}\,4\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,2\eta$ ist, so hat man auch $J^2 = a + b - b\,\mathrm{Cos}\,4\varepsilon + \frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,\mathrm{Sin}\,4\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,2\eta$; ferner wenn $\frac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,\mathrm{Sin}\,2\eta = c$ gesetzt wird, so ist

$$J^2 = a + b - b\,\mathrm{Cos}\,4\varepsilon + c\,\mathrm{Sin}\,4\varepsilon.$$

In dieser Formel, welche die Intensität des Elementarstrahles ausdrückt, sind a, b und c Constanten, $\mathrm{Cos}\,4\varepsilon$ und $\mathrm{Sin}\,4\varepsilon$ variabel. Die Formel ist ein Trinom; und wenn die Constanten für verschiedene Lichtarten andere Werthe annehmen (δ_1, δ_2, δ_3 . . . .), so verändern sich ihre Intensitäten ($J_1{}^2$, $J_2{}^2$, $J_3{}^2$ . . .) für den Fall, dass man zugleich ε variiren lässt, nicht proportional. Daraus folgt, dass für verschiedene Werthe von ε die Vereinigung aller Elementarstrahlen ungleiche Farbentöne gibt.

Diess zeigt auch die Construction (Fig. 42), in welcher der bestimmte Fall angenommen wurde, dass der Winkel (η) zwischen den homologen Schwingungsebenen $22\frac{1}{2}^0$ betrage. Auf der Abszissenaxe sind die verschiedenen Werthe für ε verzeichnet von $33\frac{3}{4}^0$, welcher Winkel der diagonalen Stellung entspricht, bis $78\frac{3}{4}^0$, welcher Winkel die orthogonale Stellung ausdrückt. [1] Die Ordinaten

(1) Die gleiche Construction gilt auch für $\eta = -22\frac{1}{2}^0$ oder $\eta = 157\frac{1}{2}^0$; in diesem Falle variirt aber der Winkel ε zwischen $56\frac{1}{2}^0$ (diagonale Stellung) und $101\frac{1}{2}^0$ (orthogonale Stellung).

zeigen die Lichtintensitäten der Elementarstrahlen (J^2) an, welche in bestimmten Gangunterschieden (δ) sich befinden; ihre Endpunkte sind zu Intensitätscurven verbunden. Die Curven sind für $\delta = 45^0$ oder 315^0, 60^0 oder 300^0, 90^0 oder 270^0, 120^0 oder 240^0 und 180^0 ausgeführt. Wenn $\delta = 0$, so ist J^2 überall $= 0$ und die Curve fällt mit der Abszissenaxe zusammen. Wenn $\delta = 180^0$, so ist J^2 überall $= \frac{1}{2}$ und die Intensitätscurve läuft mit der Abszissenaxe parallel.

Wenn der Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen $22\frac{1}{2}^0$ beträgt, so nimmt bei der diagonalen Stellung die Lichtintensität von Null an zu, so wie δ von 0 angefangen grösser wird, und erreicht das Maximum ($J^2 = 1$), wenn $\delta = 80^0\,4'$. Wächst δ über $80^0\,4'$, so nimmt die Intensität wieder ab und erreicht bei $\delta = 180^0$ ein relatives Minimum ($J^2 = \frac{1}{2}$). Wenn δ über 180^0 steigt, so nimmt J^2 zu bis $\delta = 279^0\,56'$ und erreicht hier das zweite Maximum ($J^2 = 1$). Dann nimmt die Intensität ab, bis sie bei $\delta = 360^0$ Null wird. — Bei der orthogonalen Stellung ($\varepsilon = 78\frac{3}{4}^0$) vermehrt sich die Intensität von 0 bis $\frac{1}{2}$, während δ von 0 bis 180^0 zunimmt. Dann vermindert sie sich in umgekehrter Weise von $\frac{1}{2}$ bis 0, während δ von 180^0 bis 360^0 wächst. — Bei diagonaler Stellung zeigt demnach ein anderer Elementarstrahl die grösste Intensität als bei orthogonaler; für den vorliegenden Fall ($\eta = 22\frac{1}{2}^0$) ist es dort derjenige, dessen Phasenunterschied $= 80^0\,4'$ oder $279^0\,56'$, hier derjenige, dessen $\delta = 180^0$. Die diagonale und orthogonale Stellung geben auch immer die grössten Verschiedenheiten in der Farbe, weil dort die Intensitäten der verschiedenen Elementarstrahlen in ihren relativen Verhältnissen am meisten von einander abweichen. Die intermediären Stellungen liefern die Uebergänge der Farben. Eine dieser Zwischenstellungen gibt die Farbe des einfachen Crystallplättchens; es ist diejenige, wo $\varepsilon = 90^0 - \eta$, weil dort das andere Crystallplättchen, dessen Schwingungsebenen mit denen der beiden Polarisationsprismen zusammenfallen, unwirksam wird.

Es ergibt sich unmittelbar aus der Intensitätsformel und bedarf kaum erwähnt zu werden, dass die verschiedenen diagonalen Stellungen die nämliche Helligkeit des Elementarstrahls und somit die nämliche Farbe hervorbringen, ebenso dass alle orthogonalen Stellungen sich untereinander gleich verhalten, endlich, dass überhaupt die acht Octanten einer vollständigen Drehung identisch sind, in der Art, dass Zu- und Abnahme in je zwei benachbarten eine symmetrische Anordnung zeigen. — Ebenso geht unmittelbar aus der Formel hervor, dass statt η auch $180^0 - \eta$ oder $- \eta$ gesetzt werden kann, ohne den Werth von J^2 zu ändern, wenn zugleich ε durch $\varepsilon + \eta$ ersetzt wird. Mit andern Worten, ein gewisser Abstand zwischen den beiden homologen Schwingungsebenen gibt die gleiche Interferenzfarbe, es mag jener Abstand der Richtung nach positiv oder negativ sein, wenn dabei die beiden Schwingungsebenen einfach ihre Lage vertauschen. Es besteht also keine Verschiedenheit im Effekt, wenn die beiden doppelbrechenden Körper in irgend einer der Lagen sich befinden, welche die Figuren 36, 29, 25 zeigen, vorausgesetzt, dass die Winkel zwischen der Abszissenaxe und der nächsten Schwingungsebene (sie mag dem ersten oder zweiten Körper angehören), ebenso anderseits zwischen dieser und der folgenden homologen Ebene gleich sind. Wir können daher, wie früher, den Winkel zwi-

schen den gleichnamigen Schwingungsebenen durch e bezeichnen, wobei das Zeichen vernachlässigt und daher e durchgängig positiv genommen werden kann.

Die beiden extremen Farben der diagonalen und orthogonalen Stellung weichen bald mehr, bald weniger von einander ab. Diess hängt von dem Winkel e ab. Ist $e = 0$, so wirken die beiden Crystallplättchen wie ein einziges, und verändern beim Drehen um die verticale Axe nicht die Farbe, sondern nur die Helligkeit. Ist e sehr klein, so sind auch die Verschiedenheiten zwischen den Farben der diagonalen und orthogonalen Stellung sehr gering. Sie wachsen mit der Zunahme von e. — Wenn die homologen Schwingungsebenen um 45° von einander abstehen, so ist die Intensität des Elementarstrahls $\frac{1}{2}(1 - \text{Cos}\,\delta) \pm \frac{1}{4}\text{Sin}^2\delta\,\text{Sin}\,4\varepsilon$ (das positive Zeichen des zweiten Ausdruckes gilt, wenn $\eta = +45^0$, das negative, wenn $\eta = -45^0$ ist); bei diagonaler Stellung ist $J^2 = \frac{1}{2}(1 - \text{Cos}\,\delta) + \frac{1}{4}\text{Sin}^2\delta$, — bei orthogonaler Stellung $J^2 = \frac{1}{2}(1 - \text{Cos}\,\delta) - \frac{1}{4}\text{Sin}^2\delta$. Das Maximum der Lichtintensität besteht in diesen drei Formeln, wenn $\delta = 180^0$; dann ist $J^2 = 1$. Es behauptet also der nämliche Elementarstrahl die grösste Helligkeit, wenn bei $e = 45^0$ das Plättchenpaar aus der diagonalen in die orthogonale Stellung gedreht wird. Das Verhältniss der Intensitäten, welche die übrigen Elementarstrahlen liefern, bleibt aber nicht das Nämliche, weil die Formel ein Binom ist. Daraus folgt, dass auch der Farbenton zwar nicht vollkommen derselbe bleibt, dass er aber nur sehr wenig ändert; und da ein zwischen den Extremen liegender mittlerer Ton die Farbe des einen Crystallplättchens selber ist (wie vorhin gezeigt wurde), so können wir überhaupt sagen, dass zwei übereinander liegende doppelbrechende Körper von gleicher Beschaffenheit, wenn der Winkel zwischen ihren homologen Schwingungsebenen 45° beträgt, beim Drehen um ihre verticale Axe immer nahezu die nämliche Farbe zeigen wie einer derselben allein.

Man hat also zwischen diagonaler und orthogonaler Stellung keine Differenz im Farbenton, sondern nur in der Helligkeit, wenn der Winkel (e) zwischen den homologen Schwingungsebenen 0 ist. Die Differenzen nehmen erst langsamer, dann rascher zu bis $e = 22\frac{1}{2}$; sie nehmen bei dem weitern Wachsthum von e erst rascher, dann langsamer ab; bei $e = 45^0$ sind sie schon gering, und verschwinden um so vollständiger, je mehr e sich 90° nähert.

Ich will ein Beispiel anführen. Legt man 2 Crystallplättchen, von denen jedes Blaugrün der II. Ordnung gibt, so über einander, dass die homologen Schwingungsebenen sich decken ($e = 0$), so erscheinen sie bei diagonaler Stellung hellrothorange (complementäres Bild blau), welche Farbe sich beim Drehen nicht ändert. Wenn e einen Winkel von wenigen Graden darstellt, so hat man die nämliche Erscheinung. Ist $e = 22\frac{1}{2}^0$, so zeigt die diagonale Stellung ein sehr helles Gelblichweiss (das complementäre Bild ist helllila), die orthogonale Stellung dagegen gibt Blaugrün (complementäres Bild Hellroth). Ist $e = 45^0$, so hat man bei diagonaler Stellung ein helles Blau (complementäres Bild intensiv orange), bei orthogonaler Stellung Grünlichblau (complementäres Bild Hellrothorange). Ist $e = 67\frac{1}{2}^0$, so bleibt beim Drehen die Farbe in allen Stellungen fast das nämliche Blaugrün (complementäre Farbe Hellrothorange). — Ich stelle noch einige Beispiele zusammen:

2 Crystallplättchen	Diagonale Stellung	Orthogonale Stellung
Grau I e = $22\frac{1}{2}^0$	Hellblau (Hellorange)	Dunkelblau (Weiss)
Weiss I e = $22\frac{1}{2}^0$	Hellviolett (Dunkelgelb)	Gelblichweiss (Weiss)
— e = 45^0	Weiss (Dunkelviolett)	Weiss (Violett)
Gelb I e = $22\frac{1}{2}^0$	Hellgrünlichgelb (Roth)	Orange (Hellblau)
— e = 45^0	Gelborange (Blauindigo)	Hellorange (Blau)
Roth I e = $22\frac{1}{2}^0$	Roth (Grün)	Dunkelviolett (Weiss)
Gelb II e = $22\frac{1}{2}^0$	Gelb (Indigo)	Dunkelorange (Bläulichweiss)

Die Plättchen Grau I, Roth I und Gelb II geben bei $e = 45^0$ wenig abweichende Farben. Die in ( ) eingeschlossenen Angaben beziehen sich auf das complementäre Bild.

e. Veränderung der Interferenzfarbe, wenn zwei gleiche Körper in gleicher Lage ihre Dicke ändern.

Ein drittes Problem für zwei über einander liegende gleiche doppelbrechende Körper wäre ferner das Verhalten der Farben, wenn bei gleicher Stellung (also bei unverändertem η und ε) sich bloss die Dicke derselben ändert (also δ variabel). Es lohnt sich nicht der Mühe, diese Frage für die verschiedenen möglichen Stellungen (d. h. für die verschiedenen Werthe von η und ε) zu lösen. Ich will nur einen Fall betrachten, um eine Vorstellung zu geben, wie die Farben mit zunehmender Dicke der doppelbrechenden Körper sich ändern, und wähle eines der Beispiele, wo die Intensitätscurven zwei Maxima und ein relatives Minimum zwischen denselben zeigen.

Die Construction in Fig. 44 gibt die Intensitätscurven für den Fall, dass der Winkel zwischen den beiden doppelbrechenden Körpern 30^0 beträgt und die Schwingungsmediane diagonal gestellt ist (vgl. Pag. 56 Tab. A, $\eta = +30^0$). Wie für Fig. 43 wurden die Wellenlängen der 7 Hauptstrahlen nach den auf Pag. 6 angegebenen Werthen angenommen, und die Curven wie in Fig. 39 ($\eta = 30^0$) construirt.[1] — In der folgenden Tabelle ist für die 24 ersten Verticalen die resultirende Mischfarbe berechnet worden; die Rechnung wurde wie für Fig. 43 (vgl. Pag. 62) ausgeführt.

Verticale	Violett	Blau	Grün	Gelb	Orange	Roth	Weiss	Summe
1	6	$196\frac{1}{2}$	—	—	—	—	2124	$2326\frac{1}{2}$
2	10	$364\frac{1}{2}$	—	—	—	—	6330	$6704\frac{1}{2}$
3	—	—	248	32	—	—	8400	8680
4	—	—	—	—	612	23	7200	7835
5	200	—	—	—	—	122	6852	7174
6	32	397	—	—	—	—	7296	7725

(1) Der Raum einer Wellenlänge wurde nämlich in 360 Theile getheilt, so dass die Abszissen durch eine bestimmte Zahl von Graden (δ) gemessen werden. Die Höhe der Ordinaten entspricht dem Werthe $0{,}375\,(1 - \cos\delta) + 0{,}5625\,\sin^2\delta$).

Verticale	Violett	Blau	Grün	Gelb	Orange	Roth	Weiss	Summe
7	—	—	421	355½	—	—	6912	7688½
8	—	—	—	543	1975	—	3346½	5864½
9	—	—	—	—	2386	589	891	3866
10	1254	—	—	—	—	891	1110	3255
11	1732	983½	—	—	—	—	1080	3795½
12	—	1278½	1330	—	—	—	2205	4813½
13	—	50½	2526	—	—	—	3681	6257½
14	—	—	478	279	—	—	6798	7555
15	50	—	—	—	—	48	7482	7580
16	—	—	—	247	58	—	6354	6659
17	—	—	—	801	894	—	4152	5847
18	—	—	—	467	2440	—	2811	5718
19	—	—	—	—	1571	650	3595½	5816½
20	1618	—	—	—	—	903	3168	5689
21	3464	—	—	—	—	162	1962	5588
22	1998	621	—	—	—	—	2952	5571
23	—	698½	1488	—	—	—	3126	5312½
24	—	—	3745	217½	—	—	1104	5066½

Wenn die Dicke zweier übereinander liegender gleicher Körper allmälig zunimmt, so ändern sich die Interferenzfarben und bilden eine Skale mit periodischer Wiederholung der Töne. Diese Farbenordnungen können aber nicht auf einem Keil neben einander gesehen werden; denn wenn man zwei gleiche keilförmige Platten mit einem Winkel von 30° über einander legt, so entspricht nur eine Linie den gestellten Bedingungen. Man erhält also die Farben bloss dadurch, dass man nach einander Plattenpaare von verschiedener Dicke anwendet. Die Beobachtung stimmt für den angeführten Fall ($e = 30^0$) genau mit der Rechnung überein; ich füge zur Vergleichung eine Tabelle mit den Beobachtungsresultaten bei. In der ersten Columne ist die Interferenzfarbe, welche jedes der beiden über einander gelegten Gypsplättchen für sich gibt, in der zweiten die bei diagonaler Stellung resultirende Farbe, in Parenthese die Farbe des complementären Bildes, und in der dritten Columne die entsprechende Verticale der vorstehenden Tabelle enthalten.

Plättchenpaar	Resultirende Farbe	Verticale
Grau I	Hellbläulich (Orange)	1
Hellbläulich I	Weiss (Dunkelbraun)	2
Weiss I	Weiss (Dunkelblau)	4
Gelb I	Hellgrünlichgelb (Dunkelindigo)	7
Orange I	Gelb (Blau)	8
Roth I	Roth (Grün)	9—10
Violettindigo II	Indigo (Gelb)	11
Blau II	Grünlichblau (Orange)	12
Grün II	Hellgrün (Orange)	13—14
Gelbgrün II	Weiss (Dunkelgrün)	15
Gelb II	Gelb (Blauindigo)	16—17
Orange II	Orange (Blau)	18—19

Plättchenpaar	Resultirende Farbe	Verticale
Roth II	Roth (Grün)	20
Violett III	Violett (Gelbgrün)	21
Blau III	Blau (Orange)	22—23
Grün III	Grün (Roth)	24

Die Vergleichung der Zahlentabelle auf Pag. 79/80 mit derjenigen auf Pag. 64/65 zeigt deutlich, wie sehr die Farben zweier Crystallplättchen, die mit einem Winkel von 30^0 zwischen den homologen Schwingungsebenen über einander liegen, von denen der gewöhnlichen Skale abweichen. Entsprechend dem eigenthümlichen Verlaufe der Intensitätscurven gehen in dem Plättchenpaar 4 Farbenordnungen (Verticale $1 - {}^{19}/_{20}$) auf 2 des Keils; die dritte und vierte Ordnung sind nur fragmentarisch vertreten. Die Abweichungen in den höhern Ordnungen werden noch grösser.

f. Vergleichung der Interferenzfarben zweier übereinander liegender Körper mit denen eines einzigen Körpers.

Ich habe gezeigt, dass wenn 2 Crystallplättchen über einander liegen, und wenn man in einer bestimmten Stellung den Winkel, den die homologen Schwingungsebenen bilden, erweitert oder verengt (η variabel, $\varepsilon + {}^1/_2\,\eta$ oder $\varepsilon - {}^1/_2\,\eta$ und δ constant), oder wenn man das festverbundene Plättchenpaar um seine verticale Axe dreht (ε variabel, η und δ constant), oder wenn man die Plättchen bei gleicher Stellung dicker werden lässt (δ variabel, η und ε constant), die Farbenübergänge andere sind als in der Newton'schen Reihe. Es kann aber allgemein beigefügt werden, dass überhaupt die Farben, welche unter solchen Verhältnissen sichtbar werden, eine andere Natur haben als diejenigen, welche ein Crystallkeil oder einfache Crystallplättchen von verschiedener Dicke geben. Im Keil oder im einfachen Crystallplättchen hat bei einer bestimmten Dicke jeder Elementarstrahl die Intensität

$$J^2 = {}^1/_2\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta).$$

Liegen 2 Crystallplättchen über einander, so dass ihre Schwingungsebenen einen Winkel (η) bilden, so ist

$$J^2 = {}^1/_2\,\mathrm{Sin}^2\,2\,\eta(1 - \mathrm{Cos}\,\delta) + {}^1/_2\,\mathrm{Cos}^2\,\eta\,\mathrm{Sin}^2\,\delta\,[\mathrm{Cos}\,2\,\eta - \mathrm{Cos}(4\,\varepsilon + 2\,\eta)].$$

Es ist klar, dass für verschiedene Elementarstrahlen (d. h. für verschiedene Werthe von δ) die Intensitäten (J^2) in der ersten Formel in anderm Verhältnisse sich ändern als in der zweiten, dass daher die Mischfarben eine andere Zusammensetzung haben. Eine Farbe, welche durch ein Plättchenpaar (wenn $\eta > 0$) geliefert wird, entspricht also nicht einer ähnlichen Farbe der gewöhnlichen Reihe; man kann sie nicht durch eine solche Farbe, indem man die Schwingungsebenen des einfachen Plättchens auf die Mediane der heterologen Schwingungsebenen des Plättchenpaar's treffen lässt, zu Schwarz vernichten; statt des letztern hat man irgend eine dunkle Farbe. Auch erhält man häufig durch ein Plättchenpaar eine Farbennüance, die in der gewöhnlichen Reihe nicht vorkommt. In dieser findet sich z. B. das Weiss nicht in der zweiten und dritten Ordnung; zwei mit einem Winkel

über einander liegende doppelbrechende Körper können das Weiss aber in allen Ordnungen geben, insofern es überhaupt gestattet ist, hier noch von Ordnungen zu sprechen. Ich verweise auf die Tabelle auf Pag. 79 und 80.

Für die eben gemachten Angaben mögen hier einige Beispiele dienen. Wenn Blaugrün II auf Blaugrün II mit einem Winkel von $22\frac{1}{2}^0$ gelegt wird, so erhält man bei diagonaler Stellung ein reines Weiss, das von dem Weiss der ersten Ordnung nicht zu unterscheiden ist; das letzere bringt aber in keiner Lage Schwarz hervor. Ebenso wird das Weiss, welches man durch 2 Plättchen Weiss I bei $\eta = 45^0$ in der Diagonalstellung der Schwingungsmediane erhält (Pag. 79), durch Weiss I nicht aufgehoben, sondern in Chocoladebraun verwandelt. Das Blau, welches 2 Plättchen Blau II bei $\eta = 45^0$ in der Diagonalstellung geben, wird von Blau II, obgleich es von demselben nicht zu unterscheiden ist und ihm auch im complementären Bild durchaus gleicht, nicht in Schwarz, sondern in Schmutzigviolett verändert. Das Gelborange, welches man erhält, wenn 2 Plättchen Gelb II bei $\eta = 45^0$ in der Orthogonalstellung sich befinden, wird durch das sehr ähnliche Gelborange II nicht vernichtet u. s. w.

VIII. Ein anisotroper crystallähnlicher Körper, auf einem bekannten Crystallplättchen liegend.

Das allgemeine Problem, welche Farbe zwei über einander liegende Körper geben, gewährt noch eine andere wichtige spezielle Anwendung. Der eine der beiden Körper hat eine constante Lage; der andere kann um seine verticale Axe gedreht werden. Jener ist in der Regel ein Plättchen von Gyps oder Glimmer, welches so gestellt ist, dass seine Schwingungsebenen mit denen der beiden Polarisationsprismen einen Winkel von 45^0 bilden, und welches somit die lebhafteste Farbe gibt. Ueber dieses Plättchen bringt man den zu beobachtenden Körper und beurtheilt aus der Farbenänderung seine doppelbrechenden Eigenschaften. Wenn der Körper einfach brechend ist, so wird, man mag ihn in jede beliebige Lage bringen, die Farbe des unterliegenden Crystallplättchens nicht geändert. Ist er dagegen doppelbrechend, so kommt er beim Drehen um eine verticale Axe einmal in die Lage, wo seine Schwingungsebenen mit den homologen Ebenen des Crystallplättchens übereinstimmen; und die Farbe des letztern wird so verändert, als ob es selber um eine entsprechende Grösse dicker geworden wäre. Seine Farbe wird in eine höhere Farbe der Newton'schen Reihe verwandelt; z. B. Roth I in Blau II oder Gelb II, Gelb I in Orange I oder Violett II. Wenn der Körper aus dieser Lage um 90^0 gedreht wird, so fallen seine Schwingungsebenen mit den heterologen des Crystallplättchens zusammen, und es geht die Farbe des letztern in eine tiefere Nummer der Farbenreihe über, z. B. Roth I in Gelb I oder Hellbläulich I, Gelb I in Weiss I oder Grau I.

Wenn ein Körper sehr schwache doppelbrechende Eigenschaften besitzt, und er sich allein im Polarisationsapparat befindet, so erscheint er bläulich-schwärzlich

oder grau. Es ist manchmal schwer, diesen Ton von dem Schwarz der einfach brechenden Substanz zu unterscheiden. Legt man einen solchen Körper auf ein Gypsplättchen, und betrachtet man denselben abwechselnd in den beiden Lagen, in denen er die Farbe des Plättchens erhöht und vermindert, so wird die Differenz verdoppelt. Es gelingt daher oft, an einem Körper, welcher für sich kein sicheres Resultat gibt, durch Einschieben eines solchen Plättchens in den Polarisationsapparat die doppelbrechenden Eigenschaften nachzuweisen. Dasselbe muss eine der niedrigsten Farben der Reihe geben, weil hier die Töne auf eine gleiche Ab- oder Zunahme der Dicke am meisten ändern. Welche Farbe übrigens zu wählen sei, das hängt zum Theil von individuellen Rücksichten ab, indem das eine Auge leichter eine Veränderung am Roth, ein anderes an einer andern Farbe wahrnimmt. Bisher hat man gewöhnlich Roth der ersten Ordnung angewendet, und ich halte diess auch für das Zweckmässigste. Die geringen Veränderungen geben nicht nur in aufsteigender Folge dunklere (violette), in absteigender Reihe hellere (orangefarbene), sondern auch der Qualität nach verschiedene Farbentöne. Die zusammentreffenden Modificationen in der Helligkeit und in der Farbe sind für das Auge sehr empfindlich. Mohl empfiehlt dagegen statt des Roth I noch dünnere Plättchen (Eisengrau, Graublau etc. der ersten Ordnung, vid. Pag. 60) anzuwenden. Ein schwach doppelbrechender Körper macht diesen Ton in der einen Lage dunkler, in der andern heller, während derselbe der Qualität nach der nämliche bleibt Die Augen mögen sich in dieser Beziehung verschieden verhalten. Ich selber konnte an schwach doppelbrechenden Körpern bei Anwendung von Roth I eine Wirkung noch wahrnehmen, welche bei Anwendung von Grau I sehr zweifelhaft blieb; und andere Personen stimmten hierin überein.

Eine sehr zweckmässige Vorrichtung besteht darin, dass zwei Gypsplättchen so mit den Rändern an einander gefügt werden, dass die homologen Schwingungsebenen in beiden rechtwinklig zu einander orientirt sind. Man hat somit eine Platte, auf deren einer Hälfte die Farbe des nämlichen doppelbrechenden Objectes erhöht, auf deren anderer Hälfte sie bei gleicher Lage erniedrigt wird. Bringt man das Object auf die Grenze der beiden Hälften, so sieht man die Additions- und Subtractionsfarben unmittelbar neben einander, und man kann des Contrastes wegen in zweifelhaften Fällen leichter ihre Verschiedenheit wahrnehmen, als wenn man jede allein beobachtet.

a. Bestimmung der Intensität des homogenen Lichtstrahls.

Die optischen Vorgänge, welche ein Crystallplättchen mit diagonaler Stellung der Schwingungsebenen und ein darüber liegender doppelbrechender Körper hervorbringen, werden durch die Construction in Fig. 19 deutlich. Hier ist r a die Vibrationsintensität des vom untern Prisma kommenden, sich senkrecht zur Papierfläche fortpflanzenden und in der Ebene A A, schwingenden Elementarstrahls. Derselbe wird beim Eintritt in das Crystallplättchen auf die beiden Schwingungsebenen desselben C C, und D D,, von denen C C, die der langsamern Fortpflan-

zung ist, übertragen; er hat in jeder derselben die Vibrationsintensität $rc = rd = ra . \cos 45^0 = ra\sqrt{^1/_2}$ oder $= \sqrt{^1/_2}$, da ra als Einheit genommen wird. Die beiden in den Ebenen $CC_,$ und $DD_,$ schwingenden Strahlen haben beim Austritt aus dem Crystallplättchen einen Phasenunterschied von τ erlangt. Sie treffen nun auf das doppelbrechende Object mit den Schwingungsebenen $FF_,$ und $GG_{,,}$ welche um den Winkel ε von $CC_,$ und $DD_,$ abstehen, und von denen $FF_,$ der langsamern Fortpflanzung entspricht. Sie werden wieder je in zwei Componenten zerlegt. Der Strahl mit der Vibrationsintensität rc in re und rg, rd in rf und rh. In der Ebene $FF_,$ interferiren die Componenten mit der Vibrationsintensität re und rf und dem Gangunterschied τ; in der Ebene $GG_,$ interferiren rh und rg mit dem Phasenunterschied $\tau + 180^0$. Die Vibrationsintensitäten der resultirenden Strahlen sind

$$J_, = \sqrt{(re)^2 + (rf)^2 + 2 re . rf \cos \tau} \text{ und } J_{,,} = \sqrt{(rg)^2 + (rh)^2 - 2 rg . rh \cos \tau}$$

Der Phasenunterschied zwischen $J_,$ und dem ersten interferirenden Strahl re sei γ, derjenige zwischen $J_{,,}$ und rg ϑ; dann ist $\cos\gamma = \frac{re + rf . \cos\tau}{J_,}$ und $\sin\gamma = \frac{rf . \sin\tau}{J_,}$ ebenso $\cos\vartheta = \frac{rg - rh . \cos\tau}{J_{,,}}$ und $\sin\vartheta = \frac{-rh . \sin\tau}{J_{,,}}$.

Die Phasen von re und rg sind aber nicht verschieden und es beträgt demnach der Gangunterschied zwischen $J_,$ und $J_{,,}$ beim Eintritt in ihre Schwingungsebenen, wenn die Nullpunkte auf der Seite von F und $G_,$ sich befinden, $\vartheta - \gamma$. Nachdem sie durch das Object hindurchgegangen sind, hat die Differenz ihrer Phasen um δ zugenommen und beträgt nun $\vartheta - \gamma + \delta$. Sie werden dann auf die Schwingungsebene des obern Prisma B B, mit dem Nullpunkt B übertragen; $J_,$ wird dadurch zu $J_, \cos (45^0 + \varepsilon)$ und $J_{,,}$ zu $J_{,,} \cos (45^0 - \varepsilon)$. Der aus ihrer Interferenz resultirende Strahl hat die Lichtintensität

$$J^2 = J_,^2 \cos^2 (45^0 + \varepsilon) + J_{,,}^2 \cos^2 (45^0 - \varepsilon)$$
$$+ 2 J_, J_{,,} \cos (45^0 + \varepsilon) \cos (45^0 - \varepsilon) \cos (\vartheta - \gamma + \delta).$$

Wird die Rechnung ausgeführt, so erhält man

$$J^2 = {^1/_2} - {^1/_2} \sin^2 2\varepsilon \cos\tau - {^1/_2} \cos^2 2\varepsilon \cos\tau \cos\delta + {^1/_2} \cos 2\varepsilon \sin\tau \sin\delta.$$ [1]

---

(1) Man kann die Componenten, statt interferiren zu lassen, getrennt bis in das obere Prisma verfolgen und dort erst die Interferenz eintreten lassen. Die Rechnung wurde in dieser Art auch für ein früheres ganz analoges Problem ausgeführt (Pag. 40 Anmerk.). Es wird dann bei der Projektion auf die Ebene BB, die Vibrationsintensität re zu ri, rf zu rk, rg zu rl und rh zu rm. Der Phasenunterschied zwischen ri und rk (der nämliche wie zwischen re und rf) ist τ; denn diese beiden Componenten sind durch die beiden Schwingungsebenen des Crystallplättchens ($CC_,$ und $DD_,$), dann durch die nämliche Schwingungsebene des Objectes ($FF_,$) gegangen. Der Phasenunterschied zwischen rl und rm ist $180 + \delta$; denn diese beiden Componenten befinden sich in dem nämlichen Falle wie ri und rk, nur sind sie durch die Projektion um 180^0 entfernt worden. Die Phasen der 4 Strahlen sind, wenn der Ausgangspunkt der Schwingungen sich auf der Seite von B befindet, folgende: $\varphi(ri) = \tau + \delta$; $\varphi(rl) = \tau$; $\varphi(rk) = \delta$; $\varphi(rm) = + 180^0$. Lässt man nun zunächst die erwähnten beiden Paare interferiren, so hat man als Vibrationsintensitäten der resultirenden Strahlen

Dieser Werth von J^2 gilt für jede Construction, d. h. für jede Stellung der Schwingungsebenen $FF_,$ und $GG_,$, wenn ε der Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen (d. h. zwischen $CC_,$ und $FF_,$ oder zwischen $DD_,$ und $GG_,$) immer in positiver Richtung genommen wird. Er stellt die Lichtmenge des Elementarstrahls dar, welche durch ein Crystallplättchen und ein doppelbrechendes Object in das Auge des Beobachters gelangt. Dieselbe hängt von 3 variabeln Grössen ab, von dem Winkel ε, von der Dicke des Crystallplättchens, welche den Phasenunterschied τ, und von der Dicke des Objects, welche den Phasenunterschied δ bedingt. Die Untersuchung, wie sich J^2 verhält, wenn eine dieser drei veränderlichen Grössen wechselt, hat nur für einige wenige Fälle praktischen Werth.

Wenn $\tau = 0$ ist, so wird

$$J^2 = {}^1/_2\,(1 - \mathrm{Sin}^2 2\varepsilon - \mathrm{Cos}^2 2\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\delta) = {}^1/_2\,\mathrm{Cos}^2 2\varepsilon\,(1 - \mathrm{Cos}\,\delta).$$

Das Crystallplättchen wird in diesem Falle unendlich dünn oder einfachbrechend gedacht; das Object hat allein auf die Intensität des Elementarstrahls Einfluss. J^2 hat jetzt den Werth des für einen doppelbrechenden Körper gefundenen Ausdrucks (Pag. 32) angenommen, und nimmt auch dessen Form an, wenn

---

$$J_, = \sqrt{(ri)^2 + (rk)^2 + 2\,ri\,.\,rk\,.\,\mathrm{Cos}\,\tau} \quad \text{und} \quad J_{,,} = \sqrt{(rl)^2 + (rm)^2 - 2\,rl\,.\,rm\,.\,\mathrm{Cos}\,\tau.}$$

Wenn der Phasenunterschied zwischen dem resultirenden Strahl $J_,$ und dem ersten interferirenden ri oder $\varphi(ri) - \varphi(J_,) = \gamma$, ferner $\varphi(rl) - \varphi(J_{,,}) = \vartheta$ gesetzt wird, so hat man

$$\mathrm{Cos}\,\gamma = \frac{ri + rk\,.\,\mathrm{Cos}\,\tau}{J_,} \text{ und } \mathrm{Sin}\,\gamma = \frac{rk\,.\,\mathrm{Sin}\,\tau}{J_,}, \text{ ferner}$$

$$\mathrm{Cos}\,\vartheta = \frac{rl - rm\,.\mathrm{Cos}\,\tau}{J_{,,}} \text{ und } \mathrm{Sin}\,\vartheta = \frac{-\,rm\,.\,\mathrm{Sin}\,\tau}{J_{,,}}$$

Es ist aber $\varphi(ri) - \varphi(rl) = \delta$. Daraus folgt $\varphi(J_,) - \varphi(J_{,,}) = \vartheta - \gamma + \delta =$ Phasenunterschied zwischen den beiden Resultanten $J_,$ und $J_{,,}$. Lässt man diese beiden Strahlen schliesslich noch interferiren, so hat man

$$J^2 = J_,^2 + J_{,,}^2 + 2\,J_,\,J_{,,}\,\mathrm{Cos}\,(\vartheta - \gamma + \delta).$$

Die Rechnung gibt

$$ri = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(45^0 + \varepsilon) = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,(45^0 - \varepsilon);\quad rl = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(45^0 - \varepsilon);$$

$$rk = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(45^0 + \varepsilon) = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,(45 - \varepsilon);\quad rm = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(45^0 - \varepsilon). \quad \text{Ferner}$$

$$J_,^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2(45^0 - \varepsilon) + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2(45^0 - \varepsilon) + \mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}^2(45 - \varepsilon)\,\mathrm{Cos}\,\tau$$

$$= \tfrac{1}{4}(1 - \mathrm{Sin} 2\varepsilon)\,(1 + \mathrm{Sin}\,2\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau). \quad \text{Ebenso}$$

$$J_{,,}^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2(45^0 - \varepsilon) + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2(45^0 - \varepsilon) - \mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}^2(45^0 - \varepsilon)\,\mathrm{Cos}\,\tau$$

$$= \tfrac{1}{4}\,(1 + \mathrm{Sin}\,2\varepsilon)\,\,(1 - \mathrm{Sin}\,2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau). \quad \text{Ferner}$$

$$\mathrm{Cos}\,(\vartheta - \gamma + \delta) = (\mathrm{Cos}\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,\gamma + \mathrm{Sin}\,\vartheta\,\mathrm{Sin}\,\gamma)\,\mathrm{Cos}\,\delta - (\mathrm{Sin}\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,\gamma - \mathrm{Cos}\,\vartheta\,\mathrm{Sin}\,\gamma)\,\mathrm{Sin}\,\delta$$

$$= \frac{(ri\,.\,rl - rk\,.\,rm)\,\mathrm{Cos}\,\delta + (rk\,.\,rl - ri\,.\,rm)\,\mathrm{Cos}\,\tau\,\mathrm{Cos}\,\delta + (rk\,.\,rl + ri\,.\,rm)\,\mathrm{Sin}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\delta}{J_,\,J_{,,}}$$

$$= \frac{rk\,.\,rl\,\mathrm{Cos}\,(\tau - \delta) - ri\,.\,rm\,\mathrm{Cos}\,(\tau + \delta)}{J_,\,J_{,,}} = \frac{\tfrac{1}{4}\,\mathrm{Sin}^2\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(\tau - \delta) - \tfrac{1}{4}\,\mathrm{Cos}^2\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(\tau + \delta).}{J_,\,J_{,,}}$$

Es ist also

$$2\,J_,J_{,,}\,\mathrm{Cos}\,(\vartheta - \gamma + \delta) = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\,\varepsilon\,[\mathrm{Sin}^2\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(\tau - \delta) - \mathrm{Cos}^2\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,(\tau + \delta)]$$

$$= -\tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2 2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau\,\mathrm{Cos}\,\delta + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\delta; \text{ ferner}$$

$$J_,^2 + J_{,,}^2 = \tfrac{1}{4}\,(1 - \mathrm{Sin}\,2\,\varepsilon)(1 + \mathrm{Sin}\,2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau) + \tfrac{1}{4}\,(1 + \mathrm{Sin}\,2\,\varepsilon)\,(1 - \mathrm{Sin}\,2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau) = \tfrac{1}{2}(1 - \mathrm{Sin}^2 2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau);$$

endlich $J^2 = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\,2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2 2\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\tau\,\mathrm{Cos}\,\delta + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,2\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\delta.$

statt ε, $\varepsilon + 45^0$ gesetzt und damit der Abstand der einen Schwingungsebene des Objects von der Abszisse ausgedrückt wird. Man hat dann

$$J^2 = \frac{1}{2} \operatorname{Cos}^2 (2\varepsilon + 90^0) (1 - \operatorname{Cos}\delta) = 2 \operatorname{Sin}^2 \varepsilon \operatorname{Cos}^2 \varepsilon (1 - \operatorname{Cos}\delta).$$

Ist $\delta = 0$, so wird

$$J^2 = \frac{1}{2} (1 - \operatorname{Sin}^2 2\varepsilon \operatorname{Cos}\tau - \operatorname{Cos}^2 2\varepsilon \operatorname{Cos}\tau = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos}\tau.$$

Diess ist die Formel für einen doppelbrechenden Körper in diagonaler Stellung (Pag. 35). Das Crystallplättchen ist allein maassgebend für die Intensität des Elementarstrahls. Der darüber befindliche Körper ist unendlich dünn oder isotrop.

Dreht man das Object um seine verticale Axe, verändert man also ε, so nimmt J^2 zu oder ab. Ist $\varepsilon = \pm 45^0$, so wird $J^2 = \frac{1}{2} (1 - \operatorname{Cos}\tau)$; die Schwingungsebenen des doppelbrechenden Objects fallen mit denen der beiden Polarisationsprismen zusammen, und die Wirkung ist die nämliche, als ob das Crystallplättchen allein vorhanden wäre. — Wenn $\varepsilon = 0$ oder 180^0, so ist

$$J^2 = \frac{1}{2} ((1 - \operatorname{Cos}\tau \operatorname{Cos}\delta + \operatorname{Sin}\tau \operatorname{Sin}\delta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos}(\tau + \delta).$$

Wenn $\varepsilon = 90^0$ oder 270^0, so ist

$$J^2 = \frac{1}{2} (1 - \operatorname{Cos}\tau \operatorname{Cos}\delta - \operatorname{Sin}\tau \operatorname{Sin}\delta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos}(\tau - \delta);$$

d. h. das doppelbrechende Object hat zwei verschiedene diagonale Stellungen. In der einen ($\varepsilon = 0$ oder 180^0) fallen die homologen Schwingungsebenen des Objects und des Crystallplättchens zusammen; in der andern ($\varepsilon = 90^0$ oder 270^0) liegen die heterologen Ebenen, die beschleunigende und die verzögernde, über einander. Die erstere Lage hat daher die gleiche Wirkung, als ob das Crystallplättchen selbst dicker und als ob dadurch der Phasenunterschied von τ auf $\tau + \delta$ gesteigert worden sei. Die zweite Lage dagegen wirkt so, als ob das Crystallplättchen um eine entsprechende Grösse dünner und als ob dadurch die Phasendifferenz von τ auf $\tau - \delta$ vermindert worden sei. Ienes können wir die Additions-, dieses die Subtractionslage nennen.

Die Gangunterschiede der Additions-, der orthogonalen und der Subtractionslage sind also $\tau + \delta$, τ und $\tau - \delta$. Wenn das Object um seine verticale Axe gedreht und somit aus einer dieser 3 Stellungen in eine andere gebracht wird, so kann die Lichtintensität, welche der Elementarstrahl liefert, entweder zu- oder abnehmen, je nach der Grösse der Werthe von $\tau + \delta$, von τ und von $\tau - \delta$. Sie erreicht das Maximum ($= 1$), wenn der Phasenunterschied 180^0, das Minimum ($= 0$), wenn derselbe 0 beträgt. Die Helligkeit nimmt ab, wenn beim Drehen des Objectes aus einer Stellung in die andere der Phasenunterschied sich in der Richtung von 180^0 gegen 0 oder 360^0 hin verändert; sie vermehrt sich, wenn die Veränderung in entgegengesetzer Richtung sich bewegt.

b. Veränderung der Interferenzfarbe (bei Anwendung von weissem Lichte).

Wendet man nicht homogenes, sondern weisses Licht an, so gibt die orthogonale Stellung des Objectes die unveränderte Farbe des Crystallplättchens. Denn jeder Elementarstrahl tritt mit der Intensität $J^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos}\tau$ auf. — Von den

diagonalen Stellungen zeigt die Additionslage die nämliche Farbe, wie ein in dem Maasse verdicktes Crystallplättchen, dass der Phasenunterschied des Elementarstrahls aus τ zu $\tau + \delta$ geworden ist. Denn die Intensität jedes einzelnen Elementarstrahls ist $J^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos}(\tau + \delta)$. Statt der Farbe des angewendeten Crystallplättchens wird also durch das Object eine höhere Farbe in der Newton'schen Skale hervorgebracht. — Die Subtractionslage stimmt mit dem Effect eines dünnern Crystallplättchen überein, dessen Gangunterschied für den Elementarstrahl $\tau - \delta$ beträgt; die Intensität ist $J^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos}(\tau - \delta)$. Statt der Farbe des angewendeten Crystallplättchens hat man eine tiefere Farbe der gewöhnlichen Skale. Beispiele hiefür habe ich bereits oben (Pag. 82) angeführt.

Wenn das Object den nämlichen doppelbrechenden Effect hervorbringt, wie das Crystallplättchen, so ist $\delta = \tau$. Man hat dann für den Elementarstrahl in der Additionslage die Intensität $J^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos} 2\tau$, in der Subtractionslage $J^2 = 0$. In der Additionslage ist der Phasenunterschied des Crystallplättchens verdoppelt, und es wird die Farbe in entsprechendem Maasse in der Skale erhöht. In der Subtractionslage ist der Gangunterschied Null, und das Gesichtsfeld erscheint schwarz. Ein Gypsplättchen, welches Roth I gibt, und ein Object, das ebenfalls Roth I gibt, geben in der Additionslage zusammen Roth II; Weiss I und Weiss I liefern Roth I; Orange I und Orange I liefern Gelb II; Blau II und Blau II geben Gelb III, während die Subtractionslage immer schwarz zeigt.

Ist der Phasenunterschied im Crystallplättchen geringer als in dem darüber liegenden Körper (also $\tau < \delta$), so hat man in der Subtractionslage für die Helligkeit des Elementarstrahls $J^2 = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{Cos}(\tau - \delta)] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{Cos}(\delta - \tau)$ d. h. seine Intensität ist die nämliche, als ob der Phasenunterschied des Objectes um den nämlichen Betrag, den er jetzt vor dem Phasenunterschied des Crystallplättchens voraus hat, hinter demselben zurückbliebe. Wie die Intensität des Elementarstrahls verhält sich auch die Farbe. Mit andern Worten: wenn auf einem Crystallplättchen ein anderes liegt, so hat man in der Subtractionslage die gleiche Farbe, ob das zweite um eine gewisse Grösse dicker oder um ebenso viel dünner sei als das erste. Roth I über Gelb I gibt in der Subtractionslage Hellbläulich I, wie Gelb I über Roth I; Gelb I über Blau II, und Blau II über Gelb I geben beide Gelb I.

Da jedes Polarisationsmicroscop wenigstens mit einem Gypsplättchen ausgestattet sein muss und aus den angeführten Gründen am zweckmässigsten ein solches gewählt wird, das Roth der ersten Ordnung gibt, so stelle ich in eine Tabelle alle Farbenveränderungen zusammen, welche dasselbe bei microscopischen Untersuchungen erfahren kann. In der ersten Columne ist die Interferenzfarbe des Objectes angegeben, welche ohne Crystallplättchen erscheint, in der zweiten und dritten sind die Farben verzeichnet, welche man durch Einschieben eines Gypsplättchens Roth I in der Subtractions- und Additionslage erhält. Die in ( ) eingeschlossenen Farben sind die des complementären Bildes.

Ohne Gypsplättchen	Mit Gypsplättchen Roth I	
	Subtractionsfarbe	Additionsfarbe
Grau I	Orange I (Blau)	Indigo II (Gelb)
Hellbläulich I	Gelb I (Hellindigo)	Blau II (Orange)
Weiss I	Weiss I (Rothviolett)	Grün II (Roth)
Gelb I	Hellbläulich I (Orange)	Gelb II (Hellindigo)
Orange I	Grau I (Gelblichweiss)	Orange II (Grünlichblau)
Roth I	Schwarz (Weiss)	Roth II (Grün)
Indigo II	Grau I (Gelblichweiss)	Violett III (Gelb)
Blau II	Hellbläulich I (Orange)	Blau III (Orange)
Grün II	Weiss I (Rothviolett)	Grün III (Roth)
Gelb II	Gelb I (Hellindigo)	Gelb III (Violett)
Orange II	Orange I (Blau)	Rosa III (Blau)
Roth II	Roth I (Hellgrün)	Roth III (Grün)
Violett III	Indigo II (Gelbgrün)	Hellrothviolett IV (Grünlichblau)
Blau III	Blau II (Orange)	Bläulichgrün IV (Hellrosa)
Grün III	Grün II (Roth)	Grün IV (Hellroth)
Gelb III	Gelb II (Hellindigo)	Hellgrünlich IV (Hellrothlila)
Rosa III	Orange II (Grünlichblau)	Hellrosa (Hellbläulichgrünlich)
Roth III	Roth II (Grün)	Hellroth IV (Hellgrün)
Hellviolett IV	Violett III (Gelb)	Hellroth IV (Hellgrün)
Bläulichgrün IV	Blau III (Orange)	Hellviolettroth V (Hellgrünlich)
Grün IV	Grün III (Roth)	Hellblau V (Hellrosa)

Für manche Fälle reicht man mit einem einzigen Gypsplättchen nicht aus, und es ist wünschbar, dass noch einige zur Vergleichung benützt werden können. Für microscopische Zwecke möchten am besten solche, welche Gelb I und Blau II geben, sich eignen. Ich füge desshalb noch zwei Tabellen bei, in denen die Additions- und Subtractionsfarben der beiden genannten Plättchen enthalten sind.

Ohne Gypsplättchen	Mit Gypsplättchen Gelb I	
	Subtractionsfarbe	Additionsfarbe
Grau I	Weiss I (Rothviolett)	Orange I (Blau)
Hellbläulich I	Hellbläulich I (Orange)	Roth I (Hellgrün)
Weiss I	Grau I (Gelblichweiss)	Indigo II (Gelb)
Gelb I	Schwarz (Weiss)	Blau II (Orange)
Orange I	Grau I (Gelblichweiss)	Grün II (Roth)
Roth I	Hellbläulich I (Orange)	Gelb II (Hellindigo)
Indigo II	Weiss I (Rothviolett)	Orange II (Grünlichblau)
Blau II	Gelb I (Hellindigo)	Roth II (Grün)
Grün II	Orange I (Blau)	Violett III (Gelb)
Gelb II	Roth I (Hellgrün)	Blau III (Orange)

Ohne Gypsplättchen	Mit Gypsplättchen Gelb I	
	Subtractionsfarbe	Additionsfarbe
Orange II	Indigo II (Gelb)	Grün III (Roth)
Roth II	Blau II (Orange)	Gelb III (Violett)
Violett III	Grün II (Roth)	Rosa III (Blau)
Blau III	Gelb III (Hellindigo)	Roth III (Grün)
Grün III	Orange II (Grünlichblau)	Hellrothviolett IV (Grünlichblau)
Gelb III	Roth II (Grün)	Bläulichgrün IV (Hellrosa)
Rosa III	Violett III (Gelb)	Grün IV (Hellroth)
Roth III	Blau III (Orange)	Hellgrünlich IV (Hellrothlila)
Hellviolett IV	Grün III (Roth)	Hellrosa IV (Hellbläulichgrünlich)
Bläulichgrün IV	Gelb III (Hellindigo)	Hellroth IV (Hellgrün)
Grün IV	Orange III (Grünlichblau)	Hellroth IV (Hellgrün)

Ohne Gypsplättchen	Mit Gypsplättchen Blau II	
	Subtractionsfarbe	Additionsfarbe
Grau I	Indigo II (Gelb)	Grün II (Roth)
Hellbläulich I	Both I (Hellgrün)	Gelb II (Hellindigo)
Weiss I	Orange I (Blau)	Orange II (Grünlichblau)
Gelb I	Gelb I (Hellindigo)	Roth II (Grün)
Orange I	Weiss I (Rothviolett)	Violett III (Gelb)
Roth I	Hellbläulich I (Orange)	Blau III (Orange)
Indigo II	Grau I (Gelblichweiss)	Grün III (Roth)
Blau II	Schwarz (Weiss)	Gelb III (Violett)
Grün II	Grau I (Gelblichweiss)	Rosa III (Blau)
Gelb II	Hellbläulich I (Orange)	Roth III (Grün)
Orange II	Weiss I (Rothviolett)	Hellrothviolett IV (Grünlichblau)
Roth II	Gelb I (Hellindigo)	Bläulichgrün IV (Hellrosa)
Violett III	Orange I (Blau)	Grün IV (Hellroth)
Blau III	Roth I (Hellgrün)	Hellgrünlich IV (Hellrothlila)
Grün III	Indigo II (Gelb)	Hellrosa IV (Hellbläulichgrünlich)
Gelb III	Blau II (Orange)	Hellroth IV (Hellgrün)
Rosa III	Grün II (Roth)	Hellroth IV (Hellgrün)
Roth III	Gelb II (Hellindigo)	Hellviolettroth V (Hellgrünlich)
Hellviolett IV	Orange II (Grünlichblau)	Hellblau V (Hellrosa)
Bläulichgrün IV	Roth II (Grün)	Hellblau V (Hellrosa)
Grün IV	Violett III (Gelb)	Hellblaugrün V (Hellroth)

Wenn man ein Object auf dem feststehenden Gypsplättchen um eine verticale Axe dreht, so gehen die besprochenen 3 Hauptfarben, die man dabei erhält, die der diagonalen Additionslage, der orthogonalen Stellung und der diagonalen

Subtractionslage allmälig in einander über. Die Vergleichung der allgemeinen Intensitätsformel (Pag. 84) mit der Intensitätsformel für einen Keil oder ein einfaches Plättchen (Pag. 32) zeigt uns, dass in beiden die Lichtmengen der einzelnen Elementarstrahlen nicht in gleichen Verhältnissen wechseln. Die Uebergänge zwischen jenen 3 Hauptfarben, die der Newton'schen Skale angehören, finden daher nicht wie in dieser statt; sie durchlaufen nicht die zwischenliegenden Nummern der Skale, sondern zeigen Mischfarben, fast als ob man die beiden Hauptfarben in wechselndem Verhältniss über einander legte. Beim Versuch wird diess um so deutlicher, je weiter die Hauptfarben in der gewöhnlichen Skale aus einander liegen. Wenn man auf ein Gypsplättchen Roth I ein anderes legt, welches für sich Hellblau I gibt, so hat man beim Drehen Gelb I (diagonale Subtractionslage), Roth I (orthogonale Stellung) und Blau II (diagonale Additionslage); die Uebergänge beim Drehen geschehen durch Orange und Violett. Hier kann also durch den Versuch noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden, dass diese beiden Töne nicht die der Newton'schen Skale sind, obgleich sie ziemlich deutlich einen andern Charakter zeigen. Ein Gypsplättchen Gelb I gibt, auf Roth I gedreht, die 3 Hauptfarben Hellblau I, Roth I und Gelb II; der Uebergang findet statt durch Violett und Orange, also nicht durch die Nummern der Farbenskale. Roth I, auf Roth I gedreht, gibt die 3 Hauptfarben Schwarz, Roth I und Roth II, von denen die ersten beiden durch ein dunkles Roth, die letzten beiden durch Roth in einander übergehen. Roth II oder Roth III, auf Roth I gedreht, zeigt immer Roth, mit mehr oder weniger Helligkeit und mit Abweichung bald nach Rothviolett, bald nach Rothorange; wenn die Uebergänge durch die gewöhnliche Reihe statt fänden, so müssten in diesem Falle alle Regenbogenfarben durchlaufen werden.

IX. Zwei anisotrope crystallähnliche Körper, die übereinander auf einem bekannten Crystallplättchen liegen.

a. Bestimmung der Intensität des homogenen Lichtstrahls; Charakter der Interferenzfarben.

Ein noch complicirteres Problem, das aber bei der Untersuchung organisirter Körper eine sehr häufige Anwendung findet, besteht darin, dass ein Crystallplättchen und 2 doppelbrechende Objecte im Polarisationsapparat über einander liegen. Der Lichtstrahl hat also, ehe er in das Auge des Beobachters gelangt, die beiden Prismen eingerechnet, 5 Körper mit doppelter Brechung zu durchlaufen. Dieses Problem ist aber nicht in seiner Allgemeinheit, sondern nur in bestimmten Beschränkungen von Wichtigkeit. Dazu gehören, 1) dass die Schwingungsebenen des Crystallplättchens eine diagonale Stellung haben, d. h. mit denen der beiden Prismen Winkel von 45° bilden, und 2) dass die beiden Objecte von gleicher Dicke und überhaupt von gleicher brechender Beschaffenheit seien. Wird die In-

tensitätsformel für den Elementarstrahl entwickelt (für die Rechnung verweise ich auf die Anmerkung [1], so erhält man

$$J^2 = {}^1/_2 - {}^1/_2 \operatorname{Cos} \tau \Big(1 - \operatorname{Sin}^2 2\eta (1 + \operatorname{Cos} \delta) - \operatorname{Cos}^2 \eta \operatorname{Sin}^2 \delta \left[\operatorname{Cos} 2\eta + \operatorname{Cos}(4\varepsilon + 2\eta)\right]\Big)$$
$$- \operatorname{Sin} \tau \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos} \eta \left[\operatorname{Cos}(2\varepsilon + \eta) - \operatorname{Cos} \eta \operatorname{Cos}(2\varepsilon + 2\eta)(1 + \operatorname{Cos} \delta)\right]$$

---

(1) In Fig. 38 pflanzt sich der Lichtstrahl senkrecht zur Papierebene durch den Punkt r fort. AA, ist die Schwingungsebene des polarisirenden Prismas. CC, und DD, sind die Schwingungsebenen des Crystallplättchens, in welches zunächst ein Strahl aus jenem Prisma eintritt, und sich dabei in 2 Strahlen mit den Vibrationsintensitäten rc und rd theilt. FF, und GG, sind die Schwingungsebenen des ersten (untern) doppelbrechenden Objects. Der Strahl rc tritt in dieselben mit 2 Componenten ein, deren Vibrationsintensitäten re und rg sind; der Strahl rd theilt sich in rf und rh. In der Ebene FF, schwingen und interferiren die beiden Componenten re und rf, in der Ebene GG, die Componenten rg und rh. Wir wollen jedoch, um den Vorgang einfacher und anschaulicher zu machen, von der Interferenz absehen und die Componenten getrennt bis in das obere Prisma verfolgen. KK, und LL, sind die Schwingungsebenen des zweiten (obern) doppelbrechenden Objectes. Die 4 Strahlen, die aus dem ersten kommen, theilen sich wieder je in 2, nämlich re in zwei Componenten mit den Vibrationsintensitäten ri und rl, rf in rn und ro, rg in rk und rm, rh in rp und rq; so dass in der Ebene KK, 4 Componenten (ri, rp, rn, rk) und in der Ebene LL, ebenfalls 4 (rl, rm, ro, rq) schwingen. Diese 8 Strahlen werden schliesslich auf die Ebene des analysirenden Prisma's BB, übertragen: ri mit der Vibrationsintensität ry, rp als rx, rn als rw, rk als rv, rl als rs, rm als rt, ro als ru, rq als rz.

Die ebengenannten Componenten kann man nun in beliebiger Combination paarweise interferiren lassen. Zu diesem Ende müssen ihre Phasen und Phasenunterschiede ermittelt werden.

Die beiden Strahlen rc und rd sind beim Eintritte in das Crystallplättchen in der nämlichen Phase; beim Austritt aus demselben ist rc um den Bogen τ voraus; denn CC, ist die Ebene der langsameren Fortpflanzung und somit der kürzern Wellen. Wenn daher in diesem Augenblicke rd sich in der Phase χ befindet, also φ (rd) $= \chi$, so ist die Phase von rc oder φ (rc) $= \chi + \tau$. Der Schwingungsnullpunkt der Ebene AA, befinde sich auf der Seite von A, so sind die Nullpunkte der Ebenen CC, und DD, auf der Seite von C und von D. Bei der Uebertragung auf die Ebenen FF, und GG, befinden sich die beiden Componenten re und rg im Moment des Eintrittes in der nämlichen Phase wie rc beim Austritt ($= \chi + \tau$). FF, ist die Ebene der langsamern Fortpflanzung; der Strahl re macht in ihr δ Wellenlängen mehr als der Strahl rg in GG,. Wenn daher beim Durchgang durch das erste Object die Phase von rg sich um ψ vermehrt, so wächst diejenige von re um $\psi + \delta$. Beim Austritt ist φ (rg) $= \chi + \tau + \psi$ und φ (re) $= \chi + \tau + \psi + \delta$, wenn der Schwingungsnullpunkt der Ebenen FF, und GG, (analog mit CC,) auf der Seite von F und G, angenommen wird. Ebenso ist beim Austritt die Componente rf der Componente rh um δ Wellenlängen voraus; die Phase von rh vermehrt sich um die Grösse ψ, diejenige von rf um $\psi + \delta$. Der Nullpunkt der Schwingungen in DD, liegt auf der Seite D; somit derjenige von FF, und GG, auf der Seite von F und G. Da aber für die Componente rg der Ausgangspunkt auf der Seite von G, sich befindet, so muss, um rg und rh in Uebereinstimmung zu bringen, der Schwingungsnullpunkt der einen Componente auf die entgegen gesetzte Seite verlegt und daher ihre Phase um $+ 180^0$ vergrössert werden. Der gemeinsame Ausgangspunkt sei bei G,, so ist beim Austritt aus dem ersten Object φ (rh) $= \chi + \psi + 180^0$ und φ (rf) $= \chi + \psi + \delta$. — Der Strahl re tritt aus dem ersten Object in das zweite mit den beiden Componenten ri und rl ein, welche beide die Phase $\chi + \tau + \psi + \delta$ haben. KK, ist die Ebene der langsamern Fortpflanzung, in welcher während des Durchgangs durch das zweite Objekt δ Wellenlängen mehr zurückgelegt werden als in LL,. Da der Nullpunkt sich auf der

In dieser Formel bezeichnet ε den Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen des Gypsplättchens und des ersten Objects, η denjenigen zwischen

---

Seite von F befindet, so liegt er für die beiden neuen Ebenen auf der Seite von K und L. Beim Austritt aus dem zweiten Object ist $\varphi(rl) = \chi + \tau + \psi + \delta + \psi = \chi + 2\psi + \tau + \delta$ und $\varphi(ri) = \chi + \tau + \psi + \delta + \psi + \delta = \chi + 2\psi + \tau + 2\delta$. Die beiden Componenten rk und rm befinden sich beim Eintritt in das zweite Object (wie der sie erzeugende Strahl rg) in der Phase $\chi + \tau + \psi$. Beim Austritt aus demselben ist die Phase von rm um ψ, diejenige von rk um $\psi + \delta$ gewachsen, insofern der Ausgangspunkt der Schwingungen auf der Seite von L und von K, genommen wird. Da aber für die Ebene KK, bereits K als Nullpunkt festgesetzt wurde, so ist $\varphi(rm) = \chi + 2\psi + \tau$ und $\varphi(rk) = \chi + 2\psi + \tau + \delta \pm 180^0$. Die beiden Componenten rn und ro haben anfänglich die Phase (wie rf) $\chi + \psi + \delta$; nach ihrem Durchgang durch das zweite Object ist $\varphi(rn) = \chi + 2\psi + 2\delta$ und $\varphi(ro) = \chi + 2\psi + \delta$. Die Strahlen rp und rq befinden sich beim Eintritt in der Phase $\chi + \psi + 180^0$ (wie rh), beim Austritt ist $\varphi(rp) = \chi + 2\psi + \delta \pm 180^0$ und $\varphi(rq) = \chi + \psi \pm 180^0 + \psi$ wenn auf die Ausgangspunkte K, und L bezogen, weil für rh der Nullpunkt auf der Seite von G, angenommen wurde. Für den Ausgangspunkt K ist $\varphi(rp) = \chi + 2\psi + \delta$.

Bei der Uebertragung auf die Ebene BB, des obern Prismas bleiben die 4 Componenten, welche von der Schwingungsebene LL, kommen, in der nämlichen Phase, wenn der Ausgangspunkt der Schwingungen von L auf B übertragen wird. Die 4 Componenten von KK, würden ebenfalls ihre Phasen behalten, wenn der Schwingungsnullpunkt sich in B, befände. Da er aber bereits auf der Seite von B angenommen wurde, so ändern sich die Phasen um 180^0. Man hat demnach für die 8 auf BB, übertragenen Componenten folgende Phasen. $\varphi(rs) = \chi + 2\psi + \tau + \delta$; $\varphi(rt) = \chi + 2\psi + \tau$; $\varphi(ru) = \chi + 2\psi + \delta$; $\varphi(rz) = \chi + 2\psi \pm 180^0$; $\varphi(rv) = \chi + 2\psi + \tau + \delta$; $\varphi(rw) = \chi + 2\psi + 2\delta \pm 180^0$; $\varphi(rx) = \chi + 2\psi + \delta \pm 180^0$; $\varphi(ry) = \chi + 2\psi + \tau + 2\delta \pm 180^0$. Wenn überall $\chi + 2\psi$ weggelassen wird, so hat man: $\varphi(rs) = \tau + \delta$; $\varphi(rt) = \tau$; $\varphi(ru) = \delta$; $\varphi(rz) = \pm 180^0$; $\varphi(rv) = \tau + \delta$; $\varphi(rw) = 2\delta \pm 180^0$; $\varphi(rx) = \delta \pm 180^0$; $\varphi(ry) = \tau + 2\delta \pm 180^0$.

Von den 8 auf BB, übertragenen Componenten kann man je 2 beliebige interferiren lassen; z. B. rs und rv, rt und ry, ru und rx, rz und rw. Man hat dann

$$J_1^2 = (rs)^2 + (rv)^2 + 2\, rs\,.\,rv\,; \quad J_2^2 = (ry)^2 + (rt)^2 - 2\, ry\,.\,rt\,.\,\mathrm{Cos}\, 2\delta;$$
$$J_3^2 = (rx)^2 + (ru)^2 - 2\, rx\,.\,ru\,; \quad J_4^2 = (rw)^2 + (rz)^2 + 2\, rw\,.\,rz\,.\,\mathrm{Cos}\, 2\delta.$$

Für die 8 Componenten sind folgende Werthe einzuführen, wobei ich behufs grösserer Einfachheit vorläufig rc und rd = 1 setzen will (ist dagegen ra = 1, so wird rc und rd = $\sqrt{\tfrac{1}{2}}$).

$$rs = \mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon + \eta - 45^0); \quad rv = \mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,\eta\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon + \eta - 45^0);$$
$$ry = \mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\eta\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon + \eta - 45^0); \quad rt = \mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon + \eta - 45^0);$$
$$rx = \mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,\eta\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon + \eta - 45^0); \quad ru = \mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Sin}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon + \eta - 45^0);$$
$$rz = \mathrm{Cos}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,(\varepsilon + \eta - 45^0); \quad rw = \mathrm{Sin}\,\varepsilon\,\mathrm{Cos}\,\eta\,\mathrm{Sin}\,(\varepsilon + \eta - 45^0);$$

Also ist $J_1^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\eta\,(1 + \mathrm{Sin}\,2\eta)$.

$$J_2^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,(1 - \mathrm{Sin}\,2\eta) + \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,[\mathrm{Sin}\,2\eta - \mathrm{Sin}\,(4\varepsilon + 2\eta)].$$
$$J_3^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Sin}^2\eta\,(1 - \mathrm{Sin}\,2\eta).$$
$$J_4^2 = \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,(1 + \mathrm{Sin}\,2\eta) - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,[\mathrm{Sin}\,2\eta - \mathrm{Sin}\,(4\varepsilon + 2\eta)].$$

Um die 4 Strahlen, denen die Lichtintensitäten J_1^2, J_2^2, J_3^2 und J_4^2 entsprechen, interferiren zu lassen, müssen die Differenzen ihrer Phasen bestimmt werden. Der Gangunterschied zwischen rs und J_1 ist 0 (da rs und rv in der nämlichen Phase sich befinden). Es sei $\varphi(ry) - \varphi(J_2) = \vartheta_1$; es ist aber $\varphi(ry) - \varphi(rs) = \delta \pm 180^0$; daraus folgt, dass $\varphi(J_1) - \varphi(J_2) = \vartheta_1 - \delta \pm 180^0$. Ferner kann $\varphi(rx) - \varphi(J_3)$ entweder 0 oder 180^0 betragen; da die beiden Componenten in ihren Phasen um 180^0 differiren, so stimmt die Phase der Resultante bald mit der einen bald mit der andern überein, was von der Grösse des Winkels η abhängt. Wenn $\varphi(rx) - \varphi(J_3) = 0$, so ist $J_3 = rx\ \ ru$; wenn dagegen $\varphi(rx) - \varphi(J_3) = 180^0$, so ist $J_3 = ru - rx$. Es ist gleichgültig, ob man die einen oder andern Werthe

den homologen Schwingungsebenen des ersten und zweiten Objects; τ den Phasenunterschied, den die 2 Componenten eines Lichtstrahls im Gypsplättchen, δ den

---

in die Rechnung einführe; ich will $\varphi(rx) - \varphi(J_3) = 0$ annehmen. Es sei $\varphi(rw) - \varphi(J_4) = \vartheta_{,,}$; es ist aber $\varphi(rx) - \varphi(rw) = -\delta$; daher $\varphi(J_3) - \varphi(J_4) = \vartheta_{,,} - \delta$. Für die Bestimmung des Werthes von $\vartheta_{,}$ und $\vartheta_{,,}$ hat man die Formeln (vd. Pag. 22)

$$\operatorname{Cos}\vartheta_{,} = \frac{ry - rt\,.\operatorname{Cos}2\delta}{-J_2} \text{ und } \operatorname{Sin}\vartheta_{,} = \frac{-rt\,.\operatorname{Sin}2\delta}{-J_2}$$

$$\operatorname{Cos}\vartheta_{,,} = \frac{rw + rz\,.\operatorname{Cos}2\delta}{-J_4} \text{ und } \operatorname{Sin}\vartheta_{,,} = \frac{rz\,.\operatorname{Sin}2\delta}{-J_4}$$

Es bedarf noch einer Bemerkung, warum in diesen Formeln J_2 und J_4 mit dem Zeichen — auftreten. Die Vibrationsintensitäten $\sqrt{J_1^2}$, $\sqrt{J_2^2}$, $\sqrt{J_3^2}$ und $\sqrt{J_4^2}$ können als Wurzeln positiv oder negativ sein, wie diess bereits für J_3 angeführt wurde. Für die ganze übrige Rechnung steht es frei, sie mit dem einen oder andern Zeichen einzuführen, weil die Compensation im Gangunterschied sich ergibt. Ich habe sie positiv genommen. In diesen Formeln aber treten J_2 und J_4 unabhängig auf, finden keine Correctur in der Phasendifferenz, und müssen, da sie beide mit Rücksicht auf die ersten Componenten (rx und rw), die ihrem Ursprunge nach negativ sind, bestimmt wurden, auch negativ genommen werden.

Wenn man nun einerseits J_1 und J_2, anderseits J_3 und J_4 interferiren lässt, so hat man

$$J_5^2 = J_1^2 + J_2^2 - 2\,J_1\,J_2 \operatorname{Cos}(\vartheta_{,} - \delta)$$
$$J_6^2 = J_3^2 + J_4^2 + 2\,J_3\,J_4 \operatorname{Cos}(\vartheta_{,,} - \delta)$$

$$\operatorname{Cos}(\vartheta_{,} - \delta) = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}\operatorname{Cos}\delta\,(\tfrac{1}{2}\operatorname{Sin}2\eta - \operatorname{Cos}^2\eta)}}{-J_2};$$

$$\operatorname{Cos}(\vartheta_{,,} - \delta) = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}\operatorname{Cos}\delta\,(\tfrac{1}{2}\operatorname{Sin}2\eta + \operatorname{Cos}^2\eta)}}{-J_4}$$

Werden diese Werthe und diejenigen für J_1, J_2, J_3 und J_4 substituirt, so hat man

$$J_5^2 = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4}\operatorname{Sin}4\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + \tfrac{1}{2}\operatorname{Cos}^2\eta\operatorname{Sin}^2\delta\,[\operatorname{Sin}2\eta - \operatorname{Sin}(4\varepsilon + 2\eta)]$$
$$J_6^2 = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}\operatorname{Sin}4\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) - \tfrac{1}{2}\operatorname{Cos}^2\eta\operatorname{Sin}^2\delta\,[\operatorname{Sin}2\eta - \operatorname{Sin}(4\varepsilon + 2\eta)]$$

Endlich müssen noch J_5 und J_6 zur Interferenz gelangen, zu welchem Zwecke ihr Phasenunterschied zu bestimmen ist. Es sei $\varphi(J_1) - \varphi(J_5) = \gamma$ und $\varphi(J_3) - \varphi(J_6) = \vartheta$; es ist aber $\varphi(J_1) = \varphi(rs)$; $\varphi(J_3) = \varphi(rx)$ und $\varphi(rs) - \varphi(rx) = \tau + 180^0$. Daraus folgt, dass $\varphi(J_5) - \varphi(J_6) = \vartheta - \gamma + \tau + 180^0$. Für die Bestimmung von ϑ und γ gelten die Formeln

$$\operatorname{Cos}\gamma = \frac{J_1 - J_2\operatorname{Cos}(\vartheta_{,} - \delta)}{\sqrt{J_5^2}} = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}[1 - \operatorname{Cos}^2\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) + \tfrac{1}{2}\operatorname{Sin}2\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta)]}}{\sqrt{J_5^2}}$$

$$\operatorname{Sin}\gamma = \frac{-J_2\operatorname{Sin}(\vartheta_{,} - \delta)}{\sqrt{J_5^2}} = -\frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}\operatorname{Cos}\eta\operatorname{Sin}\delta\,[\operatorname{Cos}(2\varepsilon + \eta) + \operatorname{Sin}(2\varepsilon + \eta)]}}{\sqrt{J_5^2}}$$

$$\operatorname{Cos}\vartheta = \frac{J_3 + J_4\operatorname{Cos}(\vartheta_{,,} - \delta)}{\sqrt{J_6^2}} = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}[1 - \operatorname{Cos}^2\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta) - \tfrac{1}{2}\operatorname{Sin}2\eta\,(1 - \operatorname{Cos}\delta)]}}{\sqrt{J_6^2}}$$

$$\operatorname{Sin}\vartheta = \frac{J_4\operatorname{Sin}(\vartheta_{,,} - \delta)}{\sqrt{J_6^2}} = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{2}\operatorname{Cos}\eta\operatorname{Sin}\delta\,[\operatorname{Cos}(2\varepsilon + \eta) + \operatorname{Sin}(2\varepsilon + \eta)]}}{\sqrt{J_6^2}}$$

$\sqrt{J_5^2}$ und $\sqrt{J_6^2}$ können als Wurzeln ebenfalls je 2 Werthe, einen positiven und einen negativen annehmen. Es ist überflüssig, das Zeichen zu bestimmen, da die ersten Potenzen von J_5 und J_6 in der folgenden Schlussformel, nachdem für γ und ϑ die eben entwickelten Werthe eingeführt wurden, sich im Zähler und Nenner befinden und daher gegenseitig aufheben. Wenn die Interferenz von J_5 und J_6 vollzogen wird, so erhält man

$$J^2 = J_5^2 + J_6^2 - 2\,J_5\,J_6 \operatorname{Cos}(\vartheta - \gamma + \tau).$$

Phasenunterschied, den 2 Componenten in jedem der beiden Objecte erlangen. Die Formel bleibt für alle Lagen der Objecte zu einander und zum Gypsplättchen, also für jede andere Construction der Figur die nämliche, vorausgesetzt, dass η und ε immer in positiver Richtung abgelesen werden.

Wir wollen sogleich die Veränderungen betrachten, welche das weisse Licht beim Durchgang durch ein Crystallplättchen und durch ein Paar doppelbrechender Körper erfährt. Mit Rücksicht auf den Charakter der sich bildenden Interferenzfarben lässt sich aus der obigen Formel für die Lichtintensität sogleich herleiten, dass dieselben niemals genau den Farben der Newton'schen Reihe entsprechen. Die Formel nimmt, wir können darin τ, δ, ε oder η variiren lassen, im Allgemeinen nie einen der Werthe an, den die Formel für den Crystallkeil (oder für die einfachen Crystallplättchen) gibt. Daher bleibt auch das Verhältniss zwischen den Intensitäten aller zusammentretender und die Mischfarbe bildender Elementarstrahlen ein anderes, und diese Mischfarbe kann nicht durch ein einfaches Crystallplättchen vernichtet werden.

Im Uebrigen bieten sich auch hier verschiedene Probleme dar. Sie betreffen die Veränderungen, welche die Interferenzfarben zeigen, 1) wenn ein festverbundenes Paar von Körpern auf einem Gypsplättchen um die senkrechte Axe gedreht wird (ε variabel und η constant), 2) wenn bei einer bestimmten Stellung der Schwingungsmediane der Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen der beiden Objecte sich erweitert oder verengert (η variabel und ε eine bestimmte Function von η). Wir könnten ferner auch 3) die Dicke der beiden Körper also δ, oder 4) die Dicke des Gypsplättchens also τ sich verändern lassen. Doch sind nur die beiden ersten Fragen von wirklichem praktischen Interesse.

b. Interferenzfarben in den beiden orthogonalen Stellungen der Schwingungsmediane.

Wenn man ein festverbundenes Körperpaar um eine verticale Axe dreht (ε variabel), so zeigt die Medianlinie zwischen den homologen Schwingungsebenen

---

Nach Entwickelung von

$$\mathrm{Cos}(\vartheta - \gamma + \tau) = \mathrm{Cos}\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,\gamma\,\mathrm{Cos}\,\tau + \mathrm{Sin}\,\vartheta\,\mathrm{Sin}\,\gamma\,\mathrm{Cos}\,\tau - \mathrm{Sin}\,\vartheta\,\mathrm{Cos}\,\gamma\,\mathrm{Sin}\,\tau + \mathrm{Cos}\,\vartheta\,\mathrm{Sin}\,\gamma\,\mathrm{Sin}\,\tau$$

und nach Substituirung der Werthe für J_5, J_6, $\mathrm{Sin}\,\gamma$, $\mathrm{Cos}\,\gamma$, $\mathrm{Sin}\,\vartheta$ und $\mathrm{Cos}\,\vartheta$, ergibt sich

$$J^2 = 1 - \mathrm{Cos}\,\tau \left\{ 1 - \mathrm{Sin}^2 2\eta\,(1 + \mathrm{Cos}\,\delta) - \mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,[\mathrm{Cos}\,2\eta + \mathrm{Cos}\,(4\varepsilon + 2\eta)] \right\}$$
$$- 2\,\mathrm{Sin}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\delta\,\mathrm{Cos}\,\eta\,[\mathrm{Cos}\,(2\varepsilon + \eta) - \mathrm{Cos}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,(2\varepsilon + 2\eta)\,(1 + \mathrm{Cos}\,\delta)]$$

Ich habe Eingangs der Einfachheit wegen $rc = 1$ und $rd = 1$ gesetzt. In den übrigen Problemen wurde bisher dem vom Polarisator kommenden in der Ebene AA, schwingenden Strahl die Lichtintensität 1 gegeben, so dass in diesem Falle $(rc)^2 = (rd)^2 = \frac{1}{2}$ und $rc = rd = \sqrt{\frac{1}{2}}$ zu setzen wäre. Wenn wir die Formel in dieser Weise abändern, um sie den andern analog zu machen, so erhalten wir

$$J^2 = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Cos}\,\tau \left\{ 1 - \mathrm{Sin}^2 2\eta\,(1 + \mathrm{Cos}\,\delta) - \mathrm{Cos}^2\eta\,\mathrm{Sin}^2\delta\,[\mathrm{Cos}\,2\eta + \mathrm{Cos}\,(4\varepsilon + 2\eta)] \right\}$$
$$- \mathrm{Sin}\,\tau\,\mathrm{Sin}\,\delta\,\mathrm{Cos}\,\eta\,[\mathrm{Cos}\,(2\varepsilon + \eta) - \mathrm{Cos}\,\eta\,\mathrm{Cos}\,(2\varepsilon + 2\eta)\,(1 + \mathrm{Cos}\,\delta)]$$

während einer halben Umdrehung zweimal eine diagonale und zweimal eine orthogonale Stellung. Diese 4 Lagen sowie auch alle intermediären Lagen liefern verschiedene Interferenzfarben, so dass also, bevor die halbe Umdrehung vollendet ist, nie dieselbe Farbe sich wiederholt.

Betrachten wir zuerst die orthogonalen Stellungen, so bieten dieselben vier mögliche Combinationen dar. Einmal kann die Mediane der beiden Schwingungsebenen langsamerer Fortpflanzung entweder mit der Schwingungsebene des polarisirenden Nicols, oder mit derjenigen des analysirenden Prisma's zusammenfallen. Jene will ich als Polarisatorstellung, diese als Analysatorstellung bezeichnen. In Fig. 27 und 28 ist $A A_{,}$ die Schwingungsebene des untern, $B B_{,}$ die des obern Prisma's; $C C_{,}$ $F F_{,}$ und $K K_{,}$ sind (analog wie in Fig. 38) die langsamen Schwingungsebenen des Gypsplättchens, des ersten und des zweiten Objectes; die Figuren zeigen diese Schwingungsebenen der beiden letztern in allen diagonalen und orthogonalen Stellungen. Bei A und $A_{,}$ befindet sich die Schwingungsmediane in der Polarisatorstellung, bei B und $B_{,}$ in der Analysatorstellung.

Nun können aber ferner die Polarisator- und ebenso die Analysatorstellungen unter sich durch eine verschiedene Reihenfolge der homologen Schwingungsebenen differiren. In Fig. 27 sind dieselben bei A (oder $A_{,}$) so geordnet, dass F zwischen C und K zu liegen kommt (ebenso $F_{,}$ zwischen $C_{,}$ und $K_{,}$); in Fig. 28 bei A dagegen befindet sich K zwischen F und C (bei $A_{,}$ ist $K_{,}$ zwischen $F_{,}$ und $C_{,}$). Das erstere will ich die c o n s e c u t i v e, das letztere die a l t e r n a t i v e Polarisatorstellung nennen; in jener folgen die homologen Schwingungsebenen des Gypsplättchens, des ersten und des zweiten Objectes, C, F und K wie die Stufen einer Treppe oder Leiter in gleicher Richtung auf einander, in dieser befinden sie sich in Zickzackfolge. — Ebenso gibt es eine consecutive und eine alternative Analysatorstellung; die erstere zeigt uns Fig. 28 bei B und $B_{,}$, die letztere Fig. 27 bei B und $B_{,}$.

Die allgemeine Intensitätsformel (Pag. 90) gibt uns die Bedeutung dieser verschiedenen Stellungen an, sobald wir die denselben entsprechenden Werthe einführen. Wenn wir den Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen der beiden Objecte, abgesehen von der Richtung, durch die positive Grösse e bezeichnen, und somit für die consecutive Polarisatorstellung $\eta = e$ und $\varepsilon = 45^0 - \frac{1}{2} e$ setzen, so erhalten wir

$$J^2 = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos} \tau \left[1 - \operatorname{Sin}^2 2e \, (1 + \operatorname{Cos} \delta)^2\right] - \operatorname{Sin} \tau \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos}^2 e \operatorname{Sin} e \, (1 + \operatorname{Cos} \delta).$$

Die nämliche Formel gilt natürlich auch für die consecutive Analysatorstellung, wo $\eta = 180^0 - e$ oder $= - e$ und $\varepsilon = -45^0 + \frac{1}{2} e$ oder $= 135^0 + \frac{1}{2} \varepsilon$ ist. Dagegen hat man für die alternative Polarisatorstellung, wo $\eta = 180^0 - e$ oder $= - e$ und $\varepsilon = 45^0 + \frac{1}{2} e$ wird, und ebenso für die alternative Analysatorstellung, wo $\eta = e$ und $\varepsilon = -45^0 - \frac{1}{2} e$ oder $= 135^0 - \frac{1}{2} e$ ist,

$$J^2 = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \operatorname{Cos} \tau \left[1 - \operatorname{Sin}^2 2e \, (1 + \operatorname{Cos} \delta)^2\right] + \operatorname{Sin} \tau \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos}^2 e \operatorname{Sin} e \, (1 + \operatorname{Cos} \delta).$$ [1]

---

(1) In Fig. 32 ist die Construction für die alternative Analysatorstellung gegeben. Die Bezeichnung ist die nämliche wie in Fig. 38, wobei die in ( ) eingeschlossenen Buchstaben

Es gibt also für ein Gypsplättchen und ein Paar gleicher Körper, die mit einem bestimmten Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen über einander liegen, 4 orthogonale Stellungen, von denen je 2 die gleiche Intensität des Elementarstrahls und somit die gleiche Interferenzfarbe geben; es sind dies einerseits die Stellungen in Fig. 27 bei A — A, und Fig. 28 bei B — B,, andererseits diejenigen bei B — B, in Fig. 27 und bei A — A, in Fig. 28; jene sind durch N, diese durch P bezeichnet.

Der Versuch bestätigt diese theoretischen Folgerungen. Wenn man z. B. 2 Crystallplättchen, von denen jedes Hellbläulich I gibt, und die mit dem Winkel $e = 22\frac{1}{2}^0$ über einander liegen, auf ein Gypsplättchen Roth I bringt, so erhält man in jeder der beiden orthogonalen Consecutivstellungen (Analysator- so wie Polarisatorstellung) Blau-Indigo, dagegen in den orthogonalen Alternativstellungen (Analysator- und Polarisatorstellung) Dunkelorange.

---

nicht zu berücksichtigen sind. Die Componenten rv und ry fallen zusammen, ebenso ru und rz. Wenn der positive Werth des Winkels zwischen den homologen Schwingungsebenen FF, und KK, mit e bezeichnet wird, so ist der Winkel ε ($\angle$ C r F) $= 135^0 - \frac{1}{2}$ e und $\eta = e$. Setzt man diese Werthe statt ε und η in die allgemeine Formel, so erhält man die zweite im Texte aufgeführte Formel (mit negativem Vorzeichen des letzten Gliedes). — Man kann auch den Winkel ε negativ ablesen als C r F,; dann ist $\varepsilon = -45^0 - \frac{1}{2}$ e und $\eta = e$. Die letztern Werthe, in die allgemeine Formel eingeführt, geben das nämliche Resultat.

Wenn man in der gleichen Figur 32 die Schwingungsebenen der beiden Körper mit den in ( ) eingeschlossenen Buchstaben bezeichnet, so hat man die nämliche Construction, aber für die consecutive Polarisatorstellung. Hier ist $\varepsilon = \angle$ Cr (F) $= 45^0 - \frac{1}{2}$ e und $\eta = \angle$ (F) r (K) $=$ e. Substituirt man in der allgemeinen Gleichung diese Werthe für ε und η, so erhält man eine andere Lichtintensität für den Elementarstrahl, nämlich die der ersten Formel (mit positivem Vorzeichen des letzten Gliedes).

Fig. 33 gibt die Construction für die consecutive Analysatorstellung, wobei die in ( ) eingeschlossenen Buchstaben vorerst zu vernachlässigen sind. Die Componenten rs und rt fallen zusammen, ebenso rx und rw. Wird der positive Werth des Winkels zwischen den Schwingungsebenen FF, und KK, wieder durch e ausgedrückt, so ist $\varepsilon = \angle$ C r F $= 135^0 + \frac{1}{2}$ e und $\eta = \angle$ F, r K, $= 180^0 -$ e; oder wenn man ε und η in negativer Richtung nimmt, so wird $\varepsilon = \angle$ C r F $= -45^0 + \frac{1}{2}$ e und $\eta = \angle$ F r K, $= -$ e. Setzt man die einen oder andern Werthe für ε und η in die allgemeine Intensitätsgleichung, so erhält man die erste im Texte aufgeführte Formel, wie für die consecutive Polarisatorstellung.

Bezeichnet man in Fig. 34 die Schwingungsebenen der beiden Körper mit den in ( ) eingeschlossenen Lettern, so hat man die Construction für die alternative Polarisatorstellung. Es wird dann $\varepsilon = \angle$ C r (F) $= 45^0 + \frac{1}{2}$ e und $\eta = \angle$ (F) r (K,) $= 180^0 -$ e oder $\eta = \angle$(F) r (K) $= -$e. Wenn diese Werthe für ε und η in die allgemeine Gleichung gesetzt werden, so ergibt sich für J^2 die zweite Formel, also die gleiche wie für die alternative Analysatorstellung.

Dass die Polarisator- und Analysatorstellung mit gleichnamiger (consecutiver oder alternativer) Orientirung sich für den Effect identisch verhalten, konnte übrigens schon von Vornherein angenommen werden, da z. B. die alternative Analysatorstellung der Ebenen langsamerer Fortpflanzung zugleich die alternative Polarisatorstellung für die Ebenen schnellerer Fortpflanzung ist etc., und da es für die Intensitätsformel gleichgültig ist, ob man die einen oder anderen Ebenen zur Bestimmung der Winkel benütze.

c. Interferenzfarben in den beiden diagonalen Stellungen der Schwingungsmediane.

Berücksichtigen wir ferner die Diagonalstellungen, so können wir ebenfalls die homologen Schwingungsebenen in 4 verschiedenen Weisen combiniren. Wenn die Schwingungsmediane der beiden Körper mit der homologen Schwingungsebene des Gypsplättchens zusammentrifft, so kann von den Schwingungsebenen FF, und KK, bald die eine, bald die andere rechts oder links fallen (Fig. 27 bei C — C,, Fig. 28 bei C–C,). Dasselbe ist der Fall, wenn die Schwingungsmediane mit der heterologen Schwingungsebene des Gypsplättchens correspondirt. (Fig. 27 bei D — D,, Fig. 28 bei D — D,). Die erstern beiden Stellungen müssen wir in Uebereinstimmung mit der bisher angewendeten Terminologie die diagonalen Additions-, die letztern beiden die diagonalen Subtractionsstellungen nennen. Wenn wir auch hier für den Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen der beiden Körper den positiven Werth e in die allgemeine Intensitätsgleichung einführen, so erhalten wir für die beiden Additionsstellungen (M in Fig. 27 und 28), wo das eine Mal $\eta = e$ und $\varepsilon = 180^0 - {}^1/_2\, e$ oder $= - {}^1/_2\, e$, das andere Mal $\eta = 180^0 - {}^1/_2\, e$ oder $= - {}^1/_2\, e$ und $\varepsilon = {}^1/_2\, e$ ist, den gleichen Werth, nämlich

$$J^2 = {}^1/_2 - {}^1/_2 \operatorname{Cos} \tau \left[1 - \operatorname{Sin}^2 2\, e\, (1 + \operatorname{Cos} \delta) - 2 \operatorname{Cos}^4 e \operatorname{Sin}^2 \delta\right]$$
$$- \operatorname{Sin} \tau \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos} e \left[1 - \operatorname{Cos}^2 e\, (1 + \operatorname{Cos} \delta)\right].$$

Für die beiden Subtractionsstellungen (O in Fig. 27 und Fig. 28), wo das eine Mal $\eta = e$ und $\varepsilon = 90^0 - {}^1/_2\, e$, das andere Mal $\eta = 180^0 - e$ oder $- e$ und $\varepsilon = \pm 90^0 + {}^1/_2\, e$ ist, gilt die Formel

$$J^2 = {}^1/_2 - {}^1/_2 \operatorname{Cos} \tau \left[1 - \operatorname{Sin}^2 2\, e\, (1 + \operatorname{Cos} \delta) - 2 \operatorname{Cos}^4 e \operatorname{Sin}^2 \delta\right]$$
$$+ \operatorname{Sin} \tau \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos} e \left[1 - \operatorname{Cos}^2 e\, (1 + \operatorname{Cos} \delta)\right]. \text{ [1]}$$

Es gibt also auch unter allen 4 Diagonalstellungen nur zwei, in denen die Lichtmengen der Elementarstrahlen und somit die Interferenzfarben verschieden sind.

Der Versuch bestätigt auch hier die Schlüsse, die aus der Rechnung gezogen wurden. Wenn man z. B. zwei mit Grau I bezeichnete Crystallplättchen, die mit dem Winkel $e = 45^0$ zu einander orientirt sind, auf ein Gypsplättchen Roth I legt, so geben sie in den diagonalen Additionslagen (welche C — C, in Fig. 27 und 28 entsprechen) Blau, in den Subtractionslagen (D — D, in Fig. 27 und 28) Orange.

---

(1) In der diagonalen Additionsstellung M in Fig. 27 ist, wenn der positive Werth des Winkels zwischen den homologen Schwingungsebenen FF, und KK, durch e ausgedrückt wird, $\varepsilon = 180^0 - \frac{1}{2}\, e$ oder $= - \frac{1}{2}\, e$ und $\eta = e$. In der Additionsstellung M in Fig. 28 ist $\varepsilon = \frac{1}{2}\, e$ und $\eta = 180^0 - e$ oder $= - e$. In der diagonalen Subtractionsstellung O in Fig. 27 ist $\varepsilon = 90^0 - \frac{1}{2}\, e$ und $\eta = e$; in der Subtractionsstellung O in Fig. 28 ist $\varepsilon = 90^0 + \frac{1}{2}\, e$ oder $= - 90^0 + \frac{1}{2}\, e$ und $\eta = 180^0 - e$ oder $- e$. Werden die einen oder andern dieser Werthe für ε und η in der allgemeinen Intensitätsgleichung substituirt, so erhält man immer die beiden im Text angeführten Formeln.

d. Veränderung der Interferenzfarbe, wenn man das Körperpaar um seine verticale Axe dreht.

Dreht man ein festverbundenes Paar von Körpern auf einem Gypsplättchen um die verticale Axe, so gelangt dasselbe abwechselnd in die diagonale Additionsstellung (M), orthogonale Consecutivstellung (N), diagonale Subtractionsstellung (O) und orthogonale Alternativstellung (P), wie diess in Fig. 27 und 28 deutlich ist. Nur erhält man diese Folge je nach der gegenseitigen Lage der homologen Schwingungsebenen das eine Mal durch Rechts- das andere Mal durch Linksdrehung. Jede dieser 4 Stellungen gibt eine eigene Interferenzfarbe. In der folgenden Tabelle sind für die bei den microscopischen Untersuchungen vorkommenden Fälle diese 4 Farben zusammengestellt. Die erste Columne gibt die Farbe an, welche jedes einzelne der beiden mit einander verbundenen Objecte (Crystallplättchen, Membranen etc.) für sich im Polarisationsapparat zeigt, die zweite Columne den Winkel, den ihre homologen Schwingungsebenen mit einander bilden, die übrigen Columnen die 4 Hauptlagen M, N, O, P wie in Fig. 27 und 28. Die in ( ) eingeschlossenen Farben sind die des complementären Bildes.

2 Crystallplättchen	Winkel e	M diagonale Additionsstellung	N orthogonale Consecutivstellung	O diagonale Subtractionsstellung	P orthogonale Alternativstellung
1 Schwärzlichgrau	0	Indigoviolett II (Gelb)	Roth I (Grün)	Orange I (Hellblau)	Roth I (Grün)
2 —	22½°	Violett (Grünlichgelb)	Dunklerroth (Hellgrün)	Röthlichorange (Hellgrünlichblau)	Hellerroth (Grünlich)
3 —	45°	Röthlichviolett (Gelblichgrün)	Violettroth (Gelblichgrün)	Rothorange (Hellgrünlich)	Orangeroth (Bläulichgrün)
4 —	67½°	Rothviolett (Grünlich)	Dunklerroth (Hellergrün)	Dunklerrothorange (Grünlichweiss)	Hellerroth (Grünlich)
5 Grau I	0	Blaugrün II (Rothorange)	Roth I (Grün)	Hellgelb I (Indigo)	Roth I (Grün)
6 —	22½°	Grünlichblau (Röthlichorange)	Violettindigo (Gelb)	Orangegelb (Blauindigo)	Rothorange (Blaugrünlichweiss)
7 —	45°	Blau (Orange)	Indigo (Gelb)	Orange (Blau)	Dunkelorange (Hellblau)
8 —	67½°	Indigo (Gelb)	Violettindigo (Gelb)	Röthlichorange (Hellblau)	Rothorange (Blaugrünlichweiss)
9 Hellbläulich I	0	Gelb II (Indigo)	Roth I (Grün)	Hellbläulich I (Orange)	Roth I (Grün)
10 —	22½°	Grüngelb (Violett)	Blauindigo (Gelborange)	Weiss (Schmutzigroth)	Dunkelorange (Blau)

2 Crystall-plättchen	Winkel e	M diagonale Additions-stellung	N orthogonale Consecutiv-stellung	O diagonale Subtractions-stellung	P orthogonale Alternativstellung
11 Hellbläu-lich I	45°	Hellgrün	Blau	Gelblichweiss	Gelborange
		(Roth)	(Orange)	(Indigoviolett)	(Indigoblau)
12 —	67½°	Hellgrünlich-blau	Hellviolett	Hellröthlich-orange	Hellorange
		(Orange)	(Gelb)	(Blau)	(Blau)
13 Weiss I	0	Roth II	Roth I	Schwarz	Roth I
		(Grün)	(Grün)	(Weiss)	(Grün)
14 —	22½°	Hellroth-orange	Grünlich	Grünlich	Hellroth
		(Bläulichgrün)	(Hellroth)	(Hellroth)	(Grünlich)
15 —	45°	Grünlichgelb	Grün	Grünlichweiss	Weiss
		(Roth)	(Roth)	(Roth)	(Schmutzigroth)
16 —	67½°	Grünlichweiss	Hellgrünlich	Weiss	Weiss
		(Hellroth-violett)	(Hellroth)	(Schmutzig-grünlich)	(Schmutzigbläulich)
17 Gelb I	0	Blaugrün III	Roth I	Weiss I	Roth I
		(Rothorange)	(Grün)	(Orange)	(Grün)
18 —	22½°	Grün	Rothorange	Weiss	Blauindigo
		(Roth)	(Bläulichweiss)	(Dunkelorange)	(Orangegelb)
19 —	45°	Gelb	Orange	Weiss	Bläulichweiss
		(Indigo)	(Blau)	(Dunkelorange)	(Hellorange)
20 —	67½°	Orange	Rothorange	Bläulichlila	Helllila
		(Blau)	(Hellblau)	(Gelblichgrün)	(Hellgrün)
21 Orange I	0	Hellgelb III	Roth I	Gelb I	Roth I
		(Violett)	(Grün)	(Indigo)	(Grün)
22 —	22½°	Gelborange	Rothorange	Hellorange	Dunkelindigo
		(Blauindigo)	(Blaugrün)	(Blau)	(Hellgelb)
23 —	45°	Orange	Röthlichorange	Weisslich	Violett
		(Blau)	(Grünlichblau)	(Hellblau)	(Gelb)
24 —	67½°	Rothorange	(Rothorange)	Lila	Violettroth
		(Blaugrün)	(Blaugrün)	(Weisslich)	(Gelbgrünlich)

Wenn man das festverbundene Paar von Körpern um eine verticale Axe dreht, so gehen die Farben der diagonalen und orthogonalen Stellungen allmälig in einander über. Dieser Uebergang ist ein doppelter; zuweilen geschieht er durch analoge Töne wie in der Newtonschen Skale, dann aber immer auf dem nächsten Wege bald in aufsteigender, bald in absteigender Folge. Andere Male findet der Uebergang so statt, als ob die beiden Farben sich nach und nach bedeckten. So geht, um einige Beispiele für den erstern Fall anzuführen, in der vorstehenden Tabelle Nro. 6 M (Grünlichblau) durch Indigo in N (Violettroth) und letzteres durch Rothorange in O (Orangegelb) über, ferner Nro. 10 M (Grüngelb) durch Blaugrün in N (Blau-indigo) und Nro. 10 P (Dunkelorange) durch Orangegelb in M (Grüngelb), ebenso

Nro. 18 M (Grün) durch Gelb in N (Orange). Wenn eine Farbe sich in Weiss umändert, so wird sie heller, wobei der Ton in der Regel ziemlich der nämliche bleibt; so geht z. B. Indigo durch Hellviolettblau, Dunkelorange durch Hellorange in Weiss über. Sind die Farben der beiden Hauptstellungen wirklich oder beinahe complementär, z. B. Blau und Orange, Grünblau und Orange, Indigo und Gelb, Grün und Roth, so geschieht der Uebergang gewöhnlich durch reines oder wenig gefärbtes Weiss; der Charakter des letztern wird aus dem complementären Bild erkannt, wenn dieses nicht ebenfalls weiss ist.

Ich habe bereits gesagt, dass (wenn $e > 0$ und $< 90^0$) für keinen Werth von ε eine Farbe der Newtonschen Reihe hervorgebracht wird. Man erhält also auch beim Drehen nie die Grundfarbe des Gypsplättchens, im vorliegenden Falle nie Roth I. Wenn jedoch die beiden Körper schwach doppelbrechend sind, wenn jeder z. B. Schwärzlichgrau oder Grau giebt, so hat man bei einer vollständigen Umdrehung 4mal Roth, nämlich in Fig. 27 und 28 in den Octanten zwischen N und O und zwischen P und M. Dieses Roth ist zwar nicht mit dem des Gypsplättchens vollkommen identisch, aber doch nur wenig verschieden davon. Sind die beiden Crystallplättchen mit Grau I bezeichnet, so erscheint jenes Roth, für den Fall, dass $e < 45^0$, sobald die Schwingungsmediane sich um den Winkel $\frac{1}{2}e$, und für den Fall, dass $e > 45^0$, sobald sie sich um den Winkel $\frac{e - 45^0}{2}$ von den orthogonalen Stellungen (N und P) entfernt hat; also in Nro. 6 und 8 der obenstehenden Tabelle um $11\frac{1}{4}^0$, in Nro. 7 um $22\frac{1}{2}^0$.

e. Veränderung der Interferenzfarbe, wenn der Winkel zwischen den beiden Körpern sich ändert.

Wir können ferner die Farbenänderungen betrachten, welche bei Veränderung des Winkels $e(\eta)$ zwischen den homologen Schwingungsebenen der beiden Körper eintreten. Diess hat nur Werth für die diagonalen und orthogonalen Stellungen der Schwingungsmediane, wobei ε stetig abnimmt, wenn $e(\eta)$ wächst und umgekehrt. Die Intensitäten der homogenen Strahlen sind schon früher für die diagonale Additions- und Subtractionsstellung (Pag. 97) und für die orthogonale Consecutiv- und Alternativstellung (Pag. 95) bestimmt worden. Wenn man in diesen Formeln e von 0 bis 90^0 zunehmen lässt, so hat man alle möglichen Fälle für die 4 genannten Stellungen. — Die Farbenänderungen sind aus obenstehender Tabelle (Pag. 98) ersichtlich, wo für e drei Werthe ($22\frac{1}{2}^0$, 45^0 und $67\frac{1}{2}^0$) angenommen wurden.

In der diagonalen Additionsstellung hat man für $e = 0$ als Additionsfarbe eine Nummer der Newtonschen Farbenreihe; für $e = 90^0$ das Roth des Gypsplättchens. Es verwandelt sich also bei Erweiterung des Winkels e von 0 bis 90^0 jene Additionsfarbe allmälig in Roth I. Gehört dieselbe der zweiten Ordnung an, so geht sie im Allgemeinen durch Töne, die den Farben der zweiten Ordnung analog sind, also in absteigender Folge in Roth I. über (vgl. Nro. 1—16 der

Tabelle). Gehört die Additionsfarbe, die man für $e = 0$ erhält, der dritten Ordnung an, so geschieht der Uebergang in Roth durch Töne, die den Regenbogenfarben analog sind, in aufsteigender Folge (vgl. Nro. 17—24).

In der diagonalen Subtractionsstellung hat man für $e = 0$ als Subtractionsfarbe eine Nummer der gewöhnlichen Reihe; für $e = 90^\circ$ wieder das Roth I des Gypsplättchens. Erweitert man den Winkel e von 0 bis 90°, so geschieht der Uebergang für den Fall, dass jene Subtractionsfarbe der ersten Ordnung angehört, im Allgemeinen durch Töne, die an die Farben der ersten Ordnung erinnern, in aufsteigender Folge. Ganz deutlich ist diess aber nur, wenn jeder der beiden Körper blos Grau I oder Hellbläulich I gibt. Sind sie stärker doppelbrechend, so herrschen die weissen Töne vor und verwischen den wirklichen Charakter der Interferenzfarben.

In den orthogonalen Stellungen beobachtet man für $e = 0$ und $e = 90^\circ$ natürlich Roth I. Die grösste Abweichung von Roth zeigt sich, wenn $e = 45^\circ$; ist $e \lesseqgtr 45^\circ$, so hat man Uebergangsfarben. Eine bemerkenswerthe Verschiedenheit wird durch den Charakter der beiden Körper bedingt. Gibt jeder derselben Grau I, Hellbläulich I bis Weiss I, so hat man in der orthogonalen Consecutivstellung Töne, die den ersten Farben der zweiten Ordnung und in der Alternativstellung solche, die den letzten Farben der ersten Ordnung analog sind, also dort, um einen kürzern Ausdruck zu brauchen, Additions-, hier Subtractionsfarben (vgl. Nro. 1—16 der obenstehenden Tabelle). Wenn dagegen jeder der beiden Körper Gelb I oder Orange I gibt, so zeigen die Consecutiv- und Alternativstellungen die umgekehrten Erscheinungen, nämlich jene Subtractions- und diese Additionsfarben (vgl. Nro. 17—24).

X. Körper mit radialgestellten anisotropen Elementen, allein oder auf einem Crystallplättchen.

Es giebt noch ein ganz allgemeines Problem, welches bei der Beobachtung der organischen Elementartheile mit dem polarisirten Licht, die häufigste Anwendung findet. Wie verhalten sich solide oder hohle Cylinder, Kugeln, Ellipsoide, welche so gebaut sind, dass die doppelbrechenden Elemente wie Radien um die Axe oder den Mittelpunkt sich anlagern? Mit Rücksicht auf die theoretischen und praktischen Schwierigkeiten, welche einerseits die mathematische Behandlung und anderseits die Uebertragung auf die wirklichen Verhältnisse darbietet[1] (eine Ausnahme macht allein der vertical stehende Cylinder), will ich

---

(1) Die mathematische Behandlung müsste von bestimmten Voraussetzungen ausgehen. Sie könnte annehmen, dass die auf einem Radius hinter einander liegenden Elemente sich vollkommen gleich verhalten; sie könnte auch annehmen, dass ihre doppelbrechenden Eigenschaften in bestimmten Verhältnissen sich ändern. Die erstere Annahme würde wahrscheinlich nirgends bei den organisirten Elementartheilen eine Anwendung finden; rücksichtlich der letztern kennen wir die Verhältnisse nicht, in denen die Veränderungen statt-

von der genauen Bestimmung der Intensität des Elementarstrahles absehen und nur im Allgemeinen untersuchen, welche Erscheinungen die Interferenzfarben darbieten müssen.

a. Senkrecht stehender Cylinder und Hohlcylinder.

Für den Cylinder wird vorausgesetzt, dass die Elemente des gleichen Radius rücksichtlich der Richtung ihrer Schwingungsebenen genau unter einander übereinstimmen, dass alle Radien, welche in einer durch die Axe gelegten Ebene liegen, einander gleich sind, und dass alle auf einem zur Axe rechtwinkligen Querschnitt befindlichen Radien sich so verhalten, als ob der nämliche Radius im Kreise herumgeführt würde. Den einfachsten Fall bietet der senkrecht stehende Cylinder oder Cylindermantel. Da in demselben die doppelbrechenden Elemente in horizontalen Radien liegen, welche vom Centrum nach allen Seiten gerichtet sind, so zeigt er gleichzeitig alle diejenigen Erscheinungen, welche man nach und nach erhält, wenn man einen Crystall um seinen verticalen Durchmesser dreht. Dabei ist es gleichgültig, welche Richtung die Elastizitätsaxen zeigen; es können 2 derselben mit dem Radius und der Cylinderaxe parallel sein, oder sie können mit denselben beliebige Winkel bilden. Immerhin sind es nur die zwei in der Querschnittsebene resultirenden Elastizitäten, welche wirksam werden, indem die Elastizität parallel der Cylinderaxe keinen Effect hat.

Bei Anwendung von weissem Licht erscheinen auf dem Cylinderdurchschnitt 4 Radien, die zusammen ein rechtwinkliges Kreuz bilden, schwarz; es sind diejenigen Stellen, wo die Schwingungsebenen mit denen der beiden Polarisationsprismen zusammenfallen. Die Quadranten zwischen den 4 dunkeln Radien, wo die Schwingungsebenen mehr oder weniger von dieser orthogonalen Richtung abweichen, sind von der nämlichen Interferenzfarbe erleuchtet, und zwar zeigen sie sich je in der Mitte, wo die Schwingungsebenen diagonal gestellt sind, am hellsten. Das Nöthige hierüber ist schon Pag. 61—62 gesagt.

Wenn die Schwingungsebenen in den doppelbrechenden Elementen radial- und tangential- gestellt sind, so ist das schwarze Kreuz in dem Cylinder oder Cylindermantel orthogonal (Fig. 34, wo die Kreuze + die Lage der Schwingungsebenen, AA und BB die Schwingungsebenen des Polarisators und Analysators angeben). Bilden dagegen die Schwingungsebenen mit den Radien und

---

haben. Der Calcul müsste ferner den doppelbrechenden Elementen noch bestimmte optische Eigenschaften zuweisen; er müsste sie als einaxig oder zweiaxig betrachten, und ein bestimmtes Verhältniss ihrer Elastizitäts- oder Dichtigkeitsaxen voraussetzen. Die Combinationen sind hier so zahllos, dass eine Anwendung auf die wirklichen Objecte, in denen fast alle Andeutungen darüber mangeln, als unmöglich erscheint. Bei der Behandlung der bisherigen Probleme waren alle diese Voraussetzungen unnöthig, weil es sich nur um zwei in einer Ebene liegende Elastizitäten handelte. In der Kugel oder im liegenden Cylinder von der angegebenen Structur sind die drei Axen der optischen Elemente nach allen Richtungen im Raume gekehrt; sie sind daher alle 3 wirksam und müssen in der Rechnung berücksichtigt werden.

Tangenten einen spitzen Winkel, so steht das schwarze Kreuz schief und macht den nämlichen Winkel mit den Schwingungsebenen der Polarisationsprismen (Fig. 37).

Bringt man ein Gypsplättchen in den Polarisationsapparat, so sind die Erscheinungen analog; man beobachtet neben einander die Interferenzfarben, welche nach einander auftreten, wenn man einen Crystall auf demselben Gypsplättchen um seinen verticalen Durchmesser dreht. Ich verweise darüber auf Pag. 86—90. Man hat also statt des schwarzen Kreuzes ein Kreuz, welches von der Interferenzfarbe des Gypsplättchens erhellt ist, indem hier die Schwingungsebenen der Elemente des Cylinders mit denen der Polarisationsprismen zusammentreffen und desswegen unwirksam sind. In den Mittellinien zweier gegenüberstehender Quadranten (z. B. C–C in Fig. 34 und O–O in Fig. 37) haben die gleichnamigen Elastizitäten des Gypsplättchens und der Cylinderelemente eine identische Lage, und es wird desswegen der im Gypsplättchen erlangte Phasenunterschied um den des Cylinders vermehrt, und dem entsprechend die Interferenzfarbe in der Skale erhöht. In den Mittellinien der beiden andern Quadranten (D–D in Fig. 34 und P–P in Fig. 37) treffen die heterologen Schwingungsebenen auf einander; der Gangunterschied des Gypsplättchens wird durch den Cylinder vermindert und die Interferenzfarbe erniedriget. Zwei opponirte Quadranten zeigen also in ihrer Mitte eine Additionsfarbe, die beiden andern die entsprechende Subtractionsfarbe (vgl. die Tabellen auf Pag. 88, 89 für die Gypsplättchen Roth I, Gelb I und Blau II). Beide Farben gehen allmälig durch mittlere (nicht der Farbenreihe angehörende) Töne in die Grundfarbe des Kreuzes über. — Es ist selbstverständlich, das auch in diesem Falle das neutrale Kreuz gerade oder schief gestellt ist (Fig. 34 und 37) je nach der Lage der Schwingungsebenen in den doppelbrechenden Elementen.

Ich habe angenommen, dass die Elemente eines Radius unter einander nicht nur rücksichtlich der Schwingungsrichtungen, sondern auch rücksichtlich der Grösse der Elastizitäten übereinstimmen. Der gleiche Radius zeigt daher überall die nämliche Interferenzfarbe. Die Interferenzfarben nehmen aber von dem Centrum nach dem Umfange an Deutlichkeit zu, weil sie sich auf eine grössere Breite ausdehnen. — Wenn die Elemente eines Radius nur die Schwingungsrichtungen gemein haben, aber in der Grösse der Elastizitäten von einander abweichen, so wechseln selbstverständlich auch die Interferenzfarben von der Peripherie nach dem Mittelpunkte. Der Cylinder verhält sich nun so, als ob er aus verschiedenen Cylindermänteln zusammengesetzt wäre.

b. Horizontalliegender Cylinder, in welchem eine Elastizitätsaxe radial, eine andere der Cylinderaxe parallel ist.

Beim senkrecht stehenden Cylinder wie bei allen bisherigen Problemen kommen nur 2 Elastizitäten oder Aetherdichtigkeiten der doppelbrechenden Elemente in Betracht, nämlich die in einer horizontalen Ebene befindlichen, während die verticale für die Intensität der Elementarstrahlen und für die Erzeugung der Interferenzfarben unwirksam ist. In dem horizontalen Cylinder dagegen, so wie

in der Kugel und im Ellipsoid gelangen an verschiedenen Stellen alle 3 Elastizitätsaxen zur Geltung; und die Betrachtung muss daher von bestimmten Annahmen über das Verhältniss derselben ausgehen.

Die Aetherdichtigkeit oder die optische Elastizität kann durch ein Ellipsoid ausgedrückt werden, dessen Halbaxen den Elastizitätsaxen proportional sind (Pag. 12, 15). Der in irgend einer Richtung hindurchgehende Lichtstrahl wird durch die ungleiche Elastizität, welche er in einer seine Richtung rechtwinklig schneidenden Ebene antrifft, in zwei polarisirte Componenten zerlegt. Jene ungleiche Elastizität wird durch einen zur Richtung des Strahls senkrechten Diametralschnitt des Elastizitätsellipsoids ausgedrückt. Derselbe ist im Allgemeinen eine Ellipse, deren Axen der grössten und kleinsten wirksamen Elastizität entsprechen und somit auch die Lage der Schwingungsebenen angeben. Von dieser Elastizitätsellipse hängt also der optische Effect des doppelbrechenden Elements ab. Ist dasselbe optisch einaxig, so giebt es nur eine Richtung für den Lichtstrahl, in welcher die Ellipse zum Kreise wird und die anisotrope Eigenschaft aufhört. In dem optisch zweiaxigen Element gibt es zwei kreisförmige Durchschnitte des Elastizitätsellipsoids.

Ich will zuerst den liegenden Cylinder untersuchen und dabei voraussetzen, dass die eine Elastizitätsaxe mit dem Radius zusammenfalle, die andere mit der Cylinderaxe parallel laufe und die dritte zu Radius und Axe senkrecht gestellt sei. Unter den vorausgesetzten Bedingungen ist es leicht, sich eine Vorstellung von der Anordnung der den Cylinder zusammensetzenden Elemente zu machen. Ein unendlich dünner Querschnitt, der aus einer einfachen Schicht von Elementen bestehend gedacht werden kann, gibt uns alle vorkommenden Verhältnisse an. In Fig. 35 ist ein Quadrant des Querschnittes durch den liegenden Cylinder dargestellt; die Lichtstrahlen gehen in der Richtung A, A hindurch. Berücksichtigen wir zuerst nur die auf einem concentrischen Kreis befindlichen Elemente, so gibt es 4 Punkte, wo eine Elastizitätsaxe senkrecht steht; zwei entsprechen dem horizontalen (BB,) und zwei dem verticalen Durchmesser (AA,). In dem horizontalen Durchmesser ist eine andere Elastizitätsaxe mit den durchgehenden Lichtstrahlen parallel und daher unwirksam, als in dem verticalen; die Elastizitätsellipse, welche rechtwinklig zum Lichtstrahl sich befindet, ist daher in den beiden Lagen verschieden. Die Elemente, welche zwischen je zweien der genannten Punkte sich befinden, zeigen wechselnde Stellungen der Elastizitätsaxen, in der Art, dass die eine Lage allmälig in die andere übergeht.

In Fig. 35 deuten die Kreuze in dem Quadranten AB, des äussersten Kreises die Stellungen zweier Elastizitätsaxen an; die dritte, parallel zur Cylinderaxe und in der Zeichnung rechtwinklig zur Papierebene, hat eine constante Richtung. Es ist daher einleuchtend, dass jedes der in dem Quadranten eines concentrischen Kreises befindlichen Elemente den durchgehenden Lichtstrahlen eine andere Elastizitätsellipse darbietet, und daher dieselben in verschiedener Weise in zwei polarisirte Componenten zerlegt. In dem gegenüberliegenden Quadranten gehen die Veränderungen in gleicher, in den anliegenden Quadranten in entgegengesetzter Reihenfolge vor sich. Es ist ferner einleuchtend, dass nur derjenige Strahl, der durch das Centrum geht, lauter gleiche Elemente antrifft (Fig. 35 A, r A). Alle

excentrisch den Cylinder durchsetzenden Strahlen, finden in einem Quadranten lauter ungleiche Elemente, d. h. solche mit ungleichen Elastizitätsellipsen, weil jedes einem andern Radius der concentrischen Kreise entspricht. In Fig. 35 sind auf der senkrechten Linie b d die Richtungen zweier Elastizitätsaxen angegeben; die durch den untern Quadranten verlängerte Linie d b zeigt mit Rücksicht auf die Radien analoge Stellungen der Elastizitätsaxen in umgekehrter Folge.

Aus dieser Betrachtung ergibt sich, dass die Phasenunterschiede, welche die durch den Querschnitt des liegenden Cylinders gehenden Lichtstrahlen erlangen im Allgemeinen ungleich, dass aber ihre Werthe nicht der Weglänge durch den Cylinder proportional sind. Sie können geringer, sie können auch beträchtlicher sein, als es die Weglänge bedingt. Es entspricht also jedem Punkte des Umfanges an dem Querschnitt durch die Cylinderhälfte eine andere optische Wirkung und somit bei Anwendung von weissem Lichte eine andere Interferenzfarbe. Die andere Cylinderhälfte zeigt die gleichen Wirkungen in umgekehrter Ordnung. Da alle Querschnitte sich gleich verhalten, so gruppiren sich auf der Oberfläche des liegenden Cylinders die identischen Wirkungen nach Linien, welche mit der Axe parallel laufen; und der Cylinder ist mit farbigen Längsstreifen bedeckt, wobei die beiden Hälften sich symmetrisch gestalten.

Die Schwingungsebenen aller auf einem Querschnitt des liegenden Cylinders befindlichen Elemente sind für die senkrecht hindurchgehenden Strahlen unter einander parallel; die eine fällt mit dem Querschnitt selbst zusammen (oder mit der Papierebene in Fig. 35), denn diess ist ein Hauptschnitt; die andere ist parallel mit der Cylinderaxe. Daher zeigt ein liegender Cylinder in den orthogonalen Stellungen keine, in den diagonalen dagegen die intensivsten doppelbrechenden Eigenschaften. Ich will nur die letztern Stellungen berücksichtigen. Das verschiedene Verhältniss der Elastizitäts- oder Dichtigkeitsaxen in den Elementen gestattet folgende 6 Möglichkeiten.

1) Die doppelbrechenden Elemente sind einaxig; die optische Axe trifft mit dem Radius zusammen (Fig. 35 stellt den Querschnitt des Cylinders dar; die Strahlen gehen in der Richtung A,A durch). — Der in diagonaler Stellung befindliche Cylinder zeigt auf der Mittellinie einen schwarzen, daneben parallele farbige Streifen. Der mittlere schwarze Streifen geht nämlich beiderseits allmälig in Interferenzfarben über, welche bis zu einer gewissen Entfernung vom Rande durch die Newtonsche Skale emporsteigen (Grau, Hellbläulich, Weiss, Gelb etc.) und von da nach dem Rande in umgekehrter Folge wieder rasch zurückgehen. — Auf einem Gypsplättchen hat die Mitte des Cylinders dessen Grundfarbe, von welcher aus in den Additionslagen die Farben durch die Reihe empor-, in den Subtractionslagen niedersteigen, bis sie am Wendepunkt angelangt nach dem Rande sich in umgekehrter Ordnung wiederholen. — Die optischen Elemente können positiv- oder negativ-einaxig sein. Die einzigen Verschiedenheiten, welche dadurch bedingt werden, sind die, dass der liegende Cylinder bei gleicher diagonaler Stellung im einen Fall Additions- im andern Subtractionsfarben zeigt, und dass im aufrechten Cylinder die Additions- und Subtractionsquadranten vertauscht sind.

2) Die doppelbrechenden Elemente sind einaxig; die optische Axe ist parallel der Cylinderaxe, sie befindet sich also in einem horizontalliegenden Radius rechtwinklig zu demselben und zu den durchgehenden Strahlen, also ebenfalls horizontal. Wenn Fig. 35 einen Querschnitt und A,A die Richtung der Strahlen bezeichnet, so sind die optischen Axen in B–B, senkrecht zur Papierebene. — Der Cylinder in senkrechter Stellung würde einfachbrechend sein. Liegend und mit diagonal gerichteter Axe ist derselbe ganz mit Interferenzfarben bedeckt, welche streifenartig mit der Axe parallel laufen; sie beginnen am Rande und steigen durch die Newtonsche Skale empor bis zur Mitte, welche die höchste Farbe zeigt. Auf einem Gypsplättchen beginnt die Farbenreihe am Rande von dem Grundtone des Gesichtsfeldes aus, und erhebt sich von da in der Additionslage, in der Subtractionslage fällt sie durch die Nummern der Farbenskale. — Die optischen Elemente können positiv oder negativ sein, was sich nur darin kund gibt, dass der liegende Cylinder bei gleicher diagonaler Lage auf einem Gypsplättchen im einen Falle Additions-, im andern Subtractionsfarben gibt.

3) Die doppelbrechenden Elemente sind einaxig; die optische Axe liegt tangential und rechtwinklig zur Cylinderaxe, d. h. in einem horizontalliegenden Radius parallel zu den durchgehenden Strahlen, also vertical. Ist Fig. 35 ein Querschnitt und A, A die Richtung der Strahlen, so sind die optischen Axen in B–B, ebenfalls senkrecht. — In aufrechter Stellung würde der Cylinder das neutrale Kreuz und die Quadranten zeigen; der liegende Cylinder verhält sich ähnlich wie bei Nro. 2; nur erscheint der Rand selbst schwarz oder mit der Grundfarbe des Gesichtsfeldes. — Die Verschiedenheiten, welche durch den positiven oder negativen Charakter der optischen Elemente bedingt werden, bestehen auch hier darin, dass der liegende Cylinder bei gleicher Lage das eine Mal Additions-, das andere Mal Subtractionsfarben zeigt, und dass in dem verticalen Cylinder die Additions- und Subtractionsquadranten in beiden Fällen die umgekehrte Lage haben.

4) Die doppelbrechenden Elemente sind zweiaxig; die Axe mittlerer Elastizität fällt mit dem Radius zusammen. — Der liegende Cylinder ist ganz mit streifenförmigen Interferenzfarben bedeckt, welche wie bei Nro. 2 von dem Rande bis zur Mitte durch die Newtonsche Skale emporsteigen. Nirgends kommt eine optische Axe in senkrechte Stellung. — Die Lage der Elastizitätsaxen bedingt zwei Modificationen dieses Typus, jenachdem die grösste oder die kleinste Elastizitätsaxe in einem horizontalliegenden Radius parallel ist mit den durchgehenden Strahlen (also in Fig. 35 B–B, senkrecht). Die Wirkung äussert sich darin, dass der horizontale Cylinder bei gleicher diagonaler Stellung im einen Falle Additions-, im andern Subtractionsfarben zeigt und dass die Additions- und Subtractionsquadranten im aufrechten Cylinder die umgekehrte Lage haben.

5) Die doppelbrechenden Elemente sind zweiaxig; von den Axen grösster und kleinster Elastizität ist die eine radial gestellt; die andere geht parallel mit der Cylinderaxe, liegt also in einem horizontalen Radius rechtwinklig zu diesem und zu den durchgehenden Strahlen (in Fig. 35 B–B, senkrecht zur Papierebene). — Der liegende Cylinder ist ganz mit parallelen streifenförmigen Interferenzfarben bedeckt, deren Reihenfolge aber unbestimmt ist, oder wenigstens verschiedene

Abweichungen zulässt. Die optischen Axen befinden sich nirgends in verticaler Stellung. Die verschiedene Lage der Elastizitätsaxen veranlasst auch hier 2 Modificationen, die sich nur in der Umkehrung der Additions- und Subtractionsquadranten des aufrechten Cylinders und ferner darin geltend machen, dass der horizontale in gleicher diagonaler Stellung befindliche Cylinder im einen Falle mit Additions-, im andern mit Subtractionsfarben bedeckt ist.

6) Die doppelbrechenden Elemente sind zweiaxig; von den Axen grösster und kleinster Elastizität ist die eine radial; die andere liegt tangential und rechtwinklig zur Cylinderaxe d. h. in einem horizontalen Radius parallel mit den durchgehenden Strahlen (in Fig. 35 B–B, senkrecht). — Der liegende Cylinder ist ganz von parallelen streifenförmigen Interferenzfarben erhellt mit Ausnahme zweier schwarzer Streifen, von denen je einer zwischen der Mitte und dem Rande sich befindet und die beide gleichweit von den Rändern entfernt sind. Von den schwarzen Streifen erheben sich die Farben in der Newtonschen Skale bis zur Mitte des Cylinders; ebenso findet zwischen dem Rande und jedem schwarzen Streifen ein Steigen und Fallen der Farbenreihe statt.

Die Nothwendigkeit dieser Erscheinungen zeigt die theoretische Betrachtung. In Fig. 35, welche einen Querschnitt des Cylinders darstellt, geben die Kreuze die Lage der grössten und kleinsten Elastizitätsaxe an; die mittlere Axe steht senkrecht auf der Papierfläche. Die Elemente, welche in dem Radius ra sich befinden, haben eine optische Axe vertical d. h. parallel mit den durchgehenden Strahlen; sie sind daher einfachbrechend. Alle Elemente, welche in dem Quadranten B,rA unterhalb der Linie ra, ebenso alle, welche oberhalb derselben liegen, verhalten sich doppelbrechend; aber beide Gruppen haben die entgegengesetzte Wirkung. In der untern Gruppe liegt für den in der Richtung A,A durchgehenden Strahl die grössere Elastizität parallel mit dem Radius BB,, in der obern Gruppe dagegen parallel mit der Cylinderaxe, also in der Zeichnung senkrecht zur Papierebene. Daraus folgt, dass die Elemente, welche in dem Quadranten auf jeder mit AA, parallelen Linie hinter einander sich befinden, sich in ihren optischen Effecten theilweise aufheben. Auf der Linie b c d halten die zwischen b und c befindlichen denen zwischen c und d genau das Gleichgewicht; der Phasenunterschied, den ein Strahl von b bis c erlangt, wird von c bis d wieder aufgehoben. Wie der Quadrant B,rA verhält sich auch der unter demselben befindliche. Die auf der Linie d c b durch den ganzen Querschnitt des Cylinders befindlichen Elemente geben also im Polarisationsapparat einen schwarzen Punkt; und alle Querschnitte des Cylinders zusammen eine schwarze Linie. Rechts und links von dieser Linie geht das Schwarz allmälig in Grau, Hellbläulich etc. über, weil auf der einen Seite (in Fig. 35 links) die Elemente der untern Gruppe arB,, auf der andern Seite (rechts) die der obern Gruppe arA um so mehr überwiegen, je weiter man sich von der Linie bcd entfernt. Nach dem Rande selbst findet wieder ein Fallen der Interferenzfarben statt. Es versteht sich, dass die andere Cylinderhälfte sich symmetrisch verhält. — Auf einem Gypsplättchen nehmen die 2 schwarzen Streifen die Grundfarbe desselben an, und von den Partieen des Cylinders, welche innerhalb und ausserhalb

der neutralen Streifen gelegen sind, zeigen die einen Additions-, die andern Subtractionsfarben.

Modificationen innerhalb dieses Typus werden durch die verschiedenen Stellungen der Elastizitäts- und der optischen Axen hervorgebracht. Was die erstern betrifft, so kann entweder die grösste oder die kleinste Elastizitätsaxe radial gerichtet sein. In Folge dessen befinden sich an dem liegenden Cylinder bei gleicher diagonaler Orientirung die Additionsfarben das eine Mal zwischen den beiden neutralen Linien, das andere Mal ausserhalb derselben; ebenso sind die Additions- und Subtractionsfarben an dem aufrechten Cylinder auf andere Quadranten vertheilt.

Von der Stellung der optischen Axen, d. h. von dem Winkel, welchen dieselben mit der grössten oder kleinsten Elastizitätsaxe bilden, hängt die Lage des neutralen Streifens ab. Beträgt dieser Winkel 45°, sind also die optischen Elemente, aus denen der Cylinder zusammengesetzt ist, weder positiv noch negativ, so ist die neutrale Linie nahezu um die Hälfte des Radius von dem Rande entfernt. Wenn die grösste Elastizitätsaxe radial gestellt ist und die Elemente optisch positiv sind, so beträgt die Entfernung der neutralen Linie von dem Rande mehr als die Hälfte des Radius; sie beträgt weniger, wenn die Elemente einen negativen Charakter haben. Ist dagegen die kleinste Elastizitätsaxe radial, so entfernt sich die neutrale Linie, wenn die Elemente optisch positiv sind, von dem Rande um weniger als die Hälfte des Radius, sie entfernt sich bei negativem Charakter der Elemente um mehr als die Hälfte.

c. Horizontal-liegender Cylinder, in welchem eine Elastizitätsaxe radial, die beiden andern zur Cylinderaxe schief gestellt sind.

Die 6 behandelten Fälle enthalten alle Möglichkeiten für die Annahme, dass eine der Elastizitätsaxen mit dem Radius und eine mit der Axe des Cylinders parallel laufe. Es wäre ferner denkbar, dass zwei Elastizitätsaxen entweder mit der Cylinderaxe oder mit dem Radius oder mit der zu Radius und Axe rechtwinkligen Richtung einen spitzen Winkel bildeten, oder dass auch alle 3 Elastizitätsaxen eine schiefe Lage zeigten. Es lohnt sich nicht der Mühe, alle diese Verhältnisse ins Einzelne zu verfolgen, da nur ein Fall bei den organischen Elementartheilen wirklich vorzukommen scheint, nämlich der, dass bei radialer Stellung einer Elastizitätsaxe die beiden andern zur Cylinderaxe schief gerichtet sind.

In diesem Falle weichen die auf einem Querschnitt des liegenden Cylinders befindlichen Elemente nicht nur in den Elastizitätsellipsen, die für die durchgehenden Strahlen wirksam werden, sondern auch in den Schwingungsrichtungen von einander ab. Nur diejenigen, welche den horizontalen durch das Centrum gehenden Durchmesser einnehmen (B—B, in Fig. 35) stimmen in beiden Beziehungen unter einander überein, anderseits ebenso diejenigen, welche im senkrechten Durchmesser (A—A,) über einander stehen. Aber bloss die im erstgenannten Durchmesser liegenden Elemente haben ihre Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur Cylinderaxe; in allen andern schwingt der Lichtstrahl in schiefen Richtungen.

Die Figuren 21—24 zeigen von oben gesehen die Elastizitätsellipsen der auf der Cylinderoberfläche in einer Querzone neben einander liegenden Elemente, in sofern dieselben für die zur Papierebene vertical durchgehenden Lichtstrahlen wirksam sind. Die rechts und links am Rande befindlichen Elemente (r) gehören dem durch das Centrum gehenden Durchmesser an. Sie sind auf dem ganzen Durchmesser mit Ausschluss des Centrums gleich; von ihnen aus bis zu den an der Oberfläche liegenden (in den Figuren 21 - 24 dargestellten) Elastizitätsellipsen gehen die Veränderungen in Gestalt und Richtung allmälig vor sich. — Auf der abgekehrten Seite des Cylinders befindet sich ein Element mit einer in der Gestalt gleichen, aber durch symmetrische Lage abweichenden Elastizitätsellipse. In Fig. 21B—24B sind von der Mittellinie des Cylinders die Elastizitätsellipsen des obersten (s) und des untersten Elements (i) in ihrer relativen Lage dargestellt. In der Mitte zwischen beiden, nahe dem Centrum des Cylinders befinden sich Ellipsen von der gleichen Form und Stellung wie am Rande. Man erhält ein vollständiges Bild, wenn man in Gedanken zwischen denselben und i einerseits, s anderseits eine beliebige Zahl von Ellipsen einschiebt, welche in der Richtung und in der Gestalt allmälig in i und s übergehen.

Man hat also auf jeder Verticalen des liegenden Cylinders eine Reihe von optischen Elementen, die in 2 symmetrische Hälften zerfallen; die beiden Hälften bilden mit ihren homologen Schwingungsrichtungen eine Wendeltreppe, wobei die Stufen der einen Hälfte nach rechts, die der andern nach links von der Richtung der Cylinderaxe abweichen. Es muss daher ein liegender Cylinder von der angegebenen Beschaffenheit rücksichtlich der optischen Wirksamkeit, welche jede Längslinie gibt, gewissermassen mit einem Paar von Crystallplatten, die mit einem spitzen Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen zu einander orientirt sind, übereinstimmen. Der Unterschied liegt nur darin, dass am Cylinder in jeder Verticalen nicht nur ein Plattenpaar, sondern sehr viele und sehr dünne Plattenpaare sich befinden, welche alle im Elastizitätsellipsoid und im Winkel zwischen den gleichnamigen Schwingungsebenen unter einander abweichen, in der Schwingungsmediane aber zusammentreffen.

Indem ich auf das verweise, was von einem Plattenpaar ausgesagt wurde, beschränke ich mich rücksichtlich des liegenden Cylinders von der angegebenen Beschaffenheit auf einige allgemeine Bemerkungen. Derselbe erscheint im Polarisationsapparat (ohne Gypsplättchen) überhaupt in keiner Richtung und an keiner Stelle ganz dunkel. Die Farben, die er zeigt, sind nicht diejenigen der Newtonschen Reihe, wohl aber können sie denselben mehr oder weniger analog sein. Bei Anwendung eines Gypsplättchens erfolgt der Uebergang der Additions- in die Subtractionsfarben durch die nächsten Mitteltöne und somit im Allgemeinen nicht durch die Grundfarbe des Gesichtsfeldes. Wenn der liegende Cylinder um einen verticalen Durchmesser gedreht wird, so gibt er in den diagonalen Stellungen den grössten Effect, d. h. seine Farben sind den höchsten Nummern der Newtonschen Farbenskale ähnlich, die er überhaupt erreichen kann; und bei Anwendung eines Gypsplättchens zeigt er in der einen diagonalen Stellung die grösste Addition, in der andern die grösste Subtraction, je nachdem die Schwingungs-

mediane mit der homologen oder heterologen Schwingungsebene im Gypsplättchen zusammentrifft. Unter mehrern Cylindern von gleicher Dicke und gleicher Brechbarkeit der optischen Elemente kommt derjenige der Dunkelheit resp. der niedrigsten Nummer der Farbenskale oder bei Anwendung eines Gypsplättchens der Grundfarbe desselben am nächsten, in welchem die wirksamsten optischen Elemente mit der Cylinderaxe einen Winkel von 45° bilden, weil ihr Effect von den entsprechenden Elementen auf der gegenüberliegenden Seite, die von der Cylinderaxe in entgegengesetzter Richtung um 45° abweichen, vernichtet wird.

Die verschiedene Lage, welche die Elastizitätsaxen zeigen können, bedingt einige Verschiedenheiten, die sich hauptsächlich darin kund geben, dass der liegende, in Diagonalstellung befindliche Cylinder entweder von Farben gleicher Natur (Additions- oder Subtractionsfarben) oder von ungleicher Natur bedeckt ist, wie sich diess an den möglichen Vorkommnissen leicht darthun lässt, während der aufrechte Cylinder immer ein orthogonales, neutrales Kreuz zeigt.

7) Die doppelbrechenden Elemente sind einaxig und positiv; die optische Axe ist senkrecht zum Radius und bildet mit der Cylinderaxe einen schiefen Winkel. Wenn dieser Winkel kleiner ist als 45°, so zeigen bei Anwendung eines Gypsplättchens die Interferenzfarben auf der Mitte des liegenden Cylinders den gleichen Charakter wie am Rande, d. h. sie sind entweder überall in der Addition oder überall in der Subtraction. Erweitert sich aber der genannte Winkel stark über 45°, so können die Farben in der Mitte des Cylinders den entgegengesetzten Charakter von denjenigen am Rande annehmen.

8) Die doppelbrechenden Elemente sind einaxig und negativ; die optische Axe ist senkrecht zum Radius und bildet mit der Cylinderaxe einen schiefen Winkel. Ist dieser Winkel kleiner als 45°, so haben die Farben auf der Mitte des liegenden Cylinders bei Anwendung eines Gypsplättchens den gleichen additionalen oder subtractionalen Character wie am Rande. Wenn dagegen der besagte Winkel beträchtlich grösser wird als 45°, so können die Farben in der Mitte sich umgekehrt verhalten von denjenigen am Rande.

9) Die doppelbrechenden Elemente sind zweiaxig; die mittlere Elastizitätsaxe ist radial gestellt, und die Elastizität parallel der Cylinderaxe ist grösser. Fig. 21 zeigt die Elastizitätsellipsen der an der Oberfläche des liegenden Cylinders befindlichen Elemente. Wenn auf der Mittellinie desselben (m) der Winkel zwischen der Cylinderaxe und der grössten Elastizitätsaxe 45° oder weniger beträgt (wie es Fig. 21 darstellt), so hat daselbst bei Anwendung eines Gypsplättchens die Interferenzfarbe natürlich den gleichen Charakter wie am Rande, d. h. sie ist überall entweder in der Addition oder in der Subtraction. Steigt aber der genannte Winkel in der Mittellinie bedeutend über 45°, so kann die Farbe hier den entgegengesetzten Charakter von derjenigen am Rande annehmen.

Am aufrecht stehenden Cylinder zeigen bald die einen, bald die andern Quadranten Additionsfarben. Dies hängt von den beiden Winkeln ab, den die grösste Elastizitätsaxe mit der Cylinderaxe einerseits und mit der optischen Axe anderseits bildet. Nennt man jenen ξ und diesen α, so haben wenn $\xi > \alpha$, die Farben am Rande des liegenden Cylinders den nämlichen Charakter wie die beiden

Quadranten des aufrechtstehenden, welche in der mit dem liegenden Cylinder der Richtung nach zusammen treffenden Diagonale sich befinden. Die Farben haben den umgekehrten Charakter, wenn $\xi < \alpha$. — Die optisch positive oder negative Natur der Elemente, aus denen der Cylinder zusammengesetzt ist, macht sich folgender Massen geltend. Sind die Elemente negativ ($\alpha > 45$), so haben die Farben am Rande des liegenden Cylinders und in denjenigen Quadranten des aufrechten, die der gleichlaufenden Diagonale angehören, den entgegengesetzten Charakter. Sind sie positiv, so können die Farben übereinstimmen oder nicht. — Wenn der Winkel $\xi = 45^0$ oder grösser ist, so sind die Elemente des Cylinders immer positiv; wenn er kleiner als 45^0 ist, so können sie positiv oder negativ sein.

10. Die mittlere Elastizitätsaxe der zweiaxigen Elemente ist radial gestellt; die Elastizität parallel der Cylinderaxe ist kleiner. In Fig. 22 sind die Elastizitätsellipsen der zugekehrten Cylinderfläche dargestellt. Ist auf der Mittellinie derselben der Winkel zwischen der grössten Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe 45^0 oder grösser, so befinden sich bei Anwendung eines Gypsplättchens die Farben in der Mitte und am Rande, beide in Addition oder beide in Subtraction. Wenn dagegen der genannte Winkel beträchtlich unter 45^0 herabgedrückt wird (wie es in Fig. 22 der Fall ist), so kann die Farbe in der Mitte den entgegengesetzten Charakter zeigen.

Der aufrecht stehende Cylinder zeigt die Additionsfarben bald in den einen, bald in den andern Quadranten. Diejenigen zwei Quadranten, deren Diagonale der Richtung nach mit dem liegenden Cylinder übereinstimmt, haben den gleichen Farbencharakter wie der Rand des letztern, wenn der Winkel zwischen der längsten Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe kleiner ist, als der Winkel zwischen der längsten Elastizitätsaxe und der optischen Axe (also $\xi < \alpha$). Die Farben haben den umgekehrten Character, wenn $\xi > \alpha$. — Wenn die Elemente, aus denen der Cylinder besteht, optisch positiv sind ($\alpha < 45^0$), so ist der Farbencharakter am Rande des liegenden Cylinders und in den beiden Quadranten des aufrechten, die einer gleichlaufenden Diagonale angehören, entgegengesetzt. Wenn sie negativ sind ($\alpha > 45^0$), so kann er der nämliche sein oder nicht. — Wenn der Winkel $\xi = 45^0$ oder kleiner ist, so sind die Elemente des Cylinders immer negativ; ist $\xi > 45^0$, so können sie positiv oder negativ sein.

11) Die grösste Elastizitätsaxe der zweiaxigen Elemente ist radial gestellt (Fig. 23). Wenn auf der Mittellinie der zugekehrten Cylinderfläche der zwischen der Cylinderaxe und der mittlern Elastizitätsaxe befindliche Winkel 45^0 oder mehr beträgt (wie in Fig. 23), so haben bei Anwendung eines Gypsplättchens die Farben überall den gleichen additionalen oder subtractionalen Charakter; vermindert er sich beträchtlich unter 45^0, so kann die Farbe in der Mitte den entgegengesetzten Charakter annehmen. Am aufrechten Cylinder zeigen immer diejenigen zwei Quadranten, deren Diagonale gleich gerichtet ist wie der liegende Cylinder, dieselben Farben wie der Rand des letztern.

12) Die kleinste Elastizitätsaxe der zweiaxigen Elemente ist radial-gestellt (Fig. 24). Nehmen die Elemente auf der Mittellinie der zugekehrten Cylinder-

fläche eine Lage an, dass der Winkel der grössten Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe 45° oder kleiner ist, so stimmt daselbst bei Anwendung eines Gypsplättchens die Farbe in ihrem Charakter mit dem Rande überein. Sie kann in den entgegengesetzten Charakter übergehen, wenn der genannte Winkel sich ziemlich über 45° erweitert (wie es in Fig. 24 der Fall ist). — Steht der Cylinder aufrecht, so haben immer diejenigen zwei Quadranten die gleiche Farbe wie der Rand des liegenden, deren Diagonale der Richtung nach mit der Axe des letztern zusammentrifft.

Alle aufgezählten Fälle stimmen darin mit einander überein, dass eine Elastizitätsaxe radial-gestellt ist. Ich will diejenigen Cylinder, in denen keine Elastizitätsaxe mit dem Radius zusammenfällt, nicht näher betrachten, da sie unter den Elementartheilen der Organismen, wie bereits angeführt, zu mangeln scheinen. Es mögen bloss die Merkmale erwähnt werden, wodurch sie sich von den aufgezählten Fällen unterscheiden. Wenn eine Elastizitätsaxe radial ist, so verhalten sich die beiden Hälften des liegenden Cylinders (rechts und links von der Mittellinie) bei allen Orientirungen ohne oder mit einem Gypsplättchen rücksichtlich der Vertheilung der Interferenzfarben symmetrisch; und das neutrale Kreuz des verticalen Cylinders ist orthogonal. Die Cylinder, in denen keine Elastizitätsaxe mit dem Radius zusammenfällt, bilden folgende 3 allgemeine Kategorien.

1) Zwei Elastizitätsaxen der zweiaxigen Elemente oder die optische Axe der einaxigen liegen, mit dem Radius schiefe Winkel bildend, in dem durch die Axe gehenden Längsschnitt. — Der aufrechte Cylinder zeigt ein orthogonales neutrales Kreuz. Auf dem liegenden Cylinder sind die Interferenzfarben unsymmetrisch angeordnet; eine Ausnahme macht die diagonale Stellung und bei Abwesenheit des Gypsplättchens auch die orthogonale; bei orthogonaler Stellung erscheint immer eine neutrale Mittellinie.

2) Zwei Elastizitätsaxen der zweiaxigen Elemente oder die optische Axe der einaxigen liegen, mit dem Radius schiefe Winkel bildend, in dem zur Axe senkrechten Querschnitt. — Der aufrechte Cylinder zeigt ein rechtwinkliges aber zu den Polarisationsprismen schiefgestelltes neutrales Kreuz. Auf dem liegenden Cylinder ist die Vertheilung der Interferenzfarben unter allen Umständen symmetrisch; bei orthogonaler Stellung erscheint derselbe überall neutral.

3. Bei zweiaxigen Elementen fallen wenigstens zwei Elastizitätsaxen, bei einaxigen die optische Axe weder in den durch die Cylinderaxe gehenden Längsschnitt noch in den zu dieser Axe senkrechten Querschnitt. — Das neutrale Kreuz des aufrechten Cylinders ist rechtwinklig, hat aber im Allgemeinen eine schiefe Lage zu den Polarisationsprismen. Der liegende Cylinder zeigt unsymmetrische Anordnung der Interferenzfarben; eine Ausnahme machen nur die diagonale und orthogonale Lage bei Abwesenheit des Gypsplättchens. Die Mittellinie erscheint bei unbestimmter Orientirung unvollkommen neutral d. h. nicht ganz dunkel ohne Gypsplättchen, und auf einem Gypsplättchen nicht mit der unveränderten Farbe desselben.

d. Horizontal-liegender Hohlcylinder.

Der hohle Cylinder oder der Cylindermantel verhält sich dem soliden Cylinder um so analoger, je kleiner seine Höhlung ist. Mit einer beträchtlichen Zunahme der Höhlung verändern sich auch die Erscheinungen bemerkbar. Ich will nur den extremen Fall näher betrachten, wenn der Mantel so dünn geworden ist, dass seine Elementarschichten in jedem Punkte als wirklich parallel (nicht als concentrisch) und somit die Wirkung der verschiedenen Krümmungshalbmesser als verschwindend betrachtet werden können. Es handelt sich also um einen Hohlcylinder, der bloss aus der Grenzschicht des soliden besteht. In aufrechter Stellung verhalten sich Kreuz und Quadranten vollkommen wie in dem Vollcylinder. Ist er liegend, so wirken seine beiden Ränder wie zwei stehende Plättchen, seine Mittellinie wie zwei horizontal übereinander liegende Plättchen und alle Längsstreifen zwischen Mitte und Rand wie Plättchenpaare, die eine verschiedene Neigung zeigen und dergestalt zu einander orientirt sind, dass das eine und andere Plättchen den gleichen Winkel mit der Horizontalebene bildet, dass aber das eine nach links, wenn das andere nach rechts, geneigt ist. Wenn von den Elastizitätsaxen der Elemente eine radial und eine andere mit der Cylinderaxe parallel läuft, so wirken die beiden Hälften des liegenden Hohlcylinders in jedem Punkte in gleicher Weise, da ihre Schwingungsebenen zusammenfallen und die Wirkungen addiren sich. Wenn aber eine Schwingungsebene radial-gestellt ist und von den beiden andern keine mit der Cylinderaxe parallel läuft, so ist der Effect eines jeden senkrecht durch den liegenden Hohlcylinder gehenden Strahls analog demjenigen, der von einem Plättchenpaar hervorgebracht wird, dessen homologe Schwingungsebenen einen spitzen Winkel bilden.

Wir haben für den liegenden in Diagonalstellung befindlichen Hohlcylinder folgende verschiedene Fälle, entsprechend den 12 Nummern für den Vollcylinder:

1) Die optische Axe der einaxigen Elemente fällt mit dem Radius zusammen. Das Verhalten ist ganz wie dasjenige des Vollcylinders (Pag. 105 Nro. 1), nur dass die Farben von dem Rande nach der Mitte rascher abnehmen.

2) Die optische Axe der einaxigen Elemente geht parallel der Cylinderaxe. Die Farbe unmittelbar am Rande des liegenden Hohlcylinders ist die nämliche wie beim Vollcylinder (Pag. 106 Nro. 2), die farbigen Streifen steigen aber von da nach der Mitte durch die Newtonsche Skale abwärts.

3) Die optische Axe der einaxigen Elemente liegt tangential und rechtwinklig zur Cylinderaxe. Wie beim liegenden Vollcylinder (Pag. 106 Nro. 3) ist der Rand schwarz (resp. mit der Grundfarbe des Gesichtsfeldes), aber die farbigen Streifen steigen nach der Mitte zu langsamer und nicht so hoch empor wie bei jenem.

4) Die mittlere Elastizitätsaxe der zweiaxigen Elemente fällt mit dem Radius zusammen; die der grössten oder kleinsten Elastizität ist parallel der Cylinderaxe. Die farbigen Streifen, welche die ganze Oberfläche bedecken, können wie beim liegenden soliden Cylinder (Pag. 106 Nro. 4) von dem Rande nach der Mitte hin durch die Newtonsche Skale emporsteigen; sie können aber auch durch dieselbe fallen. Ob das Eine oder Andere eintritt, hängt von dem Verhältniss der drei Elastizitätsaxen ab.

5) Von den Axen grösster und kleinster Elastizität der zweiaxigen Elemente ist die eine radial-gestellt; die andere geht parallel mit der Cylinderaxe. Der liegende Hohlcylinder ist wie der Vollcylinder (Pag. 106 Nro. 5) ganz mit farbigen Längsstreifen bedeckt; die Interferenzfarben sind aber immer am Rande am höchsten in der Skale und steigen nach der Mitte durch die Newtonsche Reihe hinunter.

6) Von den Axen grösster und kleinster Elastizität der zweiaxigen Elemente ist die eine radial, die andere liegt tangential und rechtwinklig zur Cylinderaxe. Der liegende Hohlcylinder ist wie der solide (Pag. 107 Nro. 6) mit farbigen Streifen bedeckt, die von zwei schwarzen (neutralen) Streifen unterbrochen werden; die Natur der erstern ist eine analoge wie bei jenem; nur nehmen die Farben von dem Rande aus nach den neutralen Streifen rascher ab, von diesen nach der Mitte hin langsamer zu. In den neutralen Streifen stehen die optischen Axen senkrecht. — Die Modificationen innerhalb dieses Typus sind die nämlichen wie beim soliden Cylinder (Pag. 108). Die Lage der neutralen Streifen weicht jedoch etwas ab. Wenn die Wandung des hohlen Cylinders unendlich dünn gedacht wird, so beträgt für den Fall, dass der Winkel zwischen der grössten Elastizitätsaxe und der optischen Axe 45° ausmacht, die Entfernung des neutralen Streifens vom Rande $^{3}/_{10}$ des Radius (genau $R - \sqrt{^1/_2}\ R$).

7—12. Die doppelbrechenden Elemente sind einaxig, die optische Axe ist rechtwinklig zum Radius und bildet mit der Cylinderaxe einen spitzen Winkel; oder die Elemente sind zweiaxig, die eine Elastizitätsaxe ist radial-gestellt und von den beiden andern geht keine parallel der Cylinderaxe. Je nach der Stellung dieser beiden andern Elastizitätsaxen oder nach der Stellung der optischen Axe bei einaxigen Elementen sind die Erscheinungen verschieden. Wenn kein Gypsplättchen im Polarisationsapparat liegt, so kann der liegende Hohlcylinder entweder ganz mit farbigen Längsstreifen bedeckt sein, oder die Farben können durch einen mittlern, oder durch zwei neben der Mitte befindliche schwarze (neutrale) Längsstreifen unterbrochen sein. Ein neutraler Mittelstreifen erscheint dann, wenn die beiden Elastizitätsaxen der zweiaxigen oder die optische Axe der einaxigen Elemente auf der Mittellinie mit der Cylinderaxe einen Winkel von 45° bilden; denn dann stehen die homologen Schwingungsebenen in der zugekehrten und in der abgekehrten Wandung des Hohlcylinders rechtwinklig zu einander und es heben sich somit ihre Wirkungen auf. Wenn der Winkel zwischen der optischen Axe der einaxigen Elemente und der Cylinderaxe, oder wenn bei zweiaxigen Elementen der Winkel zwischen der längern Axe der Elastizitätsellipse auf der Mittellinie des Hohlcylinders (m) und der längern Axe der Elastizitätsellipse am Seitenrande (r) grösser ist als 45° (wie in Fig. 22 und 24), so müssen die Axen der Elastizitätsellipsen irgendwo zwischen der Mitte und dem Rande mit der Cylinderaxe einen Winkel von 45° bilden, und es erscheint an derselben Stelle ein neutraler Streifen; dieser neutrale Streifen kann jeden beliebigen Abstand von der Mitte und dem Rande zeigen, und es entspricht ihm natürlich immer ein gleicher Streifen mit dem nämlichen Abstande zwischen der Mitte und dem gegenüberliegenden Rande. Weicht die optische Axe der einaxigen Elemente

von der Cylinderaxe oder bei zweiaxigen Elementen die Richtung der Elastizitätsellipse auf der Mittellinie (m) von derjenigen am Rande (r) um weniger als 45° ab (wie in Fig. 21 und 23), so sind die Interferenzfarben nirgends von neutralen Streifen unterbrochen. — Da die optischen Axen an keiner Stelle in eine senkrechte Lage kommen, so haben sie an den eben erwähnten Erscheinungen keinen Antheil. Es versteht sich übrigens von selbst, dass die genannten neutralen (schwarzen) Streifen bei Anwendung eines Gypsplättchens die Grundfarbe desselben annehmen.

Die verschiedene Natur der einaxigen Elemente und die verschiedene Stellung der Elastizitätsaxen der zweiaxigen Elemente erlaubt noch folgende Modificationen:

7) Die einaxigen Elemente sind positiv; die optische Axe bildet mit dem Radius einen rechten und mit der Cylinderaxe einen schiefen Winkel (analog wie beim Vollcylinder Pag. 110, Nro. 7). Ist letzterer Winkel kleiner als 45°, so zeigt bei Anwendung eines Gypsplättchens die Mittellinie des liegenden Cylinders den gleichen (additionalen oder subtractionalen) Farbencharakter wie der Rand. Erreicht der Winkel 45°, so erscheint auf der Mitte ein neutraler Streifen. Ist der Winkel grösser als 45°, so treten zwei neutrale Streifen auf, welche symmetrisch rechts und links von der Mitte sich befinden, und die um so weiter von einander abstehen, je grösser jener Winkel ist. Zwischen den beiden neutralen Streifen haben die Farben den entgegengesetzten Charakter von denjenigen, die ausserhalb liegen.

8. Die einaxigen Elemente sind negativ; die optische Axe bildet mit dem Radius einen rechten und mit der Cylinderaxe einen schiefen Winkel (analog wie Nro. 8 auf Pag. 110). Die Farbenvertheilung ist genau wie bei Nro. 7; nur sind bei gleicher Orientirung hier überall die Additionsfarben durch Subtractionsfarben ersetzt und umgekehrt.

9) Die mittlere Elastizitätsaxe der zweiaxigen Elemente ist radial-gestellt; die Elastizität parallel der Cylinderaxe ist grösser als jene (analog wie beim Vollcylinder Pag. 110, Nro. 9). Ist auf der Mittellinie der Winkel zwischen der grössten Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe kleiner als 45° (wie in Fig. 21), so hat bei Anwendung eines Gypsplättchens die Farbe in der Mitte den gleichen (additionalen oder subtractionalen) Charakter wie am Rande; ein grösserer Winkel bedingt eine Farbe von entgegengesetztem Charakter und zwischen den beiden entgegengesetzten Farben je einen neutralen Streifen in der Grundfarbe des Gypsplättchens. Die Ungleichheit des Winkels zwischen den Elastizitätsaxen und der Cylinderaxe, zwischen denselben und den optischen Axen und die positive oder negative Natur der Elemente, aus denen der Cylinder besteht, bedingen die nämlichen Modificationen der Farbenvertheilung wie beim Vollcylinder (Nro. 9 auf Pag. 110).

10) Die mittlere Elastizitätsaxe ist radial-gestellt; die Elastizität parallel der Cylinderaxe ist kleiner als jene (analog wie Nro. 10 auf Pag. 111). Wenn auf der Mittellinie der Winkel zwischen der längsten Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe weniger als 45° beträgt (wie in Fig. 22), so hat die Farbe daselbst

den umgekehrten, bei grössern Winkel den nämlichen Charakter (der Addition oder Subtraction) wie am Rande. — Der Winkel zwischen der längern Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe, zwischen derselben und der optischen Axe und die positive oder negative Natur der Elemente hat den gleichen Einfluss auf den Charakter der Farben wie beim Vollcylinder (Nro. 10 auf Pag. 111).

11) Die grösste Elastizitätsaxe ist radial-gestellt (analog wie Nro. 11 auf Pag. 111). Die Mittellinie gibt, wenn der Winkel zwischen der mittlern Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe kleiner ist als 45°, eine Farbe, die den entgegengesetzten Charakter vom Rande hat, und eine Farbe von dem gleichen (additionalen oder subtractionalen) Charakter, wenn der Winkel $> 45^{\circ}$ (wie in Fig. 23).

12) Die kleinste Elastizitätsaxe ist radial-gestellt (analog wie Nro. 12 auf Pag. 111). Wenn auf der Mittellinie der Winkel zwischen der grössten Elastizitätsaxe und der Cylinderaxe weniger als 45° beträgt, so hat die Farbe den gleichen (additionalen oder subtractionalen) Charakter wie am Rande; ist derselbe grösser (wie in Fig. 24), den entgegengesetzten.

Was die Hohlcylinder betrifft, in denen keine Elastizitätsaxe radial-gestellt ist, so verhalten sich dieselben wie die Vollcylinder, und ich verweise auf die über die letztern gemachten Bemerkungen (Pag. 112). Die Merkmale, wodurch sie sich auszeichnen, sind also mit Ausnahme eines Falles die unsymmetrische Anordnung der Interferenzfarben auf dem liegenden, und mit Ausnahme eines andern Falles die schiefe Lage des neutralen Kreuzes auf dem stehenden Hohlcylinder.

e. Ellipsoidische und kugelige Körper.

Complizirter als die Cylinder verhalten sich die Ellipsoide und die Kugeln. Es versteht sich, dass es sich hier nicht sowohl um die Form der Körper als um die eigenthümliche Anordnung der Elemente, aus denen die Körper bestehen, handelt. Eine Kugel, die aus einem Crystall oder einem Cylinder geschliffen würde, verhielte sich natürlich gleich dem Crystall oder dem Cylinder. Ein Ellipsoid zeigt andere Erscheinungen, je nachdem die Stellungen der Elastizitätsaxen durch die Durchmesser oder durch die Oberfläche bestimmt werden. — Ich will drei Körper von regelmässigem Bau etwas näher betrachten; 1) eine Kugel, deren Durchmesser alle unter einander gleich sind, 2) eine Kugel, in welcher eine feste Richtung als Axe auftritt, 3) ein Rotationsellipsoid, in welchem die Oberfläche maassgebend ist.

In den beiden ersten dieser drei Körper sind die optisch wirksamen Elemente in Reihen gestellt, die wie Radien von dem Mittelpunkte nach allen Richtungen des Raumes divergiren. Sie bieten daher gewissermassen gleichzeitig die Erscheinungen dar, welche der liegende Cylinder beim Drehen um einen verticalen Durchmesser nach einander zur Anschauung bringt. Wir können eine solche Kugel in Gedanken durch Diametralschnitte in zahllose dünne Scheiben zerlegen, von denen jede, rücksichtlich der Molecularconstitution, im Allgemeinen sich wie eine Scheibe des querdurchschnittenen Cylinders verhält. Der Unterschied besteht darin, dass im liegenden Cylinder alle verticalstehenden Scheiben parallel laufen, in der Kugel dagegen wie Radien nach allen Richtungen einer Ebene ausstrahlen

und daher zusammen allen den verschiedenen Stellungen entsprechen, den ein sich drehender Cylinder nach und nach durchläuft. Diese Analogie ist aber nur für einige Fälle vollkommen genau; meistens treten geringere oder grössere Modificationen ein.

α. Kugel mit gleichen Durchmessern.

Der erste der drei Körper ist eine Kugel, in welcher der innere Bau der äussern Gestalt entspricht, wo also alle Durchmesser einander gleichwerthig sind und keine bestimmte Richtung bevorzugt erscheint. Hier müssen die Elemente um jeden Radius und somit um jeden Punkt der Oberfläche mit ihren Elastizitätsaxen symmetrisch gestellt sein. Wenn, wie ich annehmen will, die eine Elastizitätsaxe mit dem Radius zusammenfällt, so ist also die Orientirung der beiden andern, welche in der Tangentialebene liegen, eine unbestimmte.

Diese Bedingung ist gleichgültig für den Fall, dass die Elemente einaxig und mit ihrer optischen Axe radial-gestellt sind. Eine solche Kugel verhält sich genau wie der liegende Cylinder, der um einen verticalen Durchmesser gedreht wird (Nro. 1 auf Pag. 105). Sie zeigt in jeder Stellung ein orthogonales, vollkommen neutrales (d. h. schwarzes oder von der unveränderten Interferenzfarbe des Gypsplättchens erhelltes) Kreuz; und der optische Effect ist auf jedem Punkt der zugekehrten Oberfläche der nämliche, wie auf einem analogen Punkte des Cylinders mit entsprechender Orientirung zu den Polarisationsprismen.

In allen übrigen Fällen, die den verschiedenen Typen des Cylinders (Nr. 2 – 12 auf Pag. 106—111) entsprechen, sind die beiden in der Tangentialebene liegenden Elastizitätsaxen ungleich. Hier sind im Allgemeinen zunächst wieder zwei Möglichkeiten denkbar. Entweder stimmen die Elemente, die dem gleichen Radius angehören, rücksichtlich der Orientirung ihrer Schwingungsebenen unter einander überein; oder sie weichen, wie die Radien selbst, nach allen Richtungen von einander ab. Ob die eine oder die andere dieser beiden Möglichkeiten realisirt sei, bedingt indess keinen bemerkbaren Unterschied in den optischen Erscheinungen, unter der Voraussetzung, dass die Elemente im Verhältniss zur Kugel unendlich klein sind. Nur der senkrecht stehende Radius verhält sich ungleich; im erstern Falle nämlich muss an demselben die volle Wirkung der beiden tangential liegenden Elastizitätsaxen zur Geltung kommen; im zweiten Falle dagegen heben sich die Effecte der nach allen Seiten orientirten Elemente gegenseitig auf. Da aber der vertical stehende Radius nur einem Punkt in der Projection entspricht, so entgeht sein Verhalten der Beobachtung.

Alle andern Punkte der zugekehrten Oberfläche entsprechen senkrechten Linien, die durch zahllose Radien der Kugel gehen; und wir können daher annehmen, dass in beiden vorhin als möglich angenommenen Fällen die zwei tangentialen Elastizitätsaxen auf jeder verticalen Linie, da sie nach allen Richtungen gestellt sind, mit einem mittlern Werth gegenüber der radialen Elastizitätsaxe sich geltend machen. Die Nothwendigkeit hiervon ergibt sich aus folgender Betrachtung.

Die optische Wirksamkeit eines Punktes der Oberfläche hängt von den In-

tensitäten aller einzelnen daselbst austretenden homogenen Strahlen ab, und diese Intensitäten werden durch den Phasenunterschied bedingt, den sie eben erlangt haben. Der ganze Phasenunterschied ist aber die Summe der Differenzen, den alle einzelnen in der Richtung des Strahls hintereinander liegenden Elemente geben. Der Effect jedes einzelnen Elements wird durch die Stellung des Elastizitätsellipsoids normirt. In allen Elementen ist die radiale Elastizitätsaxe die nämliche, die beiden tangentialen kehren sich abwechselnd nach allen Seiten, so dass die Phasendifferenz, welche der Strahl in dem einzelnen Element erlangt, bald grösser bald kleiner ist, als wenn die beiden tangential-gestellten Elastizitätsaxen einander gleich wären und einem mittlern Werthe entsprächen. Diess ist um so mehr der Fall, als wegen der Kleinheit der Elemente schon auf geringe Distanzen die verschiedenen Orientirungen sich realisiren und daher jedes Plus über den Mittelwerth des Phasenunterschiedes durch ein Minus compensirt wird.

Aus dieser Thatsache ist der Schluss zu ziehen, dass die Gesammtwirkung einer solchen Kugel die nämliche ist, als ob sie aus einaxigen Elementen mit radial-gestellter optischer Axe bestände. Es muss zwar dabei berücksichtigt werden, dass mit der wechselnden Orientirung der tangentialen Elastizitätsaxen auch die Richtung der Schwingungsebenen sich von Element zu Element verändert, und dass der eintretende, so wie der die Kugel auf irgend einem Punkte verlassende Strahl nach jeder Richtung schwingen kann, was bei einer aus einaxigen, mit der optischen Axe radial-gestellten Elementen bestehenden Kugel nicht der Fall ist, indem hier die Schwingungsebenen ohne Ausnahme mit den Radien und Tangenten der kreisförmigen Projection parallel sind.

Was zuerst den Umstand betrifft, dass die Strahlen beim Eintritt und beim Austritt aus der Kugel keine bestimmte Schwingungsrichtung einhalten, so hat derselbe keinen Einfluss auf die optischen Erscheinungen Denn es ist ja nur das erste und letzte Element, welche diese Richtung bedingen; und da sie unendlich klein angenommen wurden, so ist auch die Modification, die sie im Phasenunterschied der beiden polarisirten Componenten verursachen, unmerklich gering. Sie spielen eigentlich keine andere Rolle, als dass sie die Strahlen ohne merkliche Phasenänderung auf ein anderes System von rechtwinkligen Schwingungsebenen übertragen, was natürlich auf die schliessliche Interferenz im Analysator keinen Einfluss ausübt.

Es handelt sich ferner darum, von welcher Wirkung der andere Umstand sei, dass die Schwingungsrichtungen fortwährend im Innern der Kugel wechseln, indem sich dabei jede so oft wiederholt, dass sie eine bemerkbare Summe bildet. Die frühern Untersuchungen haben ergeben, dass zwei gleiche Körper, deren Schwingungsebenen nicht zusammenfallen, sich immer anders verhalten als ein einfacher Körper (Pag. 81, 90). Die Frage ist nun, welche Modificationen dadurch hervorgebracht werden, dass die Schwingungsebenen nicht einmal, sondern unzählige Male und nicht nur nach zwei, sondern nach allen möglichen Seiten wechseln.

Die Wirkung, welche der fortwährende Wechsel der Schwingungsebenen erzeugt, lässt sich am deutlichsten in dem denkbar einfachsten Falle nachweisen,

wo je die zweiten Elemente wieder gleich orientirt sind, so dass also einerseits die gerade-, anderseits die ungerade-numerirten mit einander übereinstimmen. Wenn zwei gleiche Körper mit orthogonal-gestellter Schwingungsmediane auf einem Gypsplättchen im Polarisationsmicroscop liegen, so geben sie, je nachdem sie sich in der Consecutiv- oder in der Alternativstellung befinden, ungleiche Interferenzfarben; die letztern entfernen sich in entgegengesetzter Richtung gleichweit von dem Grundton des Gypsplättchens und können als Additions- und Subtractionsfarbe bezeichnet werden (Pag. 94, 98). Denken wir uns nun jeden der beiden Körper in unendlich viele Schichten gespalten, und die Schichten des einen und andern ohne Veränderung der ursprünglichen Orientirung so übereinander gelegt, dass diejenigen mit ungerader Nummer und ebenso diejenigen mit gerader Nummer je ein System mit gleicher Schwingungsrichtung darstellen, und dass die beiden Systeme mit ihrer Mediane orthogonal-gestellt sind. Es ist klar, dass ein solcher Schichtensatz weder die Additions-noch die Subtractionsfarbe zeigen kann, welche die beiden unveränderten Körper darbieten, je nachdem sie in die Consecutiv- oder Alternativstellung gebracht wurden. Denn da die Schwingungsrichtung in dem Satz fortwährend wechselt, so besteht eine Richtungsverschiedenheit bloss für den ein- und austretenden Strahl, und diese kann durch Wegnahme einer der unendlich dünnen Schichten ohne bemerkbare Wirkung verändert werden. Da nun durch einen solchen Schichtensatz weder eine Additions- noch eine Subtractionsfarbe hervorgebracht wird, so muss derselbe die Grundfarbe des Gypsplättchens ohne Modification durchlassen. [1] Daraus folgt, dass er ohne Gypsplättchen in der nämlichen orthogonalen Lage entweder schwarz oder weiss (nicht aber gefärbt) erscheinen muss. Ob das Eine oder das Andere der Fall sei, ergibt sich aus den früher abgeleiteten Intensitätsformeln für einen und zwei Körper.

Wenn ein Satz unendlich dünner Schichten von der angegebenen Beschaffenheit allein (ohne Gypsplättchen) im Polarisationsapparat liegt, so ist die Intensität eines vom untern Prisma kommenden Lichtstrahls, der durch die erste Schicht

---

(1) Rücksichtlich dieser Erscheinungen kommt in Betracht, ob die symmetrischen Verhältnisse bezüglich der fixen Schwingungsrichtungen des Polarisationsinstruments vollkommen oder unvollkommen erfüllt sind. Zwei gleiche Körper ohne Gypsplättchen zeigen sowohl in der diagonalen als in der orthogonalen Stellung eine vollkommene Symmetrie zu den Ebenen der beiden Polarisationsprismen, und es kann daher ohne die Wirkung zu ändern der untere mit dem obern vertauscht werden. Ein Körperpaar, welches in diagonaler Stellung auf einem Gypsplättchen sich befindet, verhält sich ebenfalls vollkommen symmetrisch zu den Schwingungsebenen des letztern und zu denen der Polarisationsprismen; und auch hier ist es gleichgültig, welcher Körper oben oder unten ist. Dagegen zeigt ein Körperpaar in orthogonaler Stellung nur eine unvollkommene Symmetrie rücksichtlich der beiden Elastizitätsaxen des Gypsplättchens; entweder ist es der untere oder der obere Körper, dessen Schwingungsebenen den homologen Ebenen des Gypsplättchens genähert sind, und dem entsprechend gibt das Paar bald eine Additions-, bald eine Subtractionsfarbe. Denkt man sich nun aber jeden der beiden Körper in seine Molecularschichten zerlegt und diejenigen des einen und des andern alternirend übereinander geschichtet, wie im Texte angegeben ist, so verschwindet aller Mangel an Symmetrie und mit ihm nothwendig auch seine Folgen.

hindurchgegangen ist, sofern man ihn auf die Ebenen des Analysators überträgt, unendlich gering. Nachdem derselbe auch die zweite Schicht durchsetzt hat, ist seine Intensität im Analysator noch geringer. [1] Dieselbe kann daher auch in allen folgenden Schichten bloss abnehmen, und es muss der ganze Schichtensatz bei der vorausgesetzten orthogonalen Stellung schwarz erscheinen.

Was eben weitläufiger für die orthogonalen Stellungen bewiesen wurde, das gilt auch für alle andern. Denn wenn zwei gleiche Körper auf einem Gypsplättchen im Polarisationsapparat sich befinden, so kann man im Allgemeinen dieselben in ihrer Lage nicht vertauschen, ohne die Farbe zu ändern. Nur in den diagonalen und in denjenigen Stellungen, in denen eine Schwingungsebene mit einer Ebene des Gypsplättchens oder der Polarisationsprismen zusammenfällt, ist es gleichgültig, welcher Körper oben und welcher unten sei. In allen übrigen erhält man zwei verschiedene Farben, je nachdem der eine oder der andere Körper sich unten befindet. Würde man auch hier einen Satz von alternirenden Schichten anwenden, in der Art, dass diejenigen mit ungerader Nummer dem untern, die mit gerader dem obern Körper entsprächen, so müsste die Farbe eine mittlere sein. Da unendlich dünne Schichten zwischen den beiden Schwingungslagen wechseln, so haben beide einen gleichen Einfluss auf den Phasenunterschied der schliesslich aus dem Satze austretenden beiden Componenten, und der ganze Satz muss sich verhalten wie ein einfacher Körper, der diesen gleichen Phasenunterschied erzeugt.

Wie ein Satz von Schichten, die alternirend nach zwei Schwingungslagen orientirt sind, muss sich auch ein Satz verhalten, in welchem die Orientirung nach allen möglichen Seiten abwechselt, vorausgesetzt dass die Schichten unendlich dünn sind und dass somit durch den unendlich oft wiederholten Wechsel eine vollkommene Symmetrie zwischen den verschiedenen Schwingungsrichtungen hergestellt wird. Diese Bedingungen sind aber in der Kugel, in welcher kein Durchmesser als Axe bevorzugt ist, erfüllt. Sie wird dessnahen optisch immer so

---

(1) Die Intensität des vom Polarisator kommenden Strahls, nachdem derselbe durch die erste Schicht hindurchgegangen, ist (Pag. 32)

$$J_1^2 = 2 \operatorname{Sin}^2 \varepsilon \operatorname{Cos}^2 \varepsilon (1 - \operatorname{Cos} \delta).$$

Bei orthogonaler Stellung des Schichtensatzes ist $\varepsilon = 90^0 - \frac{1}{2}\eta$ oder $\varepsilon = -\frac{1}{2}\eta$, wenn durch η der Winkel zwischen den homologen Schwingungsebenen bezeichnet wird. Wir haben also

$$J_1^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 \eta (1 - \operatorname{Cos} \delta).$$

Der nämliche Strahl hat, nachdem er auch die zweite Schicht durchsetzt hat, die Intensität (Pag. 46)

$$J_2^2 = \tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\eta (1 - \operatorname{Cos} \delta) - \operatorname{Cos}^2 \eta \operatorname{Sin}^2 \eta \operatorname{Sin}^2 \delta.$$

Da die einzelne Schicht unendlich dünn angenommen wurde, so ist auch δ unendlich klein, und es kann daher für den Sinus der Bogen, also δ für Sinus δ gesetzt werden. Man hat somit $1 - \operatorname{Cos} \delta = 2 \operatorname{Sin}^2 \frac{\delta}{2} = 2 \frac{\delta^2}{4} = \frac{1}{2} \delta^2$; und ferner $\operatorname{Sin}^2 \delta = \delta^2 = 2 (1 - \operatorname{Cos} \delta)$. Dadurch wird

$$J_2^2 = [\tfrac{1}{2} \operatorname{Sin}^2 2\eta - 2 \operatorname{Cos}^2 \eta \operatorname{Sin}^2 \eta] (1 - \operatorname{Cos} \delta) = 0.$$

Die Lichtintensität, die der zweiten Schicht entspricht, ist also für alle homogenen Strahlen Null oder jedenfalls geringer als die der ersten Schicht.

wirken, als ob sie aus einaxigen Elementen mit radial-gestellter optischer Axe bestände. Sie wird ein orthogonales neutrales Kreuz und auf einem Gypsplättchen zwei Additions- und zwei Subtractionsquadranten zeigen. Es ist selbstverständlich, dass eine solche Kugel unter einer bestimmten Bedingung sich wie ein einfachbrechender Körper verhält, wenn sie nämlich aus zweiaxigen Elementen mit radial-gestellter mittlerer Elastizitätsaxe besteht, und wenn der Mittelwerth, mit welchem die beiden tangential-gestellten Elastizitätsaxen wirksam werden, jener mittlern Axe gleich ist.

Ich habe angenommen, dass eine der Elastizitätsaxen mit dem Kugelradius zusammenfalle. Eine andere Möglichkeit wäre die, dass die Elastizitätsaxen mit demselben schiefe Winkel bildeten, und zwar so, dass um jeden Radius diese Winkel nach allen Seiten gekehrt wären. Der Effect der ganzen Kugel wird der nämliche sein, wie bei radialer Stellung einer Elastizitätsaxe; sie wird sich so verhalten, als ob sie aus einaxigen Elementen mit radial-gerichteter optischer Axe bestände.

β. Kugel mit einer Axe.

Der zweite Körper ist eine Kugel, in welcher der innere Bau nicht genau der äussern Form entspricht, indem ein Durchmesser von allen übrigen sich unterscheidet und als Axe ausgebildet ist. Für diesen Typus, welchen man als Rotationskugel unterscheiden kann, muss vorausgesetzt werden, dass alle Meridianschnitte (d. h. die durch die Axe gehenden Diametralschnitte) identisch seien, dass alle Durchmesser eines Meridianschnittes mit einander übereinstimmen und dass alle Elemente, die auf einem Radius hinter einander liegen, sich gleich verhalten. Damit ist zugleich ausgesprochen, dass die Elastizitätsaxen nach den Radien und nach der Axe orientirt sind; und zwar soll, wie ich zuerst annehmen will, die eine Axe mit dem Radius zusammenfallen, die andern beiden in einer Tangentialebene liegen.

Wenn die Rotationskugel aus optisch-einaxigen Elementen besteht, deren optische Axen radial-gestellt sind, so verhält sie sich unter allen Umständen wie eine Kugel mit gleichen Durchmessern und ohne Axe (Pag. 117) und wie ein liegender Cylinder (Nro. 1 auf Pag. 105), der um einen verticalen Durchmesser gedreht wird. Sie zeigt, ihre Axe mag in einer beliebigen Lage zu den Schwingungsebenen der Polarisationsprismen und zur Horizontalebene sich befinden, ein orthogonales neutrales Kreuz. Bei Anwendung eines Gypsplättchens sind zwei Quadranten mit Additions-, zwei mit Subtractionsfarben versehen. Jeder Punkt der Oberfläche bietet genau die gleichen Erscheinungen dar, wie ein analoger Punkt des liegenden Cylinders.

In allen übrigen möglichen Fällen (welche für den Cylinder unter Nr. 2—12 auf Pag. 106—111 aufgeführt sind) sind die beiden in der Tangentialebene liegenden Elastizitätsaxen von ungleicher Grösse. Da dieselben nach den Meridianschnitten orientirt sind, so verhalten sich alle übrigen Diametralschnitte ungleich, und die Kugel zeigt ungleiche optische Erscheinungen, je nach der Neigung ihrer Axe zur Horizontalebene und zu den Schwingungsebenen der Polarisationsprismen.

Ich will nur zwei Axenstellungen, die verticale und die horizontale, berücksichtigen.

Wenn die Axe der Kugel senkrecht steht, so sind natürlich alle verticalen Diametralschnitte als Meridianschnitte einander gleich, und die Erscheinungen verändern sich nicht, wenn man die Kugel um ihre Axe dreht. Dabei ist zu bemerken, dass die Elemente, welche sich an den Polen und in der Axe befinden, allen Meridianschnitten zugleich angehören. Da jeder dieser letztern eine andere Orientirung verlangt, so muss die Orientirung der genannten Elemente eine unbestimmte sein, und die optischen Erscheinungen auf der Mitte der Kugel werden, insofern sie wegen ihres engbegrenzten Raumes überhaupt sichtbar sind, die Mitte halten zwischen denen aller hier zusammentreffenden Radien.

Liegt die Axe der Kugel horizontal, so sind alle verticalen Diametralschnitte ungleich; und beim Drehen um den verticalen Durchmesser ändern sich daher die Erscheinungen stetig. Wenn man die kreisförmige Projection der Oberfläche in schmale durch den Mittelpunkt gehende Zonen (Diametralzonen) zerlegt, so sind zwei derselben, die sich rechtwinklig kreuzen, vor den übrigen ausgezeichnet. Die eine verbindet die beiden Pole und kann als Meridianzone bezeichnet werden; die andere ist die Aequatorialzone. Alle übrigen Diametralzonen stufen sich allmälig ab, indem sie den Uebergang von der Meridian- in die Aequatorialzone vermitteln. Jede derselben besteht übrigens, wie sich von selbst versteht, aus zwei symmetrischen Hälften

Die Rotationskugeln mit ungleichen tangentialen Elastizitätsaxen gehören im Allgemeinen zwei Kategorien an. In der ersten fällt die eine dieser Elastizitätsaxen mit dem Meridiankreis, die andere mit einem Parallelkreis zusammen; in der zweiten bilden sie mit diesen Kreisen schiefe Winkel. Eine Kugel der ersten Kategorie (entsprechend den Cylindern Nro. 2—6, Pag. 106—107) zeigt bei vertical-stehender Axe die nämlichen Erscheinungen wie ein aus gleichen Elementen bestehender liegender Cylinder, den man um einen senkrechten Durchmesser dreht. Ein orthogonales neutrales Kreuz trennt 4 Quadranten, welche auf einem Gypsplättchen abwechselnd Additions- und Subtractionsfarben darbieten. Bei horizontaler Axenlage tritt nur dann ein vollkommen neutrales Kreuz auf, wenn Aequatorial- und Meridianzone mit den Schwingungsebenen der beiden Polarisationsprismen zusammenfallen; denn nur in den Diametralschnitten, die diesen zwei Zonen entsprechen, stimmen die Schwingungsrichtungen aller Radien mit einander überein. In allen andern senkrechten Diametralschnitten weichen die Schwingungsrichtungen der einzelnen Radien von einander ab; und desswegen gibt es für diese Diametralzonen keine Orientirung, in welcher sie ganz neutral, d. h. ohne Gypsplättchen ganz dunkel und bei Anwendung eines Gypsplättchens von der unveränderten Farbe des letztern erleuchtet sind. Dreht man eine solche Kugel um ihren verticalen Durchmesser, so gelangt sie in eine Lage, in welcher ein vollkommen neutrales Kreuz sichtbar wird; und bei fortgesetztem Drehen wiederholt sich diess immer nach 90 Graden. In allen intermediären Stellungen ist das orthogonale Kreuz zwar ebenfalls vorhanden, aber nicht vollkommen neutral; es zeigt sich nicht ganz dunkel ohne Gypsplättchen, und bei Anwesenheit des letztern wird

die Farbe desselben etwas verändert. Von den Quadranten sind bei Anwendung eines Gypsplättchens unter allen Umständen je zwei mit Additions-, die beiden andern an den entsprechenden Stellen mit Subtractionsfarben bedeckt.

Wenn die tangential-gestellten Elastizitätsaxen mit den Meridian- und Parallelkreisen schiefe Winkel bilden (analog wie bei den Cylindern Nro. 7—12, Pag. 110—111), so verhält sich die Rotationskugel bei verticaler Axenlage wieder genau wie ein liegender aus analogen Elementen zusammengesetzter Cylinder, den man um einen senkrechten Durchmesser im Kreise herumbewegt. Es zeigt sich ein orthogonales nicht vollkommen neutrales Kreuz, da bei dem symmetrischen Bau der Kugel jedem Element der obern Hälfte, dessen Schwingungsebenen um einen gewissen Winkel von den Ebenen der Polarisationsprismen nach rechts abweichen, ein Element in der untern Hälfte entspricht, wo eine eben so grosse Abweichung nach links statt hat. Die Quadranten sind auf einem Gypsplättchen theils mit Additions- theils mit Subtractionsfarben bedeckt. — Bei horizontaler Axenlage bietet die Kugel ebenfalls immer ein orthogonales nicht vollkommen neutrales Kreuz dar, und die Quadranten zeigen auf einem Gypsplättchen theils Additions- theils Subtractionsfarben; aber der Ton des orthogonalen Kreuzes sowie der Quadranten wechselt fortwährend, wenn man die Kugel um ihren senkrechten Durchmesser dreht.

Ich trete nicht näher auf die verschiedenen Modificationen ein, welche für die Rotationskugel aus der ein- oder zweiaxigen Natur der Elemente und aus der verschiedenen Stellung der optischen und der Elastizitätsaxen hervorgehen. Sie sind, bei verticaler Axenstellung, die nämlichen, wie sie früher für den liegenden Cylinder erörtert wurden (Pag. 110—111), da die Meridianschnitte dem Querschnitt des Cylinders entsprechen. Die Interferenzfarben nehmen daher zwischen Peripherie und Centrum bald zu oder ab, bald abwechselnd ab und zu, und können im letztern Falle auch von einer neutralen Ringzone unterbrochen sein. Bei horizontaler Axenlage entspricht nur die Meridianzone dem liegenden Cylinder von gleicher Zusammensetzung. Die Aequatorialzone zeigt die Erscheinungen eines Cylinders, in welchem die beiden tangentialen Elastizitätsaxen vertauscht sind. Wenn z. B. bei radial-gestellter kleinster Elastizitätsaxe die Meridianzone sich wie ein Cylinder verhält, bei welchem die grösste Elastizitätsaxe mit der Cylinderaxe parallel läuft, so ist die Aequatorialzone einem solchen analog, in welchem die grösste Elastizitätsaxe mit der Cylinderaxe einen rechten Winkel bildet. Die Diametralzonen, aus denen ein Quadrant besteht, bilden, wie schon gesagt, die Uebergänge zwischen der Meridian- und der Aequatorialzone.

Die bisherige Betrachtung der Rotationskugel setzt die radiale Stellung einer Elastizitätsaxe voraus. Ich will nur wenige Bemerkungen betreffend diejenigen Kugeln beifügen, in denen keine Elastizitätsaxe mit dem Radius zusammenfällt. Dabei bleibt immer Bedingung, dass die Elemente desselben Radius gleichgestellt seien, dass der Aequatorialschnitt sich so verhalte, als ob der gleiche Radius im Kreise herum bewegt würde, und die Meridianschnitte so, als ob der Radius des Aequatorialschnittes jederseits so weit sich um den Mittelpunkt drehte, bis er mit

der Axe zusammenfällt. Es bestehen im Allgemeinen drei Möglichkeiten, welche denen des Cylinders (Pag. 112) entsprechen:

1. Zwei Elastizitätsaxen der zweiaxigen Elemente oder die optische Axe der einaxigen liegen in der Ebene des Meridianschnittes. Die Kugel zeigt bei verticaler Axenstellung ein orthogonales neutrales Kreuz. Bei horizontaler Axenlage ist nur die dem Meridian entsprechende Diametralzone bei orthogonaler Richtung neutral; ein neutrales Kreuz tritt also bei keiner Orientirung auf; die 4 Quadranten zeigen im Allgemeinen sowohl ohne als mit einem Gypsplättchen ungleiche Vertheilung der Interferenzfarben.

2. Zwei Elastizitätsaxen der zweiaxigen Elemente oder die optische Axe der einaxigen liegen in der Ebene des Aequatorialschnittes. Bei verticaler Stellung der Kugelaxe zeigt sich ein unvollkommen neutrales (weder ganz dunkles noch von der unveränderten Farbe des Gypsplättchens erhelltes) rechtwinkliges Kreuz, welches zu den Schwingungsebenen der Polarisationsprismen schief-gestellt ist. Bei horizontaler Lage der Axe erscheint nur die dem Aequator entsprechende Diametralzone bei orthogonaler Richtung neutral; ein neutrales Kreuz mangelt auch hier, und die 4 Quadranten verhalten sich rücksichtlich des optischen Effects im Allgemeinen ebenfalls ungleich.

3. Bei zweiaxigen Elementen fallen wenigstens zwei Elastizitätsaxen, bei einaxigen die optische Axe ausser die Ebenen des Meridian- und des Aequatorialschnittes. Ein neutrales Kreuz oder eine neutrale Diametralzone erscheint bei keiner Orientirung. Wenn die Axe der Kugel senkrecht steht, so sind ohne Gypsplättchen die Interferenzfarben symmetrisch um den Mittelpunkt der kreisförmigen Projection vertheilt, so dass je zwei gegenüberliegende Radien sich gleich verhalten. Bei horizontaler Axenlage mangelt diese Symmetrie, und die 4 Quadraten zeigen mit oder ohne Gypsplättchen ungleiche Vertheilung der Interferenzfarben.

γ. Rotationsellipsoid.

Der dritte Körper ist ein Rotationsellipsoid, in welchem die Elastizitätsaxen nicht nach den Durchmessern sondern nach der Oberfläche orientirt sind, indem zwei derselben in einer mit der Tangentialebene parallelen Ebene liegen und mit den Meridianebenen bestimmte Winkel bilden. Hier ruft unter allen Umständen, wenn man das Rotationsellipsoid in alle möglichen Neigungen zur Horizontalebene bringt, jede Lage andere Erscheinungen hervor. Die Extreme geben uns die verticale und die horizontale Axenstellung. Bei vertical stehender Axe verhält sich das Rotationsellipsoid analog wie die Rotationskugel und wie der liegende Cylinder, der um einen verticalen Durchmesser gedreht wird. Es zeigt immer ein orthogonales Kreuz, welches vollkommen neutral ist, wenn zwei Elastizitätsaxen in der Meridianebene liegen, unvollkommen neutral, wenn diess nicht der Fall ist. Die Interferenzfarben in den Quadranten haben im Allgemeinen den gleichen Charakter wie beim Cylinder und bei der Rotationskugel, aber sind dem Grade nach verschieden (einer höhern oder tiefern Nummer der Skale entsprechend), weil die durch die verticalen Sehnen ausgedrückten Weglängen im Ellipsoid andere sind.

Bei horizontaler Axenlage zeigt das Rotationsellipsoid nur dann ein orthogonales Kreuz, wenn seine Axe mit einer Ebene der Polarisationsprismen zusammenfällt. In allen andern Stellungen treffen die neutralen Linien nicht mehr im Centrum zusammen, weil sie von der Peripherie rechtwinklig abgehen. Dieselben sind in jeder Hälfte des Ellipsoids im Allgemeinen ungleich und unsymmetrisch; sie reichen bis zur langen Mittellinie desselben, ohne sich hier zu berühren. Wird das Ellipsoid allmälig aus der orthogonalen Stellung gedreht, so nähern sich die auf der Mittellinie liegenden Enden der neutralen Linien, bis sie in der diagonalen Stellung zusammentreffen und nun bei gleicher Länge und symmetrischer Lage ein rechtwinkliges Knie bilden. — Die neutralen Linien sind bloss in dem Falle vollkommen neutral, wenn eine der tangentialen Elastizitätsaxen in der Meridianebene sich befindet und wenn zugleich die Axe des Ellipsoids orthogonal gestellt ist. Weicht letztere von dieser Lage ab, oder fallen die tangentialen Elastizitätsaxen ausser die Meridianebene, so sind die schiefen neutralen Linien und das orthogonale Kreuz ohne Gypsplättchen nie vollkommen verdunkelt und verändern auf einem Gypsplättchen die Farbe des letztern etwas. Von allen Diametralzonen verhalten sich nur die Meridian- und die Aequatorialzone analog wie in der Rotationskugel und im liegenden Cylinder, wobei jedoch die gleichen Differenzen im Grade der Interferenzfarben sich kund geben wie bei verticaler Axenstellung. Die übrigen Diametralzonen bilden die Uebergänge zwischen den beiden genannten. Die Quadranten sind bei Anwendung eines Gypsplättchens theils von Additions- theils von Subtractionsfarben erhellt.

Die eben gemachten Bemerkungen beziehen sich auf die Fälle, wo in dem Rotationsellipsoid eine Elastizitätsaxe senkrecht zur Oberfläche steht. Wenn diess nicht der Fall ist, und wenn somit auch von den Elastizitätsaxen entweder nur eine oder gar keine in einer tangentialen Ebene liegt, so werden die Erscheinungen noch unregelmässiger. Ohne näher auf dieselben einzutreten, bemerke ich bloss, dass bei verticaler Axenlage alle Diametralzonen und bei horizontaler die Aequatorial- und die Meridianzone ähnliche Farbenerscheinungen wie die analog gebaute Rotationskugel zeigen (Pag. 124).

δ. Hohle Kugeln und Ellipsoide.

Wenn die drei erwähnten kugeligen und ellipsoidischen Körper hohl werden, so verhalten sie sich zu den entsprechenden soliden Formen analog, wie der liegende Hohlcylinder zum Vollcylinder (Pag. 113). Die Aehnlichkeit mit der vollen Form ist natürlich auch hier um so grösser, je kleiner die Höhlung ist; und die Abweichungen werden um so bemerkbarer, je mehr sich die Wandung verdünnt, je mehr sie sich also demjenigen Zustande nähert, wo die Elementarschichten als parallel und die Verschiedenheiten im Effect der ungleichen Krümmungsradien als unendlich klein angenommen werden können.

Ueber die Hohlkugel mit gleichen Durchmessern ist wenig zu bemerken. Sie unterscheidet sich von der Vollkugel bloss darin, dass die Interferenzfarben von dem Rande nach der Mitte rascher fallen.

Die Rotationshohlkugel (in welcher eine Richtung als Axe ausgebildet, und wo die Elastizitätsaxen nach dieser Rotationsaxe, resp. nach den Meridiankreisen orientirt sind) verhält sich bei aufrechter Axenstellung genau wie der liegende Hohlcylinder von entsprechender Structur, der um einen verticalen Durchmesser gedreht wird, wobei wieder (wie bei den soliden Körpern) zu beachten ist, dass der Diametralschnitt der Rotationskugel dem Querschnitte des Cylinders entspricht, und dass bei analogem Bau in diesen beiden Schnitten die Richtung der Elastizitätsaxen übereinstimmen muss. Die diagonale Diametralzone zeigt demnach die gleichen Farben wie der in Diagonalstellung befindliche Hohlcylinder (vgl. Nr. 1—12 auf Pag. 113—116 für die Fälle, wo eine Elastizitätsaxe radial-gestellt ist). Eine Abweichung kann nur in der Mitte auftreten, weil dieselbe als Centrum der Projection aus dem früher (Pag. 122) erwähnten Grunde eine unbestimmte Orientirung der Elastizitätsaxen bedingt. Der neutralen Mittellinie des liegenden Hohlcylinders entspricht zwar immer ein neutrales Centrum auf der Projection der Hohlkugel. Ist aber jene durch eine bestimmte Interferenzfarbe erhellt, so zeigt dieses eine andere Farbe und zwar eine solche, wie sie aus der Vereinigung aller hier zusammentreffenden Diametralzonen hervorgeht.

Wenn die Axe der Rotationshohlkugel horizontal liegt, so sind zwei rechtwinklig sich kreuzende Diametralzonen ausgezeichnet, die Meridian- und die Aequatorialzone, während alle übrigen die allmäligen Uebergänge zwischen diesen beiden in den Quadranten bilden. Die Meridianzone verhält sich ganz so wie jede Diametralzone der Hohlkugel mit aufrechtstehender Axe; die Aequatorialzone aber verhält sich so, als ob das Elastizitätsellipsoid der Meridianzone in der tangentialen Ebene um einen rechten Winkel gedreht wäre. Wenn diese beiden Diametralzonen sich in Diagonalstellung befinden, so zeigen sie genau die Erscheinungen wie Querzonen zweier entsprechend gebauter Hohlcylinder (Nr. 1—12 auf Pag. 113—116, wenn eine Elastizitätsaxe mit dem Radius zusammenfällt), wobei auch der Kreuzungspunkt in der Mitte keine Ausnahme macht. Dabei versteht sich aber von selbst, dass bei Anwendung eines Gypsplättchens die eine der beiden Zonen in der Additionslage, wenn die andere in der Subtractionslage, sich befindet.

Ist keine Elastizitätsaxe radial-gestellt, so zeichnet sich die Rotationshohlkugel wie die Vollkugel (vgl. Pag. 123—124) vorzüglich durch die unsymmetrische Vertheilung der Interferenzfarben in den gegenüber liegenden Quadranten aus.

Das hohle Rotationsellipsoid verhält sich zur hohlen Rotationskugel wie das solide Ellipsoid zur Vollkugel. Bei verticaler Axenstellung bietet es demnach eine ähnliche Anordnung der Interferenzfarben dar wie die Hohlkugel, und bei horizontaler Axenlage zeigen die Aequatorial- und die Meridianzone ebenfalls analoge Erscheinungen wie die gleichnamigen Zonen der Hohlkugel. Von der letztern unterscheidet es sich vorzüglich dadurch, dass bei wagrecht orientirter Axe die vollkommen oder unvollkommen neutralen Linien im Allgemeinen nicht zu einem rechtwinkligen Kreuz sich vereinigen.

(Schluss folgt.)

Untersuchungen über den Flechtenthallus

von

Dr. S. Schwendener.

II. Laub- und Gallertflechten.

Der folgende zweite Theil meiner „Untersuchungen über den Flechtenthallus" umfasst die sogenannten laub- und gallertartigen Flechten, sowie diejenigen krustenartigen, welche durch ihre beiderseitige Berindung sich ungezwungen an jene anschliessen. Die typischen Krustenflechten beabsichtige ich in einem dritten Theil abzuhandeln, in welchem dann zugleich einige Nachträge und allfällige Berichtigungen Platz finden werden.

Da die eingehende Charakteristik der einzelnen Gattungen, wie sie bei den mannigfachen Verschiedenheiten im innern Bau nothwendig war, einen Ueberblick über die allgemeineren anatomischen Verhältnisse erschwert, so hielt ich es für zweckmässig, eine kurze Darstellung der letzteren als Einleitung voraus zu schicken. Ich beschränke mich dabei auf die Hervorhebung derjenigen Thatsachen, welche für den Bau und Aufbau des Flechtenlagers von wesentlicher Bedeutung sind.

1. Die Thallusschichten.

Der Thallus der laubartigen Flechten ist wie der der strauchartigen allseitig umrindet, d. h. das Fasergeflecht, aus welchem derselbe besteht, ist zunächst der Oberfläche bis auf eine Tiefe von c. 10 — 50 Mik. und darüber interstitienlos. Eine Ausnahme hievon machen nur die beiden Gattungen Peltigera und Solorina, welche — wie Hagenia unter den strauchartigen — nur auf der obern Seite berindet sind.

Die Rindenschicht geht an den Rändern der Lappen ohne Unterbrechung von der einen Seite des Lagers zur andern über. Sie zeigt bald auf beiden Seiten ungefähr dieselbe Dicke und dasselbe Aussehen; bald ist sie auf der einen etwas stärker entwickelt, als auf der andern. Sehr häufig sind die oberflächlichen Zellen derselben durch Einlagerung eines Farbstoffes in die Membran gelblich oder braun gefärbt und veranlassen dadurch die bekannte Färbung der Unter- und zum Theil auch der Oberseite des Lagers. Bei letzterer sind ausserdem noch die körnigen Einlagerungen und unter Umständen auch die Gonimonschicht in Betracht zu ziehen.

Da es ein durchgreifendes Gesetz ist, dass der Aufbau des Flechtenthallus auf der Verästlung von Zellfäden beruht, so besteht selbstverständlich auch die

Rinde ohne Ausnahme aus verästelten Fasern. Diese Thatsache wird indess durch den anatomischen Charakter derselben nicht immer verrathen: das Gewebe erscheint im Habitus nur dann wirklich fibrös, wenn die Zellhöhlungen sehr klein und die Wandungen der Fasern beträchtlich verdickt sind, ein Umstand, welcher gerade bei den laubartigen Flechten verhältnissmässig selten vorkommt. Bei sehr vielen Gattungen sind im Gegentheil die Lumina stark erweitert und die Wandungen dünn oder nur unbedeutend verdickt, so dass das Fasergeflecht das Aussehen eines oft sehr regelmässigen Parenchyms erhält, so z. B. bei Physcia parietina, Sticta, Peltigera, Endocarpon, Leptogium u. a.

Der von der Rinde umschlossene Theil des Thallus oder das Mark ist in der Regel lockerfilzig und lufthaltig, nur bei den Collemaceen in Folge der gallertartigen Verdickung der Membranen interstitienlos. Bei der Mehrzahl der Gattungen erscheint es als ein unregelmässiges, wergartiges Geflecht vielfach verästelter Fasern, in welchem nur in seltenen Fällen solide Stränge oder solide Knäuel auftreten; bei einigen wenigen (Heppia, Endopyrenium u. a.) als ein lockeres, dünnwandiges Merenchym; bei den Collemaceen als eine von mehr oder minder feinen Kanälen durchzogene, gelatinöse Pulpa. Die Grenze zwischen Rinde und Mark ist gewöhnlich sehr scharf gezogen; doch kommen Fälle, in welchen namentlich zwischen den Gonidiengruppen ein allmähliger Uebergang stattfindet, keineswegs selten vor (z. B bei Placodium, Endocarpon u. a.)

Die Gonidien finden sich vorzugsweise, ja in den meisten Fällen ausschliesslich im obern Theile des Markes; sie bilden hier eine grüne Zone, welche sich unmittelbar an die Rindenschicht anschliesst und nach unten bald mehr, bald weniger in das Innere des Markes vorspringt. Spärliche Gruppen beobachtet man zuweilen auch im unteren Theile des Thallus, selbst in unmittelbarer Nähe der Rinde (z. B. bei Placodium (Taf. VIII Fig. 7), Parm. aquila u. a.) Eine gleichmässige Vertheilung der Gonidien auf die ganze Thallusdicke, oder wenigstens eine symmetrische mit Rücksicht auf unten und oben, charakterisirt die Collemaceen.

Die Lagerunterfläche ist bekanntlich sehr häufig mit sogenannten Haftfasern besetzt, welche den Thallus mit der Unterlage in Verbindung setzen. Bei Anaptychia, Parmelia, Imbricaria und Physcia, sowie ferner bei Gyrophora bestehen dieselben aus einem interstitienlosen Gewebe vorherrschend longitudinal verlaufender Fasern (sie verhalten sich genau wie die Wimpern von Hagenia ciliaris), bei den übrigen Gattungen dagegen aus einzelnen isolirten oder nur locker verbundenen Zellfäden, die aber nicht selten ein sehr üppiges Wachsthum zeigen und dann ein schwammiges Gewebe bilden, das in den systematischen Werken als Hypothallus beschrieben wird (z. B. bei Pannaria plumbea, Endopyrenium u. a.)

Die laubartigen Flechten stimmen also, wenn man von einzelnen Ausnahmen absieht, durch die allseitige Umrindung mit den strauchartigen überein; sie unterscheiden sich von denselben durch die einseitige Lagerung der Gonidien, das Vorkommen von Haftorganen auf der Lagerunterseite, überhaupt durch den mehr oder weniger ausgesprochenen Gegensatz zwischen unten und oben.

2. Die Wachsthumstypen.

Das Wachsthum des laubartigen Flechtenlagers in die Fläche beruht zum Theil auf der Neubildung von Gewebe am Rande (Marginalwachsthum) und anderen Theils auf der Ausdehnung der bereits angelegten Gewebspartien durch intercalare Wachsthumserscheinungen (intercalares Wachsthum). Beide Vorgänge lassen sich ihrerseits wieder auf folgende einfachere zurückführen: 1) das Scheitelwachsthum und die Verästlung der Fasern, 2) die Ausdehnung der Zellen und 3) die Theilung derselben durch Querwände; wobei indess zu bemerken ist, dass der zuletzt erwähnte Process vorzugsweise in der Rindenschicht und vielleicht auch im peripherischen Theil des Markes, nur selten dagegen im Innern des Thallus vorkommt*. Der Auf- und Ausbau des Flechtenthallus beruht demnach einzig und allein auf dem intercalaren und Scheitelwachsthum einzelner sich verästelnder Zellfäden.

Eine Verschiedenheit in der Wachsthumsweise kann sich daher nur dadurch geltend machen, dass der Faserverlauf bei den verschiedenen Gattungen (wie diess auch bei den strauchartigen Flechten der Fall war), grössere oder kleinere Abweichungen zeigt; dessenungeachtet dürfte es nicht ohne Interesse sein, die in dieser Beziehung vorkommenden Fälle etwas näher zu betrachten.

a) Scheitelwachsthum (Marginalwachsthum).

Es gibt nur einige wenige laubartige Flechten, bei welchen die Fasern der Rindenschicht in vorherrschend radialer Richtung, parallel mit der Oberfläche, verlaufen und in der Marginalregion in der nämlichen Richtung weiter wachsen. Und auch bei diesen wenigen, zu denen namentlich Parmelia aquila Ach., P. speciosa Wulff. und P. chrysophthalma zu rechnen sind, ist der Parallelismus der Fasern nie so ausgeprägt, wie bei Usnea, Bryopogon und Cornicularia unter den strauchartigen Flechten. Der Marginaltheil des Thallus besteht vielmehr aus einem mehr oder minder verworrenen Fasergeflecht, welches auf Durchschnitten so ziemlich wie bei Hagenia ciliaris aussieht und ungefähr in derselben Weise, wie diese letztere, fortvegetirt. —

Bei der Mehrzahl der Gattungen ist der Faserverlauf ein orthogonal-trajectorischer, d. h. die Fasern biegen nach oben und unten bogenförmig gegen die Oberfläche aus, so dass sie diese letztere unter annähernd rechten Winkeln treffen. Das Wachsthum findet in diesem Falle nach den nämlichen Gesetzen statt, welche bereits im ersten Theil in allgemeiner Weise entwickelt wurden; nur müssen die

(*) Sehr wahrscheinlich findet im Innern des Thallus eine Theilung der Zellen durch Querwände nur in den jüngern Verästlungen bis auf eine gewisse Entfernung von der Scheitelzelle statt, während die ältern Fasern sich bloss durch Streckung der Zellen verlängern, so dass das Maass dieser Streckung unter Umständen einen Anhaltspunkt zur Bestimmung des intercalaren Wachsthums gibt. — Es wäre auch möglich, wenn auch nicht wahrscheinlich, dass die Theilungsfähigkeit im Innern des Thallus nur auf die jedesmalige Scheitelzelle der Verästlungen beschränkt wäre. Die directe Beobachtung gab mir hierüber keinen Aufschluss.

orthogonalen Trajectorien, wie sich aus der Form des Lagers von selbst ergibt, nicht auf eine centrale Axe, sondern auf die Mittellinie radialer, senkrecht zur Oberfläche geführter Durchschnitte bezogen werden. (S. die Darstellung solcher Durchschnitte auf Taf. VIII Fig. 7 und Taf. X Fig. 9.) Nach der scharfen Grenze zu schliessen, welche in vielen Fällen schon in der Krümmung des Randes zwischen Rinde und Mark gezogen ist, scheint es mir wahrscheinlich, dass die Verästlung der Fasern gewöhnlich in höherem Grade stattfindet, als es der bogenförmige Verlauf derselben nothwendig erfordern würde, oder mit andern Worten: dass selbst das Marginalwachsthum grossentheils auf der Ausdehnung der Rinde in tangentialer Richtung beruht. — Bei den Gattungen mit parenchymatischer Rinde tritt der Faserverlauf natürlicher Weise nur dann deutlich hervor, wenn das Parenchym sich erst in einiger Entfernung vom Rande entwickelt, oder wenn wenigstens die successiven Zellen der nämlichen Faser sich von den nebeneinander liegenden verschiedener Fasern unterscheiden lassen. Es ist diess z. B. bei Endocarpon und Umbilicaria der Fall, während Parm. parietina und zum Theil auch Sticta höchstens durch die Richtung der Markfasern die der Rindenfasern verrathen. Besonders deutlich und ausgeprägt ist der in Rede stehende Faserverlauf bei einigen Arten von Placodium (z. B. P. cartilagineum VIII, 7).

Zuweilen fällt die Linie, von welcher aus die Markfasern nach oben und unten ausbiegen, nicht mit der Medianlinie der Durchschnitte zusammen, sondern ist mehr oder minder der Lagerunterfläche genähert, so dass der Thallus unsymmetrisch erscheint. Dazu kommt dann gewöhnlich noch die geringere Entwicklung der untern Rindenschicht, welche oft nur noch durch ein braun gefärbtes, ziemlich dichtfilziges, jedoch kaum mehr durchweg interstitienloses Gewebe angedeutet ist. Als Beispiele führe ich an: Placodium diffractum et concolor.

Endlich kommt auch der Fall vor, dass die Fasern im ganzen untern Theil des Thallus in radialer Richtung parallel der Oberfläche verlaufen, nach oben dagegen die nämlichen Bogenlinien beschreiben, wie in den beiden vorhergehenden Fällen. So verhalten sich z. B. die Gattungen Parmelia Kbr., Endopyrenium Fw. und Pannaria Del. (insbesondere P. plumbea Lightf.) Wie ein Blick auf die Figuren zeigt (VIII, 2; X, 6; XI, 1), geht in diesem Falle der vorherrschende Zug der Fasern mit der Krümmung des Randes parallel; nur der oberste Theil der letztern wird schiefwinklig getroffen. Als Hauptfactor des Marginalwachsthums ist daher offenbar die Verästlung der Fasern zu betrachten, indem die nach oben strebenden Enden der letztern durch directe Verlängerung bloss die Dickenzunahme bedingen.

Diese mit Rücksicht auf den Faserverlauf verschiedenen Typen sind übrigens keineswegs scharf voneinander abgegrenzt, sondern meist nur bei einer verhältnissmässig geringen Anzahl von Repräsentanten deutlich ausgeprägt. Es gibt Uebergangsformen, von denen man kaum weiss, ob sie dem einen oder dem andern näher stehen.

b) Intercalares Wachsthum.

Die intercalaren Wachsthumserscheinungen bedingen die Ausdehnung des Thallus in die Fläche und Dicke; sie verursachen überdiess eine kleinere oder

grössere Veränderung im Habitus des Gewebes, je nachdem die neu hinzukommenden Verästlungen ungefähr in der Richtung der früheren verlaufen oder sich quer zwischen dieselben einflechten. Man beobachtet in dieser Beziehung die nämlichen Abstufungen, wie sie bereits im ersten Theil bei verschiedenen strauchartigen Flechten erwähnt wurden (s. z. B. Cornicularia, Sphaerophorus). Ist die Rinde parenchymatisch, so ist es vorzugsweise die Grösse der Zellen und die Verdickung der Zellwandungen, welche die Physiognomie des Gewebes bestimmen.

Das Dickenwachsthum, welches sich unmittelbar aus der Vergleichung der Durchschnitte ergibt, ist in der Regel sehr unbeträchtlich; ja es gibt Gattungen, welche mit zunehmender Entfernung vom Rande fast gar nicht an Dicke zunehmen. Am stärksten ist es wohl bei Umbilicaria und Gyrophora, wo der centrale Theil des Thallus ungefähr die 2 – 3fache Dicke des marginalen besitzt. Die Dickenzunahme vertheilt sich übrigens nicht etwa gleichmässig auf Mark- und Rindenschicht, sondern kommt fast ausschliesslich der erstern zu, indem die letztere durchgehends ungefähr dieselbe Mächtigkeit zeigt.

Viel bedeutender ist die Ausdehnung in die Fläche. Wenn wir vorerst von der tangentialen Richtung absehen und bloss das intercalare Wachsthum in radialer Richtung in's Auge fassen, so ist das letztere stets ein Vielfaches des Marginalwachsthums; d. h. wenn zwei Punkte der Oberfläche unmittelbar innerhalb der Krümmung des Randes beispielsweise 1 Millim. voneinander abstehen, so erreicht dieser Abstand allmählig ein Vielfaches eines Millimeters. Zur genaueren Bestimmung des Ausdehnungs-Coefficienten, welche indess nicht immer möglich ist, dienen folgende Anhaltspunkte: 1) die mit der Entfernung vom Rande wachsende Grösse der Cyphellen bei Sticta, 2) der radiale Durchmesser der Maschen des Adernetzes auf der Lagerunterfläche bei Peltigera, 3) die Wölbung oder Runzelung des Thallus zwischen den durch Haftfasern fixirten Punkten bei P. parietina etc., 4) die Grösse der Pusteln bei Umbilicaria pustulata, 5) die Länge der Markzellen bei allen Gattungen mit vorherrschend radialem Verlaufe der Markfasern. Die Resultate, die man aus den verschiedenen Werthen dieser 5 Veränderlichen ableitet, sind im Allgemeinen, soweit sie überhaupt vergleichbar sind, übereinstimmend. Als Ausdehnungs-Coefficient erhält man gewöhnlich eine Ziffer, welche 10 übersteigt.

Die tangentiale Ausdehnung ist der eben besprochenen entweder gleich, oder sie ist grösser oder kleiner. Im ersten Falle bildet der Thallus eine geschlossene Rosette, deren Lappen sich bloss berühren, aber nicht über einander greifen; oder wenn keine Lappenbildung stattfindet, eine ebene Fläche (Gyrophora). Im zweiten Falle erscheint er „dachziegelig-gelappt“, oder wenn er „einblätterig“ bleibt, radial gefaltet. Im dritten endlich berühren sich die Lappen nicht mehr (Thallus pinnatifido-laciniatus) oder es tritt, wenn die Lappenbildung unterbleibt, tangentiale Faltung ein.

Das intercalare Wachsthum ist in der Nähe des Randes am stärksten und sinkt in grösserer oder kleinerer Entfernung von demselben auf Null herunter; es ist in manchen Fällen fast nur auf eine verhältnissmässig schmale peripherische Zone beschränkt.

3. Das Absterben der obern Rinde und der Gonidien.

Bei sehr vielen Laub- und Krustenflechten (bei letzteren wahrscheinlich ohne Ausnahme) stirbt die Rinde, nachdem sie ein gewisses Alter erreicht hat, von aussen nach innen allmählig ab. Der abgestorbene Theil bleibt in der Regel als helle, oft beinahe homogene Masse auf der lebenskräftigen Rinde liegen, ist jedoch von dieser letzteren (namentlich nach Zusatz von Jod, in welchem er sich unter keinen Umständen färbt) deutlich abgegrenzt. In andern Fällen dagegen wird er durch die atmosphärischen Einflüsse rasch zersetzt und entfernt.

Gleichzeitig erlischt auch in einem entsprechenden Theil der Gonidienschicht, die sich bekanntlich unmittelbar an die Rinde anschliesst, die Lebensthätigkeit, so zwar, dass wenn z. B. die Rinde in einer gewissen Zeit bis auf eine Tiefe von 10 Mik. abstirbt, in der nämlichen Zeit auch die peripherischen grünen Zellen bis auf eine Entfernung von 10 Mik. von der äussern Grenze der Gonimonschicht absterben. Die absterbenden Gonidien lassen sich leicht an ihrem Inhalt erkennen; derselbe schrumpft nämlich allmählig zusammen und verschwindet endlich ganz, so dass nur noch die Zellmembran, die dann meist in verschiedener Weise sich faltet, übrig bleibt.

Dieselbe Ursache, welche das Absterben der Gonidien zur Folge hat, ruft in dem lockern Markgewebe, in welchem die absterbenden grünen Zellen liegen, gerade die entgegengesetzte Wirkung hervor. Die Fasern verästeln sich rasch, erscheinen daher immer dichter geflochten und bilden endlich ein interstitienloses Gewebe, welches mit der Rindenschicht verschmilzt und sich überhaupt nicht von ihr unterscheiden lässt. Die letztere erhält auf diese Weise fortwährend einen kleinen Zuwachs: was sie auf der äussern Seite verliert, wird ihr auf der innern gleichzeitig ersetzt, so dass sie zeitlebens ungefähr dieselbe Dicke behält.

Da das Absterben der Rinde allmählig immer weiter nach innen fortschreitet, so wird die Grenzlinie zwischen dem abgestorbenen und dem noch lebenskräftigen Theil früher oder später auch das aus dem Mark entstandene Rindengewebe erreichen. Von diesem Zeitpunkt an muss daher die lebenskräftige Rinde in ihrer ganzen Dicke abgestorbene Gonidien enthalten. Auffallender Weise bemerkt man jedoch von diesen letzteren auf Durchschnitten, die in Wasser, Kali, oder Säuren liegen, überhaupt bei Anwendung der gewöhnlichsten Reagentien, keine Spur; sie treten erst deutlich hervor, wenn man das Präparat in Kali kocht, auswäscht und hierauf Jod in Jodkalium zusetzt. Die abgestorbenen Gonidien färben sich in diesem Falle blau oder blau-violett, während die Membran der Faserzellen farblos bleibt, der Zellinhalt dagegen eine braun-rothe Färbung annimmt.

Die Vertheilung der abgestorbenen Gonidien im Rindengewebe liefert den Beweis, dass das letztere in vielen Fällen ein starkes intercalares Wachsthum besitzt. Während die grünen Zellen der Gonimonschicht eine ununterbrochene grüne Zone oder wenigstens dichte Gruppen bilden, liegen die übrig bleibenden Membranen derselben in der Rinde weit auseinander und zwar, wie man namentlich bei Flechten mit dicker Rindenschicht beobachtet, um so weiter, je näher sie der Oberfläche liegen (VIII, 17). Offenbar kann diese Erscheinung nur durch die starke Verästlung der Rindenfasern erklärt werden.

Die Verluste, welche die Gonimonschicht durch das Absterben der Gonidien erleidet, werden durch Neubildung von grünen Zellen im angrenzenden Theil des Markes wieder ersetzt. Die Markschicht selbst aber, deren oberflächlicher Theil fortwährend in Rinde umgewandelt wird, zeigt ein so lebhaftes Dickenwachsthum, dass sie trotz dieser Umwandlung allmählig an Mächtigkeit zunimmt.

4. Die Entwicklung und Vermehrung der Gonidien.

Nachdem die Lagerung und das Absterben der Gonidien bereits im Vorhergehenden besprochen worden, bleibt hier noch die Entwicklung und Vermehrung derselben zu untersuchen übrig. Was zunächst die Entwicklung betrifft, so ist es ein allgemeines Gesetz, dass die Gonidien durch seitliches Auswachsen der Faserzellen entstehen und zwar genau in derselben Weise, wie es bereits im ersten Theil beschrieben wurde. Sie erscheinen daher stets als die Endzellen kurzer, meist zweizelliger Seitensprosse, als kugelförmige grüne Zellen, die in der Regel auf einzelligen Stielen sitzen. Ihr Inhalt besteht aus homogenem oder körnigem, stets gleichmässig tingirtem Protoplasma, aus welchem sich häufig grössere und kleinere, oft sehr zahlreiche Oeltröpfchen ausscheiden.

Die Vermehrung der Gonidien geschieht durch Theilung. Bezüglich der Aufeinanderfolge der Scheidewände und der Gruppirung der Theilzellen müssen folgende Fälle unterschieden werden:

1) Die erste Scheidewand geht durch den Anheftungspunkt der Stielzelle; die beiden folgenden setzen sich gewöhnlich in der Weise an diese erste an, dass die 4 Theilzellen annähernd tetraedrisch gestellt sind. Seltener bilden die secundären Wände mit der primären ein Kreuz, so dass die Theilzellen in dieselbe Ebene zu liegen kommen. Die Theilung schreitet hierauf in den verschiedensten Richtungen des Raumes fort, es bilden sich grössere Gruppen, die oft noch längere Zeit ihre ursprüngliche Kugelform behalten (also wie bei Usnea und der Mehrzahl der strauchartigen Flechten). Hieher gehören: Anaptychia, Parmelia, Imbricaria, Physcia (Körb.), Umbilicaria, Gyrophora, Placodium.

2) Die erste Scheidewand geht durch den Anheftungspunkt der Stielzelle: die weitere Theilung ist von 1) nicht principiell verschieden, nur folgen die Scheidewände weniger rasch nacheinander und sind dabei häufiger so gestellt, dass je 4 zusammengehörige Theilzellen in einer Ebene liegen. Auch verlieren die aus einer Mutterzelle hervorgehenden Gruppen schon sehr früh ihre Kugelform, sie werden unregelmässig-länglich, oft viel länger als breit und bilden alsdann doppelte oder mehrfache Reihen, deren Gliederzahl sich häufig durch wiederholte Theilung in der nämlichen Richtung vermehrt; schon die isolirten Zellen, die sich eben in zwei getheilt haben, sind meist länglich elliptisch. Dazu kommt, dass die älteren Membranen sich gewöhnlich unter Ausscheidung einer mittleren, wasserreicheren Schicht mehr oder weniger verdicken, die Theilzellen daher nach verschiedenen Richtungen ungleich zusammenhängen, so dass ihre Gruppen zuweilen als zickzackförmige oder zu Knäueln verschlungene Ketten erscheinen, die sich durch Zerdrücken oft leicht isoliren lassen. Der ganze Habitus der Gonidien-

gruppen ist eigenthümlich. Hieher gehören: Sticta (pr. p.), Nephroma, Peltigera, Solorina, Pannaria, Micaraea, Lecothecium, Racoblenna, Pterygium und nach neueren Untersuchungen auch Lichina. Bei den 5 letzteren Gattungen bilden die Gonidien oft schöne, vielgliedrige Ketten, bei den ersteren dagegen grössere oder kleinere Gruppen. Die Neigung zur Kettenbildung tritt zum ersten Mal in den blau-grünen Gonidiennestern im Marke von Solorina und bei einzelnen Arten von Pannaria deutlich hervor.

Zwischen 1) und 2) finden sich Uebergänge bei den Gattungen Sticta, Endocarpon, Endopyrenium.

3) Die Gonidien bilden ein getrenntes System von Zellen, ohne genetische Beziehung zu den Fasern (also ohne Stielzellen) und mit selbstständigem Scheitelwachsthum. Das letztere geschieht durch wiederholte Quertheilung der Scheitelzelle. In den Gliederzellen treten in grösserer oder kleinerer Entfernung von der Thallusspitze Längswände auf und in den so gebildeten Theilzellen wieder quer und schief verlaufende Wände. Die spätern Theilungen finden nach verschiedenen Richtungen des Raumes statt und führen zu Gruppen, welche mit denen von Pannaria u. a. übereinstimmen. So bei Ephebe, Gonionema, Spilonema. — Bei der verwandten Gattung Coenogonium beruht die Vermehrung der Gonidien einzig und allein auf Quertheilung und Verästlung.

4) Die erste Scheidewand geht durch den Anheftungspunkt der Stielzelle, ebenso jede folgende Scheidewand. Die Stielzelle verzweigt sich jedesmal nach stattgefundener Theilung dichotomisch, so dass die Theilzellen aller Generationen auf Gabelzweigen sitzen; die successiven Gabelungsebenen schneiden sich rechtwinklig. Zu dieser regelmässigen Verzweigung kommt zuweilen noch eine weitere unregelmässige, wodurch die Zellgruppen ein soredienähnliches Aussehen erhalten. Die Theilung findet bloss nach 2 oder 3 aufeinander senkrecht stehenden Richtungen statt: jede folgende Scheidewand setzt sich rechtwinklig an die vorhergehende an, jede Gabelungsebene steht senkrecht zur anstossenden Scheidewand. Hieher gehören: Omphalaria (Thyrea), Enchylium, Corynophorus, Synalisssa, Psorotichia.

5) Die erste Scheidewand steht senkrecht auf der Verlängerung des Stieles; die folgenden verlaufen mit der ersten parallel, so dass die Theilzellen eine vielgliedrige Kette bilden. Eine Theilung durch Längswände findet nicht statt. Hieher gehören: Mallotium, Leptogium, Collema, Synechoblastus, Lempholemma, Arnoldia, Obryzum.

Die unter 2) bis 5) aufgeführten Flechten besitzen sämmtlich blau grüne oder blassgrüne (durch Phycochrom gefärbte) Gonidien, welche sich überdiess durch eine meist etwas geringere Grösse von den unter 1) erwähnten gelbgrünen Gonidien unterscheiden. Eine scharfe Grenze zwischen diesen beiden Categorien lässt sich übrigens nicht ziehen, da Farbe und Grösse ein ebenso unsicheres Criterium bieten, als die Gruppirungsweise. Es gibt typisch-blaugrüne Gonidien (z. B. bei Heppia), welche die mittlere Grösse der gelb-grünen erreichen, und hinwiederum gelb-grüne (z. B. bei Placodium, Sticta herbacea, einzelnen Imbricarien etc.) deren Durchmesser 10—12 Mik. nicht übersteigt.

Auf der andern Seite vermissen wir namentlich bei Gattungen, in welchen der Uebergang von der blau-grünen zur gelb-grünen Farbe stattfindet, nicht selten die Uebereinstimmung zwischen Farbe und Anordnung. So sind z. B. die Gonidien von *Endocarpon miniatum v. umbilicatum*, obgleich entschieden gelbgrün, ganz nach dem Typus der blau-grünen gruppirt, und auch die übrigen Endocarpon-Arten, sowie *Endopyrenium* und *Catopyrenium*, verhalten sich ähnlich. *Endopyrenium rufescens* (mit gelb-grünen Gonidien) zeigt z. B. genau dieselbe Gruppirung wie *Endocarpon Guepini* (mit typisch-blaugrünen Gonidien). Es sind diess Thatsachen, welche, wie mir scheint, darin ihre Erklärung finden, dass die Veränderungen, welche die Natur der Gonidien in gewissen Formenreihen erleidet, nicht gleichzeitig auf Farbe, Grösse und Anordnung sich ausdehnen, sondern bald in dieser, bald in jener Richtung zuerst bemerkbar werden.

Wenn die Gonidien bloss in Folge theilweiser Trennung der Theilzellen schnurförmige Reihen bilden — gleichviel ob später auch Theilung durch parallele Wände stattfinde oder nicht —, so sind sämmtliche Glieder der Reihe gleichwerthig; so bei *Lecothecium*, *Racoblenna* etc., überhaupt bei den Pannariaceen. Wenn dagegen die kettenförmige Anordnung gleich von Anfang an im Theilungsvorgang begründet ist, so bilden sich einzelne Glieder in eigenthümlicher Weise aus und zwar bei der Mehrzahl der Collemaceen zu farblosen Grenzzellen (wie bei *Nostoc*), bei *Arnoldia* und *Lempholemma* nach stattgefundener Copulation mit Faserästen zu *Copulationszellen* (s. d. Nähere hierüber bei den erwähnten Gattungen).

Der Theilungsprozess wiederholt sich in den successiven Generationen allem Anschein nach ohne bestimmte Grenze. Dabei findet die theilweise oder gänzliche Trennung der Tochterzellen nicht bei irgend einer bestimmten Generation statt, sondern bald früher, bald später, je nachdem die Scheidewände langsamer oder rascher aufeinander folgen. Bei den Gonidienketten trennen sich die einzelnen grünen Zellen gewöhnlich nie vollständig voneinander, sondern bleiben mindestens durch die in eine Spitze ausgezogenen Enden mit den benachbarten in Verbindung. Die Theilung der Ketten geschieht vorzugsweise durch Ablösung der Grenzzellen.

Die Gonidien stimmen in mancher Beziehung und namentlich auch mit Rücksicht auf die Vermehrungsweise so auffallend mit den niedern Algen überein, dass man geradezu sagen kann, die Natur habe hier ein Stück Algenleben zum zweiten Mal zur Erscheinung gebracht. Die blau-grünen Gonidien entsprechen den Chroococcaceen und Nostochaceen, die gelb-grünen den Palmellaceen

Die Membran der Gonidien färbt sich nach Kochen in Kali und Zusatz von Jod in Jodkalium (oder auch Jodtinctur) blau oder violett, während die Fasermembran in der Regel farblos bleibt. Dieselbe Wirkung ruft auch concentrirte Schwefelsäure mit Jodlösung hervor. Durch diese Reaction wird es, wie bereits erwähnt, möglich, die abgestorbenen Gonidien in der Rinde nachzuweisen.

Anmerkung. Ueber die Natur und Vermehrungsweise der Gonidien sind in den neueren lichenologischen Werken zum Theil sehr abweichende Angaben mitgetheilt, bezüglich deren

ich auf die Anmerkungen bei den betreffenden Gattungen verweise. Hier beschränke ich mich darauf, die ausführlichere Darstellung Nylander's in der Einleitung zu seiner „Synopsis methodica Lichenum“ mit einigen Worten zu beleuchten. Nylander unterscheidet zwischen Gonidienzellen und Gonidienkörnern (grains gonidiaux, granula gonima) und rechnet zu den letzteren die blau-grünen Gonidien der Collemen, Pannarien, Lichineen etc. Die Gonidienkörner sollen selbst keine eigene Membran besitzen, sondern zu 1 oder mehreren in den Zellen des Thallus vorkommen, deren Höhlungen sie gewöhnlich genau ausfüllen. Das Thatsächliche, welches dieser Auffassung zu Grunde liegt, ist offenbar das Vorkommen von doppelt conturirten oder gallertartig verdickten Hüllen (Membranen der Mutterzellen), welche die durch zarte Scheidewände getrennten Theilzellen umschliessen. Dass solche Scheidewände wirklich vorhanden sind, lässt sich in vielen Fällen ohne Weiteres direct beobachten, in andern durch genaueres Studium mit Sicherheit nachweisen. Wie übrigens Nylander eine „thallinische Zelle“, welche ein einziges „Gonidienkorn“ einschliesst, von einer wahren Gonidienzelle unterscheidet; wie er sich ferner die Bildung jener zarten gallertartigen Scheidewände erklärt, welche nach seiner Angabe die „Gonidienkörner“ der Pannarien und Collemen voneinander trennen, lässt sich aus seiner Darstellung nicht entnehmen.

Die Gonidienzellen theilt Nylander wieder ein in „gonidies thallines“ und „gonidies hyméniales“, wovon die ersteren in gewöhnliche Gonidien (gonidies ordinaires) und Chrysogonidien (chrysogonidies) zerfallen. Von den gewöhnlichen (gelb-grünen) Gonidien wird angegeben, sie zeigen im Centrum in der Mehrzahl der Fälle einen dichtern Kern, dessen Theilung der Scheidewandbildung vorausgehe. Ich möchte dagegen bezweifeln, ob überhaupt Zellkerne in den vegetativen Zellen der Flechten vorkommen, und behaupte, dass diess jedenfalls in der grossen Mehrzahl der Fälle nicht der Fall ist. — Was man sich unter der zweiten Art von Gonidienzellen, den Chrysogonidien, vorzustellen hat, ob vielleicht gewöhnliche Gonidien mit orangefarbigen Oeltropfen oder irgend etwas Anderes, muss ich dahingestellt sein lassen, da ich die angeführten Flechtenarten, bei denen sie vorkommen, nicht untersucht habe. Ebensowenig kenne ich die „Gonidies hyméniales“, welche bei einigen Verrucarien in die die Schläuche umgebende Gallerte des Thalamiums eingebettet sind, aus eigener Anschauung. Nach der Beschreibung scheint mir indess die Vermuthung gerechtfertigt zu sein, Nylander habe die Zellen der (angeblich fehlenden) Paraphysen für Gonidien angesehen. Doch wäre es auch möglich, dass diese Gebilde mit denjenigen übereinstimmten, welche bei Lecanora Zwackhiana Krplhbr. in parallelen Reihen zwischen den Paraphysen liegen. Hier sind es aber keine Gonidien, überhaupt keine Zellen, sondern körnige, in verdünnten Säuren und Alkalien unlösliche Secretionsprodukte.

5. Die Soredien.

Die Entwicklung der Soredien beruht in der Regel auf den nämlichen Wachsthumserscheinungen, welche bereits im ersten Theil ausführlich beschrieben und abgebildet wurden. Nur ist es wahrscheinlich, dass unter Umständen — wenn nämlich die Gonidien in ein dichtfilziges Gewebe eingesenkt sind — nicht bloss die Verästlungen der Stielzelle, sondern auch die der anliegenden Faserzellen zwischen die Theilzellen eindringen und folglich an der Bildung der Gonidienhüllen Theil nehmen. Die letzteren sind übrigens, wie bei den strauchartigen Flechten, bald dichter, bald lockerer geflochten und im ersteren Falle fibrös oder dünnwandig-parenchymatisch.

Bei den Gattungen mit blau-grünen Gonidien, insbesondere bei Pannaria (P. rubiginosa v. coerulea) bestehen die Soredien fast nur aus Gonidien. Die spärlichen Fasern, welche dazwischen vorkommen, dringen nicht zwischen die

Zellen der letzten Generationen ein, sondern verlaufen, sich vielfach verästelnd, zwischen den gallertartigen Hüllen der Mutterzellen.

Der Durchbruch der Soredien durch die Rinde findet bekanntlich bald an beliebigen Stellen der Oberfläche, bald an den Rändern der Lappen statt. Im letzteren Falle löst sich die obere Rinde oft auf grösseren Strecken von der untern ab und schlägt sich mit ihrem freien Rande nach oben um, so dass die Innenfläche mit den anhängenden Fasern und Soredien nach aussen gekehrt ist, so z. B. bei Sticta aurata, Imbricaria terebrata etc.

Bezüglich der Färbung der Soredien bemerke ich nur, dass dieselbe nicht etwa vom Inhalt der Gonidien herrührt, wie gewöhnlich angegeben wird, sondern von der Natur des Fasergeflechtes oder von der Farbe kleiner Körperchen abhängt, die von den Fasern abgesondert werden. Die Soredien von Parmelia caesia sind z. B. bläulich oder graulich weiss, die Gonidien dagegen gelb-grün, die Soredien von Sticta crocata gelb, die Gonidien blau-grün.

Die Soredien besitzen bekanntlich das Vermögen, das Individuum fortzupflanzen; sie entwickeln sich unter günstigen Bedingungen zu einem neuen Thallus. Bei diesem Vorgange sind indess bloss die Fasern, welche die grünen Zellen umschliessen, nicht — wie man bisher angenommen — diese letzteren selbst, direct betheiligt. Es ist durchaus unrichtig, dass die Gonidien in dieser oder jener Weise in Faserzellen auswachsen und so den Aufbau eines Thallus oder Protothallus einleiten*.

Zur Bildung der Thallusanlage wird oft nur ein winziger Theil des gonidienführenden Fasergeflechtes, z. B. eine einzige grüne Zelle mit ihrer Faserhülle, verwendet. In andern Fällen ist es dagegen eine grössere, auf der Unterlage ausgebreitete Soredienmasse, welche am Rande zu sprossen beginnt und damit von der tiefern Bildungsstufe eines „gonimischen Afterproductes“ sich zur höheren „thallodischer Entwicklung“ erhebt.

6. Der Hypothallus.

Der Hypothallus oder Protothallus spielt bekanntlich in den lichenologischen Werken der ältern und neuern Zeit eine grosse Rolle, insbesondere bei den krustenartigen Flechten. Man pflegt ihn als das erste Product der keimenden Pflanze, als die vorgebildete Unterlage zu betrachten, auf welcher der Thallus sich aufbauen und welche in vielen Fällen auch die Apothecien erzeugen soll.

(*) Gestützt auf diese Thatsache, die ich bereits im ersten Theil, sowie ferner in meinem Vortrag „Ueber den Bau und das Wachsthum des Flechtenthallus“ in der naturforschenden Gesellschaft in Zürich (s. deren Vierteljahrsschrift 1860) hervorgehoben, hat Stizenberger (Versuch zur Bereinigung der Terminologie etc. in Flora 1861 Nr. 13 — 15) für die grünen Zellen der Flechten die Benennung „Chromidia (Farbzellen)“ vorgeschlagen, indem er den Ausdruck „Gonidia“ mit Al. Braun „nur auf erwiesene reproductive Zellen“ anwenden will. Ich habe Nichts dagegen; doch glaubte ich hier, wo es sich in erster Linie um Feststellung der Thatsachen handelt, den alten Namen beibehalten zu sollen.

Diese Anschauungsweise steht indess mit der Wirklichkeit im Widerspruch. Ein Protothallus im angegebenen Sinne des Wortes kommt nur bei einer beschränkten Zahl von Flechten vor; bei allen übrigen sind es morphologisch verschiedene und in keinem Falle praeexistirende Gebilde, meist Anhangsorgane der Lagerunterfläche, für welche diese Bezeichnung gebräuchlich ist. Unter solchen Umständen ist es unerlässlich, die gewohnte Benennungsweise dahin zu verändern, dass man den Ausdruck Protothallus für den dem Worte entsprechenden Begriff reservirt und die hypothallinischen Anhangsgebilde streng davon unterscheidet.

1. Der Protothallus. Ein wahrer Protothallus kommt nur bei Flechten mit krustenartigem oder kleinschuppigem Habitus vor. Er erscheint hier als ein meist gleich in die Augen fallender Saum von verschiedener Breite und Färbung (blau, schwarz, weiss), gebildet von vorherrschend radial verlaufenden, oft confervenartig strahlenden Fasern oder Faserbündeln mit unbegrenztem Scheitelwachsthum. Auf seinem innern Theil entstehen fortwährend junge Thallusanlagen, kleine gonidienführende Schüppchen, die zuerst nur spärlich, dann in grösserer Zahl auftreten und endlich zu einer zusammenhängenden gefelderten oder kleinschuppigen Kruste verschmelzen. So verhalten sich z. B. Rhizocarpon, Lecothecium, Racoblenna (?) und wahrscheinlich auch manche typischen Krustenflechten, worüber im dritten Theil das Nähere mitgetheilt werden soll. Nicht hieher gehören dagegen alle diejenigen Flechten, welche einen gelappten oder effigurirten Thallus (Th. lobatus, sublobatus, radioso-lobatus etc.) besitzen, wie z. B. Pterygium centrifugum Nyl. Amphiloma oreinum Ach., überhaupt solche, bei welchen der Augenschein lehrt, dass sie aus einer einzigen Thallusanlage hervorgegangen, die durch unbegrenztes Marginalwachsthum sich weiter entwickelt. Die einen und die andern voneinander zu unterscheiden, ist namentlich bei dickeren Krusten, wenn anders der Rand deutlich erhalten*, in der Regel nicht schwer.

Der Protothallus ist zweifelsohne das Product der keimenden Spore. Dass auch Soredien ein protothallinisches Fasergeflecht bilden, ist mir aus zwei Gründen nicht wahrscheinlich: 1) weil bei den oben erwähnten Gattungen keine Soredien vorkommen, wenigstens bis jetzt keine beobachtet sind, und 2) weil das Soredium selbst als ein microscopischer Thallus zu betrachten ist, der Protothallus daher zunächst als ein vom Thallus gebildetes, später als Thallus bildendes Organ erscheinen würde, was nicht wohl anzunehmen. Das Dasein eines Protothallus setzt also die Entwicklung aus der Spore voraus. Umgekehrt erzeugt jede keimende Spore, wie wir ganz bestimmt wissen, zuerst einen kleinen Protothallus, einen Vorkeim, auf welchem früher oder später der Thallus angelegt wird. Demzufolge lässt sich der ganze Unterschied zwischen Flechten mit und ohne Protothallus zurückführen auf Dimensionsverhältnisse oder richtiger auf Differenzen im

(*) Leider wurde bis jetzt beim Sammeln von Flechten fast nur auf Exemplare mit Früchten, nicht auf solche mit jugendlichem, lebenskräftigem Rande geachtet. Es ist daher sehr zu empfehlen, in Zukunft auch der Entwicklungsgeschichte des Thallus einige Aufmerksamkeit zuzuwenden.

Vegetationsvermögen. Bei den einen bleibt der Protothallus sehr klein und wird von der einmal gebildeten Thallusanlage sehr bald überwuchert, während die letztere sich unbegrenzt in die Fläche ausdehnt. Bei den andern gestaltet sich das Verhältniss umgekehrt: der Thallus hat ein sehr begrenztes oder sehr langsames Wachsthum, der Protothallus wuchert dagegen üppig fort, um von Zeit zu Zeit neue Thallusanlagen zu erzeugen. Obschon ich diese Grössenverhältnisse bis jetzt nur in ihren Extremen kennen gelernt habe, so zweifle ich doch nicht, dass es unter den Krustenflechten auch solche gibt, bei welchen der Protothallus ein weit ausgebreitetes Fasergeflecht bildet, dem mehrere Thallusanlagen entsprossen, bei welchen aber auch die letzteren ein unbegrenztes oder doch länger andauerndes Marginalwachsthum besitzen und eine beträchtliche Grösse erreichen. Nur dürften in diesem Falle die protothallinischen Fasern in der Regel schwer nachzuweisen sein, da gewöhnlich auch ein starker hypothallinischer Filz zur Entwicklung kommt, der in den systematischen Werken irrthümlich als Protothallus beschrieben wird und den wirklichen Protothallus nicht mehr erkennen lässt.

Mit dieser Auffassung des Verhältnisses zwischen Thallus und Protothallus stimmt denn auch die Thatsache überein, dass bei übrigens nah verwandten Flechten, ja wahrscheinlich sogar unter den Arten der nämlichen Gattung, die einen (z. B. Lecothecium, Pannaria Schaereri?) einen augenfälligen Protothallus besitzen, während er den andern (Pterygium, Pannaria plumbea) fehlt. Es wäre diess kaum zu erwarten, wenn es sich dabei um principielle Differenzen in der Entwicklungsweise handeln würde.

Der Protothallus ist stets gonidienlos, er erzeugt die Gonidien nur zum Behufe der Thallusbildung. Da nun die grünen Zellen wie bei den höheren Pflanzen, so wahrscheinlich auch bei den Flechten die einzigen sind, welche assimiliren, so ist nicht anzunehmen, dass im Protothallus Assimilation stattfinde. Derselbe ist vielmehr darauf angewiesen, die zu seiner Entwicklung erforderlichen Säfte zunächst aus der Spore und später aus den mittlerweile gebildeten Thallusanlagen zu beziehen.

Dass der Protothallus je Apothecien bilde, bezweifle ich sehr. In den mir bis jetzt bekannt gewordenen Fällen, namentlich bei Lecothecium, ist diess entschieden nicht der Fall.

2. Die hypothallinischen Anhangsgebilde. In der Mehrzahl der Fälle wird der Hypothallus oder angebliche Protothallus von den aus der Lagerunterfläche hervorsprossenden Fasern gebildet und ist daher als ein blosses Bekleidungsorgan, als ein Trichomgebilde im Gegensatz zum Thallom zu betrachten. Wenn er bei Pannaria plumbea u. a. unter dem Thallusrande hervorsteht, so beweist das bloss seine üppige Vegetation; die jüngsten Fasern erscheinen auch hier als kleine Ausstülpungen der Rindenzellen oder als wenigzellige Faserfortsätze, die ältern lassen sich häufig von den lebhaft vegetirenden Enden bis zu der der Lagerunterseite aufsitzenden Basis verfolgen.

Die Anhangsorgane der Lagerunterseite bilden übrigens nicht immer einen Hypothallus im Sinne der neueren Autoren; sie erscheinen zuweilen auch nur als ein schwacher Filzüberzug oder bilden isolirte Faserbündel, die oft weit

voneinander abstehen. Diese verschiedenen Erscheinungsformen lassen sich mit Rücksicht auf ihren anatomischen Habitus etwa folgendermassen gruppiren:

a) Haftfasern, die aus einem interstitienlosen Gewebe vorherrschend longitudinal verlaufender Fasern bestehen, an der Oberfläche gewöhnlich etwas dunkler gefärbt und bestimmt abgegrenzt: rhizinae solidae. Kommen vor bei Parmelia, Imbricaria, Anaptychia, Massalongia, Physcia (Körb.) Gyrophora.

b) Haftfasern, die aus einem lockeren, markähnlichen Gewebe vorherrschend longitudinal verlaufender Fasern bestehen, an der Oberfläche ohne bestimmte Abgrenzung und gleichfarbig: rhizinae stuppeae. Nur bei Peltigera und Solorina.

c) Isolirte oder zu wenigen verschmolzene Zellfäden, welche (wie bei höheren Pflanzen die Haare) einen filzigen Ueberzug bilden: tomentum. Bei Sticta, Nephroma, Mallotium, Collema.

d) Isolirte, meist lebhaft vegetirende Zellfäden, die sich zu einem lockeren, oft schwammigen Gewebe verflechten, welches dem Thallus als Unterlage dient: „hypothallus." Bei Pannaria, Placodium, Endopyrenium u. a.

Von einer Entwicklung der Apothecien aus dem Hypothallus kann nach dem Vorhergehenden selbstverständlich nicht die Rede sein.

Anmerkung. Nylander (Syn. p. 11) unterscheidet bloss zwei Hauptformen der „hypothallinischen Schicht, den Hypothallus und die Haftfasern (rhizines). Zu den letztern zählt er sowohl den Faserfilz der Gattungen Sticta und Nephroma, als die soliden Faserbündel der Parmelien. — Von der „hypothallinischen Schicht" wird ganz allgemein ausgesagt, sie entstehe vor den übrigen Schichten des Thallus, von den Rhizinen dagegen (die doch auch dazu gehören), sie bilden sich an der untern Lagerfläche der laubartigen Flechten!

7. Das Flechtenindividuum.

Die Thallusanlagen, welche dem Protothallus entsprossen, sind offenbar gleichwerthige Gebilde, analog den stammbildenden Knöspchen auf dem Vorkeim der Moose. Ob sie eine grössere oder geringere Entwicklungsfähigkeit besitzen, ob sie einzeln oder zu mehreren auf dem Protothallus auftreten, ob sie im letzteren Falle eine zusammenhängende Kruste bilden oder isolirt bleiben, — das Alles ändert Nichts an ihrer morphologischen Bedeutung. Sie sind in all' diesen Fällen die Ausgangspunkte individueller Erscheinungen gleicher Ordnung, und wenn die viellappige Rosette der Parmelien und Imbricarien als Individuum betrachtet wird, so verdienen die Lagerschüppchen von Rhizocarpon und Lecothecium dieselbe Benennung. Diese Ansicht mag auf den ersten Blick etwas gewagt erscheinen, sie wird sich aber von selbst aufdrängen, wenn die die erwähnten Extreme vermittelnden Uebergangsstufen, deren Existenz ich namentlich bei Flechten mit einem „Thallus squamulosus" als sehr wahrscheinlich betrachte, mit Sicherheit nachgewiesen und genauer bekannt sind

So wäre also die Lagerkruste von Lecothecium, Rhizocarpon und andern übereinstimmenden Flechten nicht als einzelnes Individuum, sondern als Colonie

von Individuen zu betrachten, die sowohl morphologisch als physiologisch vollkommen selbstständig sind oder doch sein können. Der Protothallus gleicht hier gewissermassen einem Rhizom, welches zeitlebens unter der Erdoberfläche fortvegetirt, aber mit jedem Jahr secundäre Stammorgane zum Lichte emportreibt, die dann in gesetzmässiger Sprossfolge das vegetabilische Leben zum Abschluss bringen.

Bei der Entwicklung des Flechtenlagers aus Soredien bildet jedes einzelne Soredium, insofern es isolirt auftritt, eine kleine Thallusanlage, folglich den Ausgangspunkt einer neuen individuellen Lebenserscheinung. Es lässt sich denken, dass auch bei dieser Entwicklungsweise zahlreiche gesellschaftlich auftretende Individuen den Eindruck eines Ganzen machen, doch ist mir kein Beipiel dieser Art bekannt. Dagegen kommt es ohne Zweifel sehr häufig vor, dass mehrere in Entwicklung begriffene Soredien miteinander verschmelzen und hierauf zu einer einzigen Thallusrosette heranwachsen.

Betrachten wir die Lebensbewegung der Flechten von der Spore bis wieder zur Spore, so sehen wir dieselbe dreimal auf neue Ausgangspunkte zurücksinken: bei der Thallusanlage, bei der Apothecienanlage und bei der Sporenbildung. Es findet also Generationswechsel oder, wenn man lieber will, Vegetationswechsel statt. Die drei Abschnitte, in welche der ganze Cyclus zerfällt, umfassen beziehungsweise den Protothallus, den Thallus und das Apothecium. Wenn die beiden letzteren, obgleich individuelle Erscheinungen untergeordneter Art, durch vorwiegende Entwicklung selbstständig werden, so betrachtet man sie wohl auch als Individuen schlechthin. Ich erinnere bezüglich der Apothecien (für den Thallus wären Beispiele überflüssig) an solche, welche aus kleinen Thallusschüppchen entstehen, die sie später vollständig überwuchern und verdecken, so dass sie scheinbar ohne begleitende Lagerbildung auftreten; ferner an Calycium, Cyphelium, Coniocybe etc., bei welchen der Thallus gegen die gestielten Apothecien in gleicher Weise zurücktritt, wie in andern Fällen der Protothallus gegen den Thallus. Vielleicht dürfen hier auch die Cladoniaceen als Beispiele angeführt werden, da die Podetien, wie bei den andern Flechten die Apothecien, im Marke der Lagerschüppchen entstehen und hierauf die Rinde durchbrechen, während die Früchte, wie ich vermuthe, durch directe Fortentwicklung der Podetienspitze, und nicht aus neuen Anlagen gebildet werden.

Die Grössenverhältnisse zwischen den drei Vegetationsabschnitten zeigen also alle möglichen Abstufungen; bald ist der Protothallus, bald der Thallus, bald das Apothecium (resp. der Apothecien bildende Spross) vorwiegend entwickelt. Fast ebenso mannigfaltig gestalten sich auch die Zahlenverhältnisse. Der Protothallus kann 1 bis viele Thallusanlagen, jede von diesen 1 bis viele Apothecien bilden, die letzteren erzeugen Hunderte bis Millionen von Sporen. Die Lebensbewegung, die von der Spore ausgeht, kann sich also mit jedem Wechsel der Vegetation vervielfältigen; sie schliesst auch im einfachsten Fall mit einer Vielzahl von Sporen ab, um von diesen aus den nämlichen Kreislauf wieder zu beginnen.

Es ist hier nicht der Ort, an diese Darstellung der Verhältnisse weitere theoretische Betrachtungen anzuknüpfen; ich bemerke nur noch, dass die Flechten

hinsichtlich ihrer Sprossfolge an die Laub- und Lebermoose erinnern, in manchen Fällen jedoch durch grössere Selbstständigkeit des sporenbildenden Sprosses sich auszeichnen.

8. Die körnigen Einlagerungen.

Die körnigen Bildungen, welche durch den Vegetationsprocess der Flechten hervorgebracht werden, bestehen entweder aus oxalsaurem* Kalk, der in selteneren Fällen sogar in regelmässigen Octaedern auftritt, oder sie gehören zu der noch wenig erforschten Gruppe der sogenannten Flechtenstoffe oder Flechtensäuren. Merkwürdiger Weise kommen die einen wie die andern nicht etwa im Lumen der Zellen vor, wie sich nach Analogie der höhern Pflanzen erwarten liesse, sondern an der Aussenfläche der Zellmembran oder — wenn das Gewebe interstitienlos — zwischen den sich berührenden Wandungen. Die Zellhöhlungen enthalten keine körnigen Bildungen.

Das Vorkommen von oxalsaurem Kalk unter körniger oder krystallinischer Form beschränkt sich übrigens, soweit meine Beobachtungen reichen, auf die „heteromerischen" Flechten mit krustenartigem Habitus, in der Reihe der Gattungen und Arten, die in der Folge erwähnt sind, auf Placodium und Endocarpon monstrosum (Schaer.) Mass. Bei den übrigen finden sich entweder keinerlei körnige Einlagerungen oder ausschliesslich die oben erwähnten Flechtenstoffe. Letztere lassen sich mit Rücksicht auf ihre Farbe und ihr Verhalten gegen Kali, in welchem sie sich sämmtlich mehr oder minder leicht lösen, etwa in folgender Weise gruppiren:

1) Farblose Körperchen, bilden mit Kali eine farblose Lösung. In der obern Rinde von Placodium, im Marke von Peltigera, Solorina saccata, Sticta u. a.
2) Gelbe Körperchen, bilden nach Erhitzen mit Kali eine farblose Lösung, Im Marke und in den Soredien von Sticta aurata, in der Rinde von Cetraria straminea u. a.
3) Gelb oder roth gefärbte Körperchen, bilden nach Zusatz von Kali (wenn man in der umgebenden Flüssigkeit eine schwache Strömung hervorruft) rothe oder violette Wolken. An der Oberfläche von Physcia parietina, im Marke von Solorina crocea (s. d.).

Auf eine genauere Untersuchung dieser verschiedenen körnigen Bildungen glaubte ich vor der Hand um so eher verzichten zu dürfen, als dieselbe auf microchemischem Wege doch nicht zu einem befriedigenden Abschlus gebracht werden könnte.

Anmerkung. Unter den körnigen Bildungen, welche im Flechtenthallus vorkommen, erwähnt Nylander auch die Stärkekörner; er sagt (Syn. p. 50) wörtlich: „le dernier

(*) Dass die an Kalk gebundene Säure immer Oxalsäure sei, kann ich übrigens keineswegs verbürgen. Thatsache ist nur, dass die betreffenden körnigen Bildungen sich in verdünnten Säuren ohne Gasentwicklung lösen und dass die chemische Analyse in den incrustirten Geweben Oxalsäure nachgewiesen hat.

(l'amidon), je dois le dire, se rencontre aussi dans les Lichens (bien que très rarement) à l'état de grains lenticulaires assez gros, dispersés dans les tissus, surtout des espèces crustacées." Ich gestehe, dass ich die Richtigkeit dieser Angabe sehr bezweifle. Einerseits ist nicht wohl anzunehmen, dass „ziemlich grosse" Körner in den sehr kleinen Zellen der Krustenflechten vorkommen, und andererseits ist es im höchsten Grade unwahrscheinlich, dass Stärkekörner auch ausserhalb der Zellen sich bilden können.

Das Vorkommen des oxalsauren Kalkes betreffend, bemerkt Nylander, derselbe finde sich wahrscheinlich bei allen Flechten (pag. 4) und sei an der octaedrischen Form der Krystalle leicht zu erkennen (p. 50). Mir war es bis jetzt nicht vergönnt, octaedrische Krystalle bei einer grössern Zahl von Flechten zu beobachten, und ich zweifle nicht, dass Nylander, welcher pag. 48 von kleinen unregelmässigen Körperchen spricht, welche in grosser Zahl im Marke der Krustenflechten vorkommen und nach Zusatz von Schwefelsäure sich in nadelförmige Krystalle umwandeln, den oxalsauren Kalk auch in der jedenfalls gewöhnlicheren Körnerform gesehen, aber nicht erkannt hat. Wie er trotzdem das Vorkommen des oxalsauren Kalkes in Krystallform ein allgemeines nennen und dasselbe sogar als Criterium der Flechten im Gegensatz zu den Pilzen anführen kann, ist mir unbegreiflich. Ich glaube versichern zu dürfen, dass die Gallertflechten und ebenso die laub- und strauchartigen Flechten weder Krystalle noch Körner von oxalsaurem Kalk enthalten.

9. Wachsthum der Membranen.

Ueber das Wachsthum der geschichteten vegetabilischen Gebilde gehen bekanntlich die Ansichten immer noch weit auseinander. Die einen erklären dasselbe durch Auflagerung neuer Schichten auf die bereits gebildeten (Apposition), die andern durch Einlagerung von Substanz und Wasser in die schon vorhandene Masse (Intussusception). Für die Stärkekörner scheint mir freilich die Streitfrage durch die scharfsinnigen Untersuchungen Nägeli's zu Gunsten der Intussusception entschieden; was dagegen die Membranen betrifft, so bleiben anatomische Thatsachen, die über das Wachsthum derselben Aufschluss geben, wenn sie auch mit bereits erwähnten in dieselbe Kategorie gehören, immer noch erwähnenswerth.

1) Die Membranen der Faserzellen erscheinen bei mässiger Verdickung durchgehends homogen; bei stärkerer beobachtet man dagegen häufig eine mittlere wasserreichere Zone zwischen einer innern und einer äussern dichten. Wo immer eine solche Schichtung deutlich hervortritt, ist die innerste, unmittelbar an den Primordialschlauch grenzende Schicht stets eine dichte, nie eine weiche. Es kann daher nicht angenommen werden, dass die mittlere weiche Schicht durch Anlagerung von innen sich gebildet habe und später von einer dichten bedeckt worden sei; sie muss vielmehr durch Wachsthumserscheinungen im Innern der Membran entstanden sein.

2) Bei den Gonidienmembranen der Omphalarien lässt sich das Auftreten einer mittleren weichen Schicht zwischen zwei dichten deutlich verfolgen. Die innere dichte Schicht spaltet sich nach stattgefundener Theilung der Zelle, die sie umschliesst, wieder in zwei dichte, die durch eine wasserreichere voneinander getrennt sind. Während die Theilung der Gonidien und die Spaltung der die Theilzellen umschliessenden Schichten so fortschreitet, nehmen die peripherischen dichten Schichten an Umfang zu und an Dicke ab, bis sie endlich vollständig in weiche Substanz oder Gallerte übergeführt sind.

3) Da die Gonidienketten sich unbegrenzt verlängern und oft nachweisbar aus Hunderten von Gliedern bestehen, so müssen auch die peripherischen Schichten ihrer gallertartigen Hüllen sich unbegränzt in die Länge ausdehnen, wobei indess der Umfang derselben nur wenig oder auch gar nicht zunimmt. Nach der Appositionstheorie kann diese Verlängerung, da der Zellinhalt hydrostatisch wirkt, nur durch die ungleiche Cohäsion der Membrantheilchen in der Längs- und Querrichtung erklärt werden. Eine solche Ungleichheit ist jedoch bei der gallertartigen Beschaffenheit der Hülle, die sich gegen polarisirtes Licht, wie ein einfach brechendes Medium verhält, im höchsten Grade unwahrscheinlich.

4) Die Verwandlung der äussern Membranschichten in eine gelatinöse Pulpa ist eine Erscheinung, die nur durch die Annahme einer Einlagerung von Wasser, verbunden mit Veränderungen in der Molecularconstitution, die diese Einlagerung gestatten, auf befriedigende Weise erklärt werden kann.

10. Verhalten der Membranen gegen chemische Reagentien.

Ich theile hierüber folgende, gelegentlich gemachte Beobachtungen mit.

1) Bei manchen Gattungen kommen Stellen im Gewebe vor, welche nach Zusatz von Jodlösung eine schwach blaue Farbe annehmen. Die Färbung der Schläuche und der grosszelligen Fasern im Hypothecium, aus welchen sie entspringen, ist bekannt. Nach Erhitzen in verdünnten Säuren tritt die Färbung entschiedener und auch an Stellen hervor, wo sie vorher nicht bemerkbar war. (Bei Phylliscum endocarpoides färben sich die Gonidienmembranen in Jodlösung oft schön violett oder braun-violett.)

2) Nach Erhitzen in Kali und Zusatz von Jod in Jodkalium (oder auch Jodtinctur) färben sich die Gonidienmembranen intensiv blau oder blau-violett, jedoch nur bei Flechten mit gelb-grünen Gonidien. Die Membranen der blau-grünen Gonidien bleiben farblos. — Eine Ausnahme bildet die ganze Gruppe der Ephebaceen: Ephebe, Spilonema, Gonionema, welche eine schön blaue Färbung zeigen.

3) Mit concentrirter Schwefelsäure und Jodlösung färben sich die Membranen der gelb-grünen Gonidien intensiv blau (heller als im vorhergehenden Fall), die der blau-grünen bleiben farblos oder erscheinen schwach bläulich*.

(*) Eine deutlich blaue Färbung zeigten ausnahmsweise die Gonidienmembranen bei Psorotichia murorum und Ephebe pubescens. Ob bei den übrigen Gattungen mit blau-grünen Gonidien die innerste dichte Membranschicht, welche bei isolirten Theilzellen als deren besondere Membran erscheint, gefärbt oder ungefärbt sei, ist bei der geringen Dicke derselben in manchen Fällen zweifelhaft. Sicher ist, dass die dicken gallertartigen Hüllen sich nicht färben. —

Was die Gattungen betrifft, welche — wie Sticta, Pannaria und Endocarpon — den Uebergang von der blau-grünen zur gelb-grünen Farbe vermitteln, so sind hier die

Die Fasermembran zeigt bei verschiedenen Gattungen ein abweichendes Verhalten:

a) sie bleibt von der ersten Einwirkung der Säure bis zur vollständigen Auflösung farblos oder nimmt höchstens einen äusserst schwachen bläulichen Ton an. So z. B. bei Parmelia stellaris, Umbilicaria pustulata, Gyrophora cylindrica, Endocarpon Guepini, Catopyrenium cinereum.

b) sie bleibt bei schwacher Einwirkung der Säure farblos, wird bei stärkerer Concentration gelblich, braun-gelb, oft tief-braun*, und entfärbt sich vor der Auflösung wieder. In diesem letztern Stadium beobachtet man hie und da einen bläulichen Ton. So bei Hagenia ciliaris, Parmelia aquila, Peltigera canina und polydactyla, Solorina crocea, Nephroma arcticum, Cladonia rangiferina (stellenweis deutlich violett).

Eine entschieden blaue Färbung der Fasermembran durch vorhergehende Behandlung mit geeignet scheinenden Reagentien hervorzurufen, ist mir nicht gelungen. Sowohl Maceriren mit Kalilösung oder Salpetersäure, als wiederholtes Erhitzen mit verdünnter Salzsäure, mit Weingeist und Aether blieben ohne Erfolg**.

4) Kupferoxydammoniak löst die Membran nicht auf, sondern verursacht höchstens ein sehr schwaches Aufquellen derselben.

11. Bemerkungen zur Systematik.

Es unterliegt wohl keinem Zweifel, dass eine naturgemässe Eintheilung der Flechten, insbesondere der laub- und gallertartigen, ohne Berücksichtigung der anatomischen Verhältnisse des Thallus unmöglich ist. Wenn auch im Allgemeinen feststeht, dass die Eigenthümlichkeiten der verschiedenen Typen sich in übereinstimmender Weise in den vegetativen wie reproductiven Geweben aussprechen,

---

unter 2) und 3) angegebenen Reactionen oft unentschieden. Eine sehr schöne blaue Färbung beobachtete ich bei Endocarpon miniatum und Pannaria hypnorum, eine viel schwächere oder auch gar keine bei Endopyrenium rufescens und Catopyrenium cinereum, ferner bei allen Sticta-Arten mit kugeligen Gonidien (Ricasolia Nyl. und Sticta Nyl.). Es sind diess alles Flechten, deren Gonidien zwar gelbgrün oder doch blass-grün aussehen, möglicher Weise aber doch durch Phycochrom gefärbt sind.

(*) Dieses mittlere Stadium der Einwirkung, die braune Färbung der Membran, hatte ich früher nicht beobachtet. Ich hielt daher die Angabe Speerschneider's, der dieselbe in seiner Abhandlung über Hagenia ciliaris (Bot. Zeit. 1854 p. 593) erwähnt, für unrichtig, indem ich glaubte, sie beruhe auf einer Verwechslung des durch Jod braun gefärbten Inhaltes mit der Membran. Seitdem habe ich mich überzeugt, dass Speerschneider in diesem Punkte richtig beobachtet hatte.

(**) Nach diesen Erfahrungen erscheint es mir sehr wahrscheinlich, dass das verschiedene Verhalten der Membranen gegen Reagentien durch die Verschiedenheit der Molecularconstitution oder auch der chemischen Zusammensetzung bedingt wird, und dass die Einlagerung „incrustirender Substanzen" bloss modificirend auf die schon ursprünglich abweichenden Eigenschaften der Membranen einwirkt.

folglich carpologische und Thallusmerkmale sich gegenseitig unterstützen, so kommt es doch nicht selten vor, dass die letztern gewisse Uebergänge und Verwandtschaftsbeziehungen entschiedener andeuten als erstere und daher in manchen zweifelhaften Fällen den Ausschlag geben.

Unter den Charakteren, welche der Thallus bietet, sind vor Allem hervorzuheben die Berindung und die Theilungsweise der Gonidien, dann die Natur des Thallusgewebes und der hypothallinischen Fasern, die Vertheilung und Farbe der Gonidien und die Wachsthumsweise. Ich habe es in der Zusammenstellung der Gattungen (s. die nächste Nummer) versucht, die in der Folge besprochenen Flechten nach den eben erwähnten Merkmalen möglichst naturgemäss zu gruppiren und insbesondere die verschiedenen Typen, seien es nun Genera oder Familien, scharf voneinander abzugrenzen. Unter Bezugnahme auf diesen Versuch beschränke ich mich hier auf einige Bemerkungen über die natürliche Verkettung der Gattungen.

Die grössere Zahl der aufgeführten Gattungen lässt sich in eine ununterbrochene Reihe bringen, in welcher jede folgende sich ungezwungen an die vorhergehenden anschliesst. Geht man von Anaptychia aus, welche den Uebergang zu den strauchartigen Formen vermittelt, so folgen nacheinander die übrigen Gattungen der Parmelieen: Parmelia, Physcia, Imbricaria. An diese reihen sich durch Vermittlung von Sticta herbacea, pallida, dissecta und der übrigen Arten, die zu den Nylander'schen Gattungen Ricasolia und Sticta gehören, die Genera Sticta und Nephroma, beide zum Theil mit typisch-blaugrünen Gonidien und unter sich vollkommen übereinstimmend. Folgen nun, um die Reihe der allseitig umrindeten Flechten nicht zu unterbrechen, zunächst die Pannarien, an welche die übrigen als Pannariaceen aufgeführten Gattungen sich anschliessen. Zwischen Sticta und Pannaria fehlt allerdings ein vermittelndes Glied; doch stehen P. plumbea und einige ausländische Arten, z. B. Coccocarpia aurantiaca, den Sticten nicht sehr ferne, während andererseits P. hypnorum durch die gelb-grüne Farbe der Gonidien auf die Parmelieen zurückdeutet. Von den Gattungen Lecothecium, Racoblenna, Micaraea und Pterygium ist der Uebergang zu den Gallertflechten, was das Gewebe und die Anordnung der Gonidien betrifft, ein allmähliger zu nennen. Sowohl die Collemaceen mit ihren drei nahe verwandten Familien: Leptogieen, Collemeen, Arnoldieen, als die Omphalariaceen mit den Gattungen Omphalaria, Enchylium und den verwandten schliessen sich unmittelbar an diese Repräsentanten der Pannariaceen an (wie mir scheint leichter oder doch eben so leicht, als die eine Abtheilung an die andere). Nur bei der Theilung der Gonidien kommt plötzlich, wenigstens bei den Collemaceen, ein anderes Gesetz zur Geltung.

Von dieser Reihe zweigen sich an mehreren Punkten kleinere ab, deren Endglieder nach keiner Seite hin nähere Beziehungen verrathen. So von den Sticteen die Peltideaceen: Peltigera und Solorina, ausgezeichnet durch den Mangel der untern Rinde (Nephroma ist eine Sticta mit Peltideenfrucht); von den Parmelieen die Placodien, die Endocarpeen mit den Endopyrenieen und die Umbilicarieen. Bei den zwei letztern Zweigreihen fehlen indess die

Uebergangsglieder; sie müssen als abgeschnittene Posten betrachtet werden, die möglicher Weise auch an ganz andern Stellen, als den angedeuteten, ihre Ausgangspunkte hatten.

Eine ziemlich isolirte Stellung nimmt die Gattung Heppia ein. Während die in den Thallus eingesenkten Apothecien auf eine Verwandtschaft mit Solorina hindeuten, stimmen die anatomischen Verhältnisse mehr mit denjenigen der Pannarien überein.

Ueberblicken wir jetzt die Haupt- und Nebenreihen noch einmal mit Rücksicht auf die Farbennüance der Gonidien, so erscheint die blau-grüne Farbe als die entschieden vorwiegende. Gelb-grün sind bloss die Parmelieen mit den angenommenen Zweigreihen, die krustenartigen Placodieen und einzelne Repräsentanten der Sticteen, alle übrigen blau-grün. Von den Placodieen geht die gelbgrüne Reihe zu den eigentlichen Krustenflechten über, wo sie sich über den ganzen Formenkreis ausbreitet, während sie nach oben die sämmtlichen strauchartigen Flechten, Lichina ausgenommen, umfasst. Das Verhältniss der beiden Farben gestaltet sich also, wenn man das ganze Flechtengebiet überschaut, gerade umgekehrt als bei den Laub- und Gallertflechten. Das freundliche Gelbgrün zieht sich von den untersten Krusten durch alle Stufen hindurch bis hinauf zu den ellenlangen Usneen, während das veränderliche Blau-grün auf eine relativ kurze Nebenreihe beschränkt ist, die sich mit ihrem einen Endgliede (den Sticten) an die Parmelieen anlehnt, während sie mit dem andern (den Collemen) weit von den übrigen Flechten absteht.

Dass die Farbe der Gonidien für die systematische Betrachtung der Flechten keineswegs ohne Bedeutung ist, muss bei der ausserordentlichen Constanz des Merkmals Jedermann einleuchten; dass sie aber auch mit andern Eigenthümlichkeiten bei übrigens verwandten Flechten in innerem Zusammenhange steht, beweisen gerade die drei Ausnahmen, welche bei den Gattungen Pannaria, Sticta und Endocarpon vorkommen. P. hypnorum ist unter sämmtlichen Arten der Gattung die einzige, bei welcher die Gonimonschicht (wie bei den Parmelien) die Innenseite des Excipulums auskleidet und sich auf Schnitten, die nicht genau durch die Mitte gehen, ununterbrochen unter dem Hypothecium hinwegzieht. Ebenso deuten bei Sticta, ausser der Farbe der Gonidien, auch der anatomische Habitus des Rindengewebes, das Vorkommen oder Fehlen der Cyphellen, die mehr oder weniger freie Entfaltung des Lagers etc. darauf hin, dass wir es hier mit einer Formenreihe zu thun haben, in welcher mancherlei Gegensätze ihre Vermittlung finden. Endlich zeigt auch Endocarpon Guepini in seinem anatomischen Verhalten manches Eigenthümliche. — Dass übrigens die nämlichen Verschiedenheiten der Farbe auch bei den Algen vorkommen und hier schon längst ihre systematische Verwerthung gefunden haben, ist bekannt*.

(*) Es dürfte nicht ganz überflüssig sein, noch besonders hervorzuheben, dass die Farbe der Gonidien nicht etwa als ein mit den mancherlei Farbenverschiedenheiten des Thallus gleichwerthiges Merkmal zu betrachten ist. Die Farbe des Thallus wird von sehr verschiedenen Factoren bedingt, bald von der Färbung der Zellmembran durch einen eingelagerten

Die Berindung und Consistenz des Thallus betreffend, begegnen wir zweierlei Uebergängen: einmal einem allmähligen Verschwinden der untern Rinde bei den Placodieen und Endopyrenieen, wo unterseits zuweilen nur ein braunes Fasergeflecht, keine eigentliche Rinde, zur Entwicklung kommt, ferner bei Sticta amplissima, welche in dieser Beziehung den Uebergang zu den nur oberseits berindeten Peltideaceen bildet; sodann zweitens einem Uebergang zum durchgehends interstitienlosen Parenchym bei den Pannariaceen, welche ihrerseits wieder mit einzelnen Repräsentanten der Collemaceen und Omphalariaceen übereinstimmen und dadurch die Verbindung mit den typischen Gallertflechten herstellen.

So liefert also die genauere Kenntniss des Thallus auch in systematischer Beziehung schätzbare Anhaltspunkte, welche die mannigfachen Verwandtschaftsbeziehungen der Flechtentypen genauer zu verfolgen und in weit höherem Grade als der blosse äussere Habitus ein wirklich natürliches System aufzustellen und mit der Zeit immer mehr zu vervollkommnen gestatten.

Farbstoff, bald von körnigen Excretionsstoffen, die im Gewebe zerstreut sind, bald von der in den Zellen und Interstitien enthaltenen Luft, bald auch von der durchschimmernden Gonimonschicht u. s. w. Alle diese Factoren sind offenbar von sehr untergeordneter physiologischer Bedeutung: die Farbenverschiedenheiten, die sie bedingen, könnten etwa mit der verschiedenen Färbung des Kernholzes unserer Bäume oder auch der Blätter höherer Pflanzen verglichen werden.

Ganz anders verhält es sich mit der Farbe der Gonidien. Die Gonidien vermitteln eine der wichtigsten Functionen des Lebens, sie sind die assimilirenden Organe der Flechten. Wo aber im Pflanzenreich Assimilation stattfindet, steht damit die Bildung eines bestimmten Farbstoffes, und zwar innerhalb gewisser Grenzen des nämlichen, im innigsten Zusammenhang. Bei den Diatomaceen ist dieser Farbstoff Diatomin, bei den Nostochaceen und Chroococcaceen Phycochrom, bei den Florideen und einigen andern Algen ein mit Chlorophyll verwandter rother Stoff, bei der grossen Mehrzahl der Pflanzen Chlorophyll. Jeder von diesen Stoffen characterisirt eine grössere oder kleinere, und zwar immer sehr natürliche Abtheilung des Gewächsreiches. Wenn nun zwei derselben, Chlorophyll und Phycochrom, auch bei den Flechten vorkommen, warum sollten sie hier eine geringere systematische Bedeutung haben?

12. Zusammenstellung der Gattungen.

I. Parmeliaceae.

Thallus allseitig berindet, unterseits mit einzelnen Fasern (Hypothallus, Filzfasern) oder mit soliden Fasersträngen (Haftfasern) besetzt.

1) *Parmelieae.* Gonidien gelb-grün, Lagerunterseite mit Haftfasern.

Anaptychia, Tornabenia. Rindenschicht von beträchtlicher Dicke, mit unregelmässigem Innenrand, unterseits öfters unterbrochen, aus langzelligen vorherrschend longitudinal verlaufenden Fasern bestehend, im Habitus fibrös. Mark häufig mit soliden Strängen.

Parmelia. Obere Rinde von beträchtlicher Dicke, mit unregelmässigem Innenrand, dünnwandig-parenchymatisch, aus vorherrschend senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Fasern bestehend. Untere Rinde fibrös (nur der braune Rand zuweilen parenchymatisch), von sehr ungleichmässiger Dicke, mit vorherrschend longitudinalem Faserverlauf.

Imbricaria. Rindenschicht verhältnissmässig dünn, kurzzellig-fibrös, aus vorherrschend senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Fasern bestehend.

Physcia. Obere und untere Rinde dünnwandig-parenchymatisch. Zuweilen auch mit parenchymatischem Marke.

2) *Placodieae.* Gonidien gelb-grün, Lagerunterseite mit schwammigem Hypothallus.

Placodium. Obere Rinde kurzzellig-fibrös, mit senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Fasern. Untere Rinde bald wie die obere, bald auf ein verworrenes vom Marke nicht deutlich abgegrenztes Fasergeflecht von sehr geringer Dicke beschränkt.

3) *Sticteae.* Gonidien blau-grün oder gelb-grün, Lagerunterseite mit Filzfasern.

Sticta. Rindenschicht parenchymatisch oder fibrös. Lagerunterseite mit Cyphellen oder weissen Flecken.

Stictina. Gonidien blau-grün, in Gruppen mit gemeinsamen Hüllen.
Ricasolia. Gonidien gelb-grün, kugelig, ohne gemeinsame Hüllen.

Nephroma. Rinde parenchymatisch. Von der vorhergehenden Gattung anatomisch nicht verschieden.

II. Peltideaceae.

Thallus nur auf der obern Seite berindet; Lagerunterseite mit isolirten Fasern oder locker geflochtenen Faserbündeln („filzig oder faserig“).

4) *Peltigereae.* Gonidien blau-grün. Lagerunterseite filzig oder faserig.

Peltigera. Rinde parenchymatisch. Gonidien nur im obern Theil des Markes, eine Zone von ziemlich gleichmässiger Breite bildend. Markfasern dünnwandig, an der untern Lagerfläche gewöhnlich zu anastomosirenden Bündeln (Adern) locker verflochten. Unterseits durchgehends unberindet.

Solorina. Rinde parenchymatisch, mit senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen. Gewöhnlich mit Gonidiennestern unterhalb der eigentlichen Gonimonschicht. Auf der Unterseite an den den Apothecien entsprechenden Stellen berindet. Im Uebrigen wie Peltigera.

III. Umbilicariaceae.

Thallus ober- und unterseits berindet, mittelst einer Haftscheibe befestigt, unterseits nackt oder mit Haftfasern, nie filzig. — Habituell sehr ausgezeichnet.

5) *Umbilicarieae.* Gonidien gelb-grün; Lagerunterseite mit grössern oder kleinern Unebenheiten, zuweilen mit Haftfasern.

Umbilicaria. Rinde parenchymatisch, mit senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen, unterseits in den den blasigen Auftreibungen der Oberfläche entsprechenden Gruben fibrös oder unterbrochen. Thallus einblättrig, auf der Unterseite mit kleineren Unebenheiten, weder filzig noch faserig.

Gyrophora. Obere Rinde parenchymatisch oder fibrös, im erstern Falle mit senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen. Untere Rinde fibrös, von sehr ungleichmässiger Dicke, oberflächlich glatt oder unregelmässig zackig, zuweilen mit Haftfasern.

IV. Endocarpaceae.

Thallus ober- und unterseits berindet, mit oder ohne Haftscheibe, unterseits glatt oder mit lockerem Faserfilz (Hypothallus), nie mit Haftfasern. Gonidien gelb-grün, nur bei Endocarpon Guepini blau-grün.

6) *Endocarpeae.* Thallus laubartig, mittelst einer Haftscheibe auf der Unterlage befestigt; unterseits glatt, selten filzig.

Endocarpon. Rinde parenchymatisch, mit senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen.

7) *Endopyrenieae.* Thallus krustenartig, ohne Haftscheibe, unterseits filzig.

Endopyrenium. Catopyrenium. Obere Rinde parenchymatisch, mit senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen; untere Rinde bald parenchymatisch, bald fibrös, meist ohne scharfe Abgrenzung nach innen. Mark dünnwandig-fibrös, zuweilen locker-parenchymatisch.

Placidium. Lenormandia. Obere Rinde parenchymatisch, ohne ausgesprochene Reihenbildung, bis zur Oberfläche farblos (nicht braun gefärbt). Untere Rinde nur stellenweise entwickelt und dann fibrös mit engen Zellhöhlungen und vorherrschend longitudinalem Faserverlauf. — Im microscopischen Habitus von den vorhergehenden Gattungen auffallend verschieden.

V. Pannariaceae.

Thallus bald laubartig und dann allseitig umrindet (unterseits wenigstens abgegrenzt), bald strauchartig oder krustenartig und dann durchgehends interstitienlos. Gonidien blau-grün, öfters zu scheinbaren Ketten gruppirt, auf der Lichtseite des Thallus eine breite, meist weit über die Mittellinie vorspringende Zone bildend, zuweilen fast gleichmässig auf die ganze Dicke der Markschicht vertheilt. Lagerunterseite mit oder ohne Hypothallus. — Bilden den Uebergang zu den eigentlichen Gallertflechten.

8) *Pannarieae.* Gonidien blau-grün, nur bei *P. hypnorum* gelbgrün, in Gruppen, welche durch Theilung nach verschiedenen Richtungen des Raumes entstehen, zuweilen mit gallertartig verdickten Membranen. — Durch die Vermehrungsweise der Gonidien von den Collemaceen und Omphalariaceen verschieden*.

* Gymnocarpi. Thallus laub- oder krustenartig.

Pannaria. Obere Rinde parenchymatisch. Mark dünnwandig-fibrös, im untern Theil gonidienlos. Untere Rinde bald parenchymatisch, bald fibrös, aus dünnwandigen, vorherrschend longitudinal verlaufenden Fasern bestehend.

Micaraea. Thallusschüppchen durch und durch parenchymatisch. Gonidien ziemlich gleichmässig auf den ganzen Durchmesser vertheilt. Ohne Hypothallus.

Lecothecium. Thallusschüppchen maschig-parenchymatisch, in den Maschen gonidienführend. Gonidien in Gruppen oder durch theilweise Trennung in vielgliedrigen Ketten. Mit einem wahren Protothallus.

(*) Eine weiter gehende Eintheilung der Pannarieen ist ohne Herbeiziehung der carpologischen Merkmale nicht wohl möglich, da bei den krustenartigen Formen, deren Lager aus kleinen corallinischen Schüppchen besteht, weder von bestimmten Wachsthumstypen, noch von irgend einer Differenzirung der Gewebe die Rede sein kann. Es fehlen sogar die Anhaltspunkte, um die verschiedenen Gattungen scharf und sicher von einander zu unterscheiden.

Racoblenna. Thallusschüppchen maschig-parenchymatisch, in den Maschen gonidienführend. Gonidien in Gruppen oder durch theilweise Trennung in vielgliedrigen Ketten. Lagerkruste rissig-gefeldert.

Pterygium. Lagerkruste körnig-schuppig, am Rande radial gefurcht und effigurirt. Im Uebrigen wie Racoblenna.

* * *

Heppia. Thallus durchgehends parenchymatisch oder im mittleren Theil dünnwandig-fibrös, mit senkrecht von unten nach oben verlaufenden Fasern. Unterseits stets deutlich abgegrenzt, oft mit schön-parenchymatischer Rinde. Gonidien meist ziemlich gleichmässig durch die ganze Markschicht zerstreut, seltener im oberen Theil entschieden vorwiegend.

* * Angiocarpi. Thallus strauchartig.

Lichina. Thallus berindet mit Gonidienketten (s. den ersten Theil). Bildung der letzteren wie bei Racoblenna.

VI. Ephebaceae.

Thallusspitzen (resp. Thallusfäden) aus einer einzigen von Fasern umschlossenen Gonidienreihe gebildet; letztere mit selbstständigem Scheitelwachsthum durch wiederholte Quertheilung der Endzelle.

9) *Ephebeae.* Aelterer Thallus ein interstitienloses Filzgewebe mit eingebetteten Gonidien in rundlichen, von Fasern durchflochtenen Gruppen.

* Angiocarpi.

Ephebe. Thallus rindenlos; Gonidien vorzugsweise im peripherischen Theil.

* * Gymnocarpi.

Spilonema. Thallus wie bei Ephebe.

Gonionema. Thallus wie bei Ephebe.

10) *Coenogonieae.* Thallusfäden zeitlebens aus einer einzigen, confervenartigen Gonidienreihe bestehend, welche von feinen, vorherrschend longitudinal verlaufenden Fasern (gewöhnlichen Flechtenfasern) umsponnen erscheint.

Coenogonium. Thallusfäden zu einem lockern, im Gesammtumriss fächerförmigen Filzgewebe verflochten.

VII. Collemaceae.

Thallus durchweg interstitienlos, meist mit gallertartig verdickten und zu einer homogenen Pulpa verschmolzenen Zellmembranen oder äussern Membran-

schichten. Gonidien gleichmässig durch die ganze Markschicht zerstreut oder doch symmetrisch zu beiden Seiten der Mittellinie, in vielgliedrigen, durch wiederholte Theilung in derselben Richtung gebildeten Ketten.

11) *Leptogieae.* Thallus beiderseits berindet. Rinde parenchymatisch. Gonidienketten mit Grenzzellen.

* Gymnocarpi.

Leptogium. Lagerunterseite glatt.

Mallotium. Lagerunterseite filzig.

* * Angiocarpi.

Obryzum. Thallus wie bei Leptogium.

12) *Collemeae.* Thallus beiderseits rindenlos. Gonidienketten mit Grenzzellen.

Collema.

Synechoblastus.

13) *Arnoldieae.* Thallus beiderseits rindenlos. Gonidienketten mit Copulationszellen, zuweilen überdiess mit Grenzzellen.

Arnoldia (Plectospora).

Lempholemma.

VIII. Omphalariaceae.

Gonidien in kugeligen Gruppen mit dichotomisch verzweigten Stielen, gebildet durch abwechselnde Theilung nach zwei oder drei senkrecht sich kreuzenden Richtungen. Im Uebrigen wie die Collemaceae.

14) *Omphalarieae.* Thallus beiderseits rindenlos.

* Gymnocarpi.

Omphalaria (Thyrea).

Enchylium (Corynophorus, Synalissa).

Psorotichia.

* * Angiocarpi.

Phylliscum. Thallus fibrös, nicht immer interstitienlos, ohne „intercellulare" Pulpa. Gonidien meist mit deutlich geschichteter Membran, ohne gemeinsame Hüllen.

Anaptychia. Tornabenia.

Wenn man die zahlreichen Arten der alten Gattung Parmelia auf die nachfolgend characterisirten neueren vertheilt, so bleiben einige wenige übrig, welche mit keiner derselben vereinigt werden können, die aber unter sich eine sehr ausgesprochene natürliche Verwandtschaft zeigen. Die einen stimmen überdiess so auffallend mit Hagenia ciliaris überein, dass ich keinen Augenblick zögerte, sie schon im ersten Theil als zum Typus Hagenia gehörig aufzuführen; die andern, obwohl übrigens sehr nahe verwandt, glaubte ich wegen der allseitigen Umrindung des Thallus als besondern Typus aufstellen zu müssen. Nachdem sich nun aber durch die seither angestellten Untersuchungen herausgestellt hat, dass eine scharfe Grenze zwischen allseitiger und theilweiser Berindung nicht gezogen werden kann, indem verschiedene Exemplare der nämlichen Art in dieser Beziehung sich ungleich verhalten*, so trage ich kein Bedenken, alle erwähnten Arten mit Hagenia ciliaris als Repräsentanten eines Typus zusammenzustellen und eine weiter gehende, auf carpologische Merkmale sich stützende Eintheilung den Lichenologen vom Fach zu überlassen.

Die Characteristik dieses Typus bleibt natürlich im Wesentlichen die von Hagenia; sie mag hier in gedrängter Kürze noch einmal Platz finden:

Thallus vollständig oder theilweise umrindet, stets mit ausgesprochenem Gegensatz zwischen unten und oben. Rindenschicht von beträchtlicher Dicke, mit sehr unregelmässig vorspringendem Innenrand, aus langzelligen, mehr oder minder verworren verfilzten, jedoch vorherrschend longitudinal verlaufenden Fasern bestehend; im anatomischen Habitus entschieden fibrös. Markschicht lockerfilzig, mit oder ohne solide Stränge; letztere nicht selten in grösserer Zahl und im Querschnitt hie und da eine Brücke von einer Rinde zur andern bildend, oder bei theilweiser Umrindung auf der Lagerunterseite zu einem dichtfilzigen, rindenartigen Gewebe verschmolzen. Gonidien gelb-grün, vorzugsweise im obern Theil des Markes. Haftfasern (wie bei Imbricaria u. a.) ein durch und durch interstitienloses Filzgewebe.

Die hieher gehörigen Arten lassen sich, soweit sie mir bekannt sind, in folgender Weise gruppiren**.

(*) Auf Querschnitten durch die Thalluslappen von Hagenia ciliaris und Parm. speciosa, bei welchen unterseits die Rinde in der Mehrzahl der Fälle auf einer grössern oder kleineren Strecke unterbrochen ist, beobachtet man nicht selten auf der ganzen Lagerunterfläche ein ziemlich dichtfilziges, wenn auch nicht gerade interstitienloses Gewebe, das sich nach innen in kleinere oder grössere solide Stränge auflöst und dadurch allmälig in das lockere Markgeflecht übergeht. Ich habe zu wiederholten Malen Schnitte beobachtet, welche mit Parm. aquila, wo derselbe allmählige Uebergang zwischen Mark und unterer Rinde wahrgenommen wird, auffallend übereinstimmen.

(**) Von den nachstehend angeführten Arten besitzen bekanntlich die zwei letzten: Parm. chrysophthalma und Evernia flavicans zweizellig-farblose Sporen mit dicker Scheidewand (wie P. parietina), Parm. carnosa zweizellig-farblose mit dünner Scheidewand, alle übrigen zweizellig-braune mit dünner Scheidewand.

1) Thallus unvollständig umrindet; Mark ohne solide Stränge. Physcia villosa Schaer. Ph. leucomelas (L.).
2) Mark unterseits mit mehr oder minder zahlreichen, nicht selten zu einem rindenartigen Gewebe verschmolzenen soliden Strängen. Hagenia ciliaris (L.) Parmelia speciosa Wulf.
3) Thallus stets vollständig umrindet. Parmelia carnosa*, Parm. aquila Ach. (Taf. VIII Fig. 14), Parm. chrysophthalma Ach., Evernia flavicans Sw. (?).

Parmelia Kbr.

Die hieher gehörigen Flechten unterscheiden sich von den übrigen Parmeliaceen schon durch ihren etwas abweichenden Faserverlauf, welcher im Allgemeinen nach vorn und oben gerichtet ist (vgl. Taf. XI Fig. 1), insbesondere aber durch die parenchymatische obere und die nicht parenchymatische untere Rinde. Die Fasern verlaufen im ganzen untern Theil des Thallus, mit Ausnahme des braunen Randes, vorherrschend in radialer Richtung parallel der Oberfläche; zwischen den Gonidiengruppen dagegen und auf der ganzen Lichtseite des Thallus streben sie senkrecht nach oben. Ihre kurzen dünnwandigen Zellen bilden hier durch dichtes Aneinanderschliessen das schöne Parenchym der oberen Rinde. Das Marginalwachsthum ist durch diesen Faserverlauf hinreichend bestimmt: die Faserenden wachsen in der Krümmung des Randes nach vorn und nach oben.

An der untern Fläche des Thallus bilden die zahlreichen Verästlungen der Fasern ein verworrenes, meist (wahrscheinlich immer?) interstitienloses Geflecht, welches überdiess durch die Kürze der Zellen und die mehr oder minder starke braune Färbung der Membranen sich vom tiefer liegenden Markgewebe unterscheidet. Auf dieses braune Randgeflecht, das oft kaum eine Dicke von 8 — 12 Mik. erreicht, ist stellenweise — oder wenn der ganze Thallus sehr dünn ist, auch durchgängig — die untere Rinde beschränkt. An andern Stellen dagegen sind auch die längsverlaufenden Fasern bis auf eine Entfernung von 20—30 Mik.

(*) Parmelia carnosa Schaer. (Massalongia carnosa Kbr. Syst. p. 109 comm. Hepp) wird bekanntlich von den meisten Lichenologen, neuerdings auch von Körber, in die Nähe der Pannarien gebracht. Ob diese Stellung in den carpologischen Merkmalen begründet sei, will ich hier nicht genauer erörtern; dagegen glaube ich noch besonders hervorheben zu müssen, dass der Thallus vollkommen dem Typus der Anaptychien entspricht und in keiner Weise von der oben gegebenen Characteristik abweicht. Von der untern Lagerfläche gehen, ganz wie bei den übrigen Arten, solide Faserstränge, wirkliche Haftfasern ab, welche mit dem Faserfilz der Pannarien nicht wohl zu verwechseln sind. Wie dessenungeachtet in systematischen Werken von einem Protothallus die Rede sein kann, aus welchem der Thallus hervorgehen soll, ist mir geradezu unbegreiflich.

Ich bemerke noch, dass die mir von Herrn Dr. Hepp mitgetheilte Flechte auch von Herrn von Krempelhuber als die ächte M. carnosa bezeichnet wurde.

vom Rande zu einem vollkommen interstitienlosen Gewebe verflochten, welches dann ebenfalls als Rindengewebe betrachtet werden muss (Taf. VIII Fig. 1, 2).

Die auf diese Weise verdickte untere Rindenschicht ist indessen vom luftführenden Marke nie so schroff abgegrenzt, als diess bei den folgenden Gattungen Sticta und Imbricaria der Fall ist. Vielmehr beobachtet man im innern Theil, wo sie in das wegen seines Luftgehaltes unter dem Microscop dunkel erscheinende Mark übergeht, einzelne oder auch zahlreichere luftführende Zwischenräume, regellos in dem übrigens vollkommen dichtfilzigen Gewebe zerstreut, so, dass von einer bestimmten Scheidelinie zwischen dem lockerfilzigen Marke und der interstitienlosen Rinde nicht die Rede sein kann. — Die ursprünglich kleinen Höhlungen der Faserzellen dehnen sich später mehr oder weniger aus und sind dann im trockenen Zustande zum grössern Theil mit Luft gefüllt; doch erhält das Gewebe nie, oder doch nur im braungefärbten Theil, ein parenchymatisches Aussehen.

Die obere Rinde erreicht eine Dicke von 40—60 Mik. Der Innenrand derselben zeigt gewöhnlich ziemlich unregelmässige Umrisse; er springt namentlich bei P. stellaris stellenweise weit gegen das Mark vor, während er an andern Stellen bis auf 10 Mik. die Oberfläche erreicht (Taf. VIII Fig. 1, 2). In dem schönen Rindenparenchym, dessen Zellen 10 — 12 Mik. im Diameter erreichen, beobachtet man hie und da kleinere oder grössere, annähernd senkrecht zur Oberfläche verlaufende Zellreihen, welche sich bei genauerem Studium als von successiven Zellen derselben Faser gebildet erweisen. — Uebrigens sind auch die Scheidewände zwischen den Zellen benachbarter Fasern im Verhältniss zur Grösse des Lumens gewöhnlich so dünn, dass ein in beliebiger Richtung geführter Schnitt, wobei die Fasern bald quer, bald schief geschnitten werden, immer so ziemlich dasselbe Bild gewährt.

In der Nähe des Thallusrandes sind die Zellhöhlungen etwas kleiner, als weiter von demselben entfernt; zunächst der Oberfläche überdiess immer kleiner als im Innern. Der erstere Umstand ist eine Folge des intercalaren Wachsthums durch Ausdehnung der Zellen; der letztere — bei ähnlichen Geweben eine gewöhnliche Erscheinung — erklärt sich aus der häufigeren Verästlung der peripherischen Rindenfasern. Der braune Rand, dessen Färbung, wie gewöhnlich, auf der Einlagerung des Farbstoffes in die Zellmembran beruht, erscheint auf Durchschnitten durch den älteren Thallus bis auf einige Mik. Tiefe ausgebleicht und abgestorben.

Die Gonidien liegen unmittelbar unter der obern Rinde; sie bilden hier bald eine zusammenhängende Schicht, bald grössere oder kleinere Gruppen oder Nester, zwischen welchen die Rinde nach innen vorspringt.

Die Haftfasern der untern Thallusfläche sind Adventivbildungen, welche mit den Wimpern von Hagenia ciliaris vollkommen übereinstimmen. Sie sprossen aus der untern Rinde hervor und bestehen aus einem interstitienlosen Gewebe vorherrschend longitudinal verlaufender Fasern, von denen die oberflächlichen eine braun gefärbte Membran besitzen.

Die hieher gehörigen Arten (P. stellaris, caesia, pulverulenta, obscura,

propinqua) weichen bloss mit Rücksicht auf die grössere oder geringere Dichtigkeit des Markgeflechtes von einander ab, doch lässt sich hienach wohl keine derselben mit Sicherheit von den übrigen unterscheiden. Ebenso scheint auch die Unregelmässigkeit des innern Conturs der obern Rinde, welcher oft weit gegen das Mark vorspringt, während er an andern Stellen beinahe die Oberfläche berührt, kein constantes Merkmal zu sein.

Imbricaria Kbr.

Die Thallusmerkmale der Imbricarien fordern ebenso entschieden, als die carpologischen die Aufstellung derselben als besondere Gattung. Sie unterscheiden sich von Parmelia, mit welcher sie früher verschmolzen wurden, auf den ersten Blick durch den anatomischen Character der Rindenschicht, welche hier auf der obern wie auf der untern Seite des Lagers aus einem mehr oder minder verworrenen Geflecht kleinzelliger, dickwandiger Fasern besteht (etwa wie bei Cladonia, s. I. Taf. VI Fig. 26) und überdiess beiderseits eine ziemlich gleichmässige Dicke und dieselbe Physiognomie besitzt (Taf. VIII Fig. 3, 4).

Der Faserverlauf erweist sich auf Durchschnitten durch den Thallusrand als ein vorherrschend orthogonal-trajectorischer, und zwar tritt derselbe um so schöner und deutlicher hervor, je lebhafter das Marginalwachsthum. Im mittleren Theil des Thallus wachsen also die Fasern, obgleich vielfach verflochten und verästelt, doch vorherrschend in der Längsrichtung der Lappen; nach oben und nach unten biegen sie bogenförmig gegen die Oberfläche aus, wo sie durch dichtes Aneinanderschliessen der Enden die Rindenschicht bilden. Demzufolge ist der Thallus, abgesehen von der einseitigen Lage der Gonidien und der Haftfasern der Unterfläche, zu beiden Seiten der Mittellinie ziemlich symmetrisch gebildet.

Die obere Rinde ist im Verhältniss zur Thallusdicke gewöhnlich sehr dünn, oft nur 10—12, selten über 20—24 Mik. dick. Da die Fasermembranen beträchtlich verdickt, die Lumina der Zellen dagegen fast verschwindend klein sind (wenigstens wenn das Präparat in Wasser liegt), so erscheint das Gewebe, insofern es nicht von fremdartigen Substanzen (Farbkörperchen etc.) incrustirt wird, unter dem Microscop ganz hell und bei mässiger Vergrösserung vollkommen homogen. Um die einzelnen Fasern und ihre Verästlungen zu verfolgen, ist es daher nöthig, den Inhalt der Zellen mit Jod zu färben; man überzeugt sich alsdann, dass die Fasern der jüngeren Rinde trotz ihrer Verfilzung und der mancherlei Unregelmässigkeiten, welche die wiederholte Verästlung hervorruft, doch immer noch vorherrschend in der Richtung von innen nach aussen verlaufen, dass sie gleichsam strauchartig dem Lichte entgegenwachsen. Mit zunehmender Entfernung vom Rande ändert sich freilich in Folge der intercalaren Wachsthumserscheinungen, besonders bei Arten mit dickerer Rinde, der Character des Gewebes; es treten zahlreiche schief und tangential verlaufende Fasern auf, welche demselben eine

an Fig. 16 auf Taf. V (I. Theil) erinnernde Physiognomie verleihen. Bei einigen Arten erweitert sich das Lumen der Zellen, jedoch nie in dem Grade, dass aus dem ursprünglichen Fasergeflecht ein Parenchym würde. Auf Durchschnitten durch den älteren Thallus erscheint überdiess der oberflächliche Theil der Rinde abgestorben. Der hiedurch veranlasste Verlust wird indessen durch die fortdauernde Verästlung der Rindenfasern wieder ersetzt, so dass die lebenskräftige Rinde immer ungefähr dieselbe Dicke besitzt.

Zwischen die Rindenfasern sind zuweilen, so bei I. incurva, caperata u. a. kleine längliche Körperchen eingelagert, welche in ihrem Verhalten mit den schon im ersten Theil erwähnten ähnlichen Bildungen bei Evernia vulpina, Cetraria straminea etc. übereinstimmen. Wo diese Körperchen in grosser Zahl vorkommen, erscheint das Gewebe in Wasser auch auf dünnen Schnitten dunkel, wird jedoch nach Zusatz von Kali, welches dieselben auflöst, sogleich hell.

Ausnahmsweise kommt auch der Fall vor, dass die obere Rinde nicht eigentlich zur Entwicklung kommt, indem die lebhafte Vermehrung der Gonidien, verbunden mit Soredienbildung, das Verschmelzen der nach oben wachsenden Fasern zu einem interstitienlosen Gewebe verhindert. So bei I. aleurites Ach., wo die Gonidien sozusagen an der Oberfläche liegen.

Die untere Rinde stimmt im Wesentlichen mit der oberen überein. Die vorwiegende Richtung der Fasern steht auch hier — wenigstens in der Nähe des Randes — senkrecht zur Oberfläche und fällt sogar durchschnittlich noch deutlicher, bei einigen Arten auch ohne Zusatz von Jod sogleich in die Augen. Sie wird erst später durch die neu hinzukommenden Verästlungen, von denen viele in longitudinaler Richtung verlaufen, mehr und mehr verdrängt. Die Dicke der Rindenschicht schwankt bei den verschiedenen Arten zwischen 8 und 24 Mik. Bei den einen stimmt dieselbe auch hierin mit der obern Rinde überein, bei andern ist sie beträchtlich dünner, zuweilen kaum halb so dick als diese. Wo die untere Rinde nur das Minimum der Dicke von 8—10 Mik. erreicht, besteht sie meist nur aus einer einzigen Schicht von Zellen. Wenn sich das Lumen dieser letztern etwas erweitert, was keineswegs selten vorkommt, so erinnert sie auf zarten Durchschnitten an die Epidermis höherer Pflanzen oder an die parenchymatische Rindenschicht der Leptogien. Das intercalare Flächenwachsthum einer solchen Rindenschicht kann natürlicher Weise nur durch Verzweigung der Faserenden in tangentialer Richtung vermittelt werden, und man überzeugt sich durch jede beliebige Flächenansicht, dass ein solcher Vorgang wirklich stattfindet (Taf. VIII Fig. 5).

Der Raum zwischen oberer und unterer Rinde, welcher je nach der Dicke des Thallus (60—300 Mik.) grösser oder kleiner ausfällt, wird von dem lockern, lufthaltigen Markgeflecht ausgefüllt, in dessen oberem Theil die Gonidien liegen. Wie schon erwähnt, verlaufen die Markfasern vorherrschend in der Längsrichtung der Lappen und biegen nach oben und unten gegen die Rindenschicht aus. Ihre Zellen sind nur in der Nähe des Randes ziemlich kurz, besonders bei lebhaftem Marginalwachsthum, weiter im Innern dagegen stets mehr oder weniger lang gestreckt (30—60 Mik.). —

Die Haftfasern der untern Thallusfläche stimmen mit denen von Parmelia vollkommen überein. Es sind Bündel vorherrschend longitudinal verlaufender Fasern, die zu einem interstitienlosen Gewebe verflochten sind und von denen die oberflächlichen durch ihre braun gefärbte Membran sich auszeichnen.

Die untersuchten Arten dieser Gattung sind folgende:

* Ochroleucae.

Imbricaria incurva Pers. Obere Rinde circa 24 Mik. dick, mit kleinen in Kali löslichen Körperchen zwischen den Rindenfasern, daher auf Durchschnitten in Wasser ganz dunkel. Untere Rinde von ungefähr gleicher Dicke, ohne körnige Einlagerungen, oberflächlich braun gefärbt.

I. centrifuga L. Obere Rinde 12 — 20 Mik. dick, wegen körniger Einlagerungen in Wasser dunkel. Untere Rinde von ungefähr gleicher Dicke, aus senkrecht gegen die Oberfläche verlaufenden, fast pallisadenartig nebeneinander stehenden Fasern gebildet. Thallus in der Nähe des Randes 200—300 Mik. dick.

I. conspersa Ehrh. Obere und untere Rinde c. 16—20, selten 24 Mik. dick, beide ohne körnige Einlagerungen. Dicke des Thallus beispielsweise 180 Mik.

I. Mougeotii Schaer. Rinde beiderseits nicht über 8—12 Mik. dick.

I. caperata Dill. Rinde beiderseits 8 — 12 Mik. dick, die obere wegen körniger Einlagerungen in Wasser dunkel.

I. sinuosa Sm. Obere Rinde c. 12 Mik. dick, wie mir scheint mit Interstitien, untere 12—16 Mik., interstitienlos.

I. Hottentotum Ach. Univ. p. 456. Obere Rinde 20 – 40 Mik. dick, zwischen den Gonidiengruppen nach innen vorspringend, zunächst der Oberfläche mit eingelagerten in Kali löslichen Körperchen. Untere Rinde kaum 20 Mik. dick. mit schwarz-braunem Rande. Markfasern fast bis zum Verschwinden des Lumens verdickt.

** Glaucescentes.

I. perforata Ach. Rindenschicht c. 8 – 12 Mik. dick, interstitienlos. Thallus beispielweise 80 – 100 Mik.

I. perlata L. Rinde beiderseits c. 12 Mik. dick, interstitienlos. Thallus 80 – 200 Mik. und darüber.

I. sanguinea (Cetraria sanguinea Schaer. Manuscr. Zollinger Cat. Nr. 449_b). Eine typische Imbricaria! Obere Rinde 20 Mik. dick. ohne körnige Einlagerungen; untere Rinde c. 12—16 Mik. dick, durchgehends braun.

I. saxatilis L. Obere Rinde 24—30 Mik. dick, zuweilen mit verschiedengestaltigen Prolificationen, welche mit denen von Evernia furfuracea vollkommen übereinstimmen. Sie bestehen wie diese aus vielfach verästelten Fasern, von denen die peripherischen eine Art Rindenschicht bilden, während der mittlere Theil des Gewebes lockerfilzig und luftführend ist und zahlreiche Gonidien einschliesst.

I. aleurites Ach. Eine eigentliche obere Rindenschicht ist hier nicht vorhanden, da die Gonidien stellenweise sozusagen an der Oberfläche liegen und dann meist Soredien bilden. Daher rührt denn auch das bestäubte Aussehen der

oberen Lagerfläche. Untere Rinde etwa 12 Mik. dick, ohne Interstitien, auf dicken Schnitten schwach bräunlich, auf dünnen farblos.

I. ambigua Schaer. Rindenschicht c. 8—10 Mik. dick, Thallus 60 Mik. Ob die obere Rinde interstitienlos, ist mir zweifelhaft.

I. physodes L. var. terebrata. Untere Rinde 8—10 Mik. dick, stellenweise aus einer einzigen Zellschicht bestehend, deren Flächenansicht auf Taf. VIII Fig. 5 dargestellt ist. Obere Rinde etwas dicker. — Es ist wohl überflüssig zu bemerken, dass die beiderseitige Berindung des Lagers, auf welche Körber (S. L. G. p. 76) aufmerksam macht, keineswegs ein besonderes Merkmal für einige wenige Arten bildet, sondern in gleicher Weise allen Imbricarien zukommt. Ebensowenig kann von einer Trennung der oberen und unteren Rinde die Rede sein, da die beiden Schichten an den Rändern der Lappen ohne Unterbrechung ineinander übergehen. Dagegen ist es allerdings richtig, dass die untere Rinde sich leicht von der darüber liegenden Markschicht ablöst und dadurch die Anfertigung unverletzter Durchschnitte erschwert.

*** Fuscescentes.

I. Acetabulum Neck. Obere Rinde 20—34 Mik. dick, untere 8—10 Mik.

I. olivacea L. Rindenschicht 8—10 Mik. dick.

I. fahlunensis L. Rinde ausnahmsweise 30—40 Mik. dick, im ältern Thallus mit beträchtlich erweiterten Zellhöhlungen (Taf. VIII Fig. 6).

Physcia Kbr.

(Parmelia parietina Ach.)

Diese vielgestaltige Flechte unterscheidet sich von den beiden vorhergehenden Gattungen durch die parenchymatische obere und untere Rinde; sie ist überdiess durch die häufig auch im Marke hervortretende Neigung zur Parenchymbildung characterisirt.

Die anatomischen Verhältnisse des Thallus zeigen übrigens bei den verschiedenen Formen und Entwicklungsstadien nicht unwesentliche Abänderungen, wie sich bei dem veränderlichen, zuweilen sogar krustenartigen Habitus kaum anders erwarten lässt. Wo eine vollständige Differenzirung der Rinden- und Markschicht stattgefunden hat, was z. B. bei den breitlappigen Varietäten immer der Fall ist, erscheint die erstere auf senkrecht zur Oberfläche geführten Durchschnitten als ein schönes, vollkommen interstitienloses Parenchym, das aus 3—4 oder auch mehr Zellschichten besteht und an den Rändern in halbkreisförmigem Bogen von der einen Seite des Lagers sich zur andern hinüberzieht. Die einzelnen Zellen sind so innig mit den benachbarten verwachsen und dabei nach allen Seiten so gleichmässig begrenzt, dass es unmöglich ist, den Verlauf der Fasern, denen sie angehören, zu verfolgen oder auch nur 2 oder 3 successive Zellen der nämlichen Faser als solche zu erkennen. Ein Unterschied zwischen oberer und unterer

Rinde macht sich nur in sofern geltend, als erstere an der Oberfläche ziemlich intensiv gelb gefärbt, letztere dagegen farblos ist (VIII, 10, 13).

Die Haftfasern, welche aus der untern Rinde hervorsprossen, stimmen mit denen der vorhergehenden Gattungen überein; nur sind die Lumina der Zellen durchschnittlich grösser und die Zellwandungen weniger verdickt. Auch ist die Membran der oberflächlichen Zellen weniger intensiv oder auch gar nicht gefärbt.

Das von der Rinde umschlossene Mark wird, wie gewöhnlich, von verästelten, locker verfilzten Fasern gebildet, die sich meist durch die geringere Verdickung der Membran und das grössere Lumen der Zellen von den Markfasern der übrigen Parmeliaceen unterscheiden. Sie gehen selbstverständlich nach oben und nach unten in die Rinde über, können indess aus dem schon angeführten Grunde nie weiter als bis zum Ansatz an den Innenrand derselben verfolgt werden.

Auf der Lichtseite des Markes, unmittelbar unter der oberen Rinde, liegen die Gonidien. Sie bilden eine ziemlich ununterbrochene grüne Zone, sind wohl auch stellenweise zu grössern Gruppen vereinigt. Man beobachtet häufig solche, die sich in 2, 4, 6 und mehr Zellen getheilt haben und noch von einer gemeinsamen Membran umgeben sind (VIII, 10, 11). — Die Soredien, welche bekanntlich nie an der Oberfläche, sondern nur an den Rändern der Lacinien hervorbrechen, besitzen eine parenchymatische Hülle, die in der schon früher angegebenen Weise durch Verästlung dünnwandiger kurzzelliger Fasern gebildet wird, deren Zellen sich allseitig dicht an einander anschliessen (VIII, 12). Der Verlauf der einzelnen Fasern lässt sich übrigens hier ebenso wenig, als in der Rinde, genau verfolgen und können überhaupt die Wachsthumserscheinungen, welche die Vermehrung der Soredien bedingen, nur durch sorgfältige Vergleichung analoger Vorgänge bei Soredien mit fibrösen Hüllen ermittelt werden. Wenigstens war es mir früher, bevor ich die Entwicklungsgeschichte der Soredien bei den strauchartigen Flechten kennen gelernt hatte, nicht gelungen, über die Vermehrung derselben bei Physcia parietina in's Klare zu kommen. Später, nachdem der leitende Faden gefunden, war es freilich nicht mehr schwer, die Geltung desselben Gesetzes auch für diese Flechte nachzuweisen. Untersucht man nämlich grössere Anhäufungen von Soredien, z. B. die bekannten grünen Anflüge auf Baumrinden, so sieht man sogleich, dass dieselben aus grössern oder kleineren Massen eines parenchymatischen Gewebes bestehen, in welches zahlreiche Gonidien und Gonidiengruppen eingebettet sind. Zerreibt man diese Massen durch Verschieben des Deckgläschens, so findet das Zerfallen in kleinere Stücke meist in der Weise statt, dass jedes Gonidium und jede Gonidiengruppe die sie umschliessende parenchymatische Hülle behält. Betrachtet man nun diese isolirten Soredien, d. h. die einzelnen grünen Zellen und Zellgruppen mit den zugehörigen Faserzellen, etwas genauer, so bemerkt man unter zahlreichen in Theilung begriffenen Gonidien auch solche, deren Tochterzellen annähernd Kugelform angenommen und einen Durchmesser von c. 8 — 10 Mik. erreicht haben, dabei aber doch ihre ursprüngliche Lage beibehalten und sich gegenseitig unmittelbar berühren. Bei andern ähnlichen Gruppen dagegen, die offenbar ebenfalls durch Theilung entstanden sind, da sie noch deutlich die entsprechende Anordnung zeigen, sind die Tochter-

zellen stellenweise bereits durch zarte farblose Zellen, welche mit der umgebenden Hülle in Verbindung stehen, von einander geschieden. Wenn diese farblosen Zellen in noch grösserer Zahl auftreten und die grünen Tochterzellen endlich allseitig umgeben, so erscheint jede der letzteren von einer ähnlichen Hülle umschlossen, wie sie die ganze Gruppe besitzt. Nun lässt sich freilich durch directe Beobachtung nicht bestimmen, ob diese Hülle in gleicher Weise, wie bei fibrösen Soredien, bloss durch Verästlung und Quertheilung der Faserzellen sich aufbaut, da auch die zartesten Durchschnitte (welche am leichtesten zu erhalten sind, wenn man Soredienanflüge in Gummi eintrocknen lässt) keinen weitern Aufschluss geben, als dass die farblosen Zellen zuerst im peripherischen Theil der Gonidiengruppe, erst später im Innern auftreten. Allein bei der nahen Verwandtschaft unserer Flechte mit den übrigen Parmeliaceen und dem übereinstimmenden Verhalten der Soredien in allen wesentlichen, der Beobachtung zugänglichen Punkten scheint mir die obige auf Analogie gegründete Deutung der Vorgänge, die sich nicht direct verfolgen lassen, hinreichend gerechtfertigt.

Ueber die weiteren Wachsthumsverhältnisse des Thallus und seine Beziehung zum Substrat beschränke ich mich auf folgende Bemerkungen. Bekanntlich greifen die Lappen der Rosetten, wie diess bei allen breitlappigen Flechten der Fall ist, mit ihren seitlichen Rändern übereinander. Die Ursache dieser Erscheinung, die indess nur bis zu einem gewissen Abstand von der Peripherie in die Augen fällt, liegt selbstverständlich in dem Umstande, dass die Breitendimension der Lappen in stärkerem Verhältniss zunimmt als der gegenseitige Abstand der Radien, oder mit andern Worten: dass die durch Gabelung entstehenden Zweiglappen in allen Punkten ihres Umfanges, also auch in dem einspringenden Winkel, in welchem sie anfänglich zusammenstossen, ein lebhaftes Marginalwachsthum besitzen und in Folge dessen sich rasch in die Breite ausdehnen. In der Nähe des Thallusrandes, wo das Gewebe am jüngsten, sind die Lappen gewöhnlich frei; später verbinden sie sich durch zahlreiche Haftfasern mit der Unterlage, oder wo sie sich über andere Lappen ausbreiten, mit diesen. Da die Haftfasern fest mit dem Gegenstande, auf den sie stossen, verwachsen, so sind die entsprechenden Punkte des Thallus als fixirt zu betrachten. Ihre Abstände bleiben daher, wenn die Unterlage keine Veränderungen erleidet, annähernd dieselben; sie werden aber nothwendig grösser, wenn sie sich ausdehnt. Demzufolge erscheinen an Bäumen, welche noch in die Dicke wachsen, die älteren Rosetten von beträchtlichem Durchmesser nie kreisförmig, sondern mehr oder weniger zum Oval in die Breite gezogen. Aus demselben Grunde verursacht das intercalare Wachsthum des Thallus, welches indess nie so bedeutend ist, als bei den strauchartigen und manchen anderen laubartigen Flechten, Falten und Runzeln auf der Oberfläche, welche schon in geringer Entfernung vom Rande, namentlich aber im mittleren Theil der Rosetten in grosser Zahl auftreten (Thallus rugoso-verrucosus). — Die Ränder der einzelnen Lappen lassen sich nach dieser Verunebnung der Oberfläche nicht mehr erkennen; der ganze Thallus scheint aus einer zusammenhängenden höckerigen Kruste zu bestehen und an seinem Umfange lappig effigurirt zu sein. Auf Durchschnitten, welche in einer mit der Peripherie parallel laufenden

Richtung geführt werden, sieht man übrigens sogleich, dass diese Kruste von einer Vielzahl übereinander greifender und durch Haftfasern miteinander verwachsener Blätter gebildet wird. Die Oberfläche des unbedeckten Theils der bedeckten Lappen geht so unmerklich in die der deckenden über, dass die Begrenzungslinie von oben gesehen nur als schwache Furche erscheinen kann, welche gegen die sonst vorkommenden Unebenheiten verschwindet. Die untere Fläche des obern Lappens liegt in diesem Falle, wenigstens am Rande, unmittelbar auf der obern des untern. Der zwischen zwei Haftfasern liegende Theil solcher Durchschnitte ist meist mehr oder weniger gekrümmt; er springt gewölbartig nach oben vor und entspricht daher einer Erhabenheit der Oberfläche. Es bestätigt diess die eben ausgesprochene Ansicht, dass das intercalare Wachsthum des Thallus, resp. der Rinde, eine Faltung der Lappen zur Folge haben müsse, da die Haftfasern eine Verschiebung der durch sie fixirten Punkte nicht gestatten.

Ich habe schon anfangs erwähnt, dass die Neigung zur Parenchymbildung sich nicht selten auch auf das Markgewebe ausdehne. In der That beobachtet man bei kleinlappigen Varietäten und namentlich auch bei Thallusanlagen, die aus Soredien hervorgegangen, alle möglichen Uebergänge von dem im Vorhergehenden beschriebenen Bau zu einem durch und durch gleichförmigen Parenchym, in welchem die Gonidien als integrirende Bestandtheile desselben zerstreut sind. Man trifft sogar auf dem nämlichen Durchschnitt, je nach der Dicke des Thallus, Stellen mit parenchymatischer Markschicht und wieder andere, wo das Gewebe fibröser Natur ist oder wenigstens zahlreiche grössere oder kleinere Interstitien zeigt.

Das Wachsthum eines solchen parenchymatischen Lagers lässt sich ebensowenig direct verfolgen, als die Bildung der Soredienhüllen. Die Annahme, dass es auch hier bloss verästelte Fasern seien, welche das schöne grosszellige Gewebe aufbauen, gründet sich also bloss auf die Analogie. Wenn man aber erwägt, dass die Haftfasern, welche aus der untern Lagerfläche hervorsprossen, ganz entschieden aus einzelnen verästelten Fasern bestehen; dass die Markschicht auf dem nämlichen Durchschnitt stellenweise parenchymatisch, an anderen fibrös ist, und dass hier die Gonidien wie gewöhnlich auf kurzen Stielen sitzen, so gewinnt diese Annahme die grösste Wahrscheinlichkeit.

Hinsichtlich der Entwicklung des Thallus aus den Soredien, welche im Allgemeinen schon in der Einleitung (Nummer 5) erörtert wurde, füge ich noch folgendes Nähere hinzu. Die Soredien bilden, wie bereits erwähnt, durch fortwährende Theilung der Gonidien und Hereinwachsen der Faseräste aus der umgebenden Hülle Anhäufungen von parenchymatischen Massen, in welche die grünen Zellen eingebettet sind (Soredienanflüge). Sie können in diesem Zustande Jahre lang verharren, indem sie immer in derselben Weise fortvegetiren. Die Vermehrung der Gonidien ist in diesem Falle der vorwiegende Process. Die Verästlungen der Zellen reichen kaum hin, um sie alle mit parenchymatischen Hüllen zu umgeben. Unter günstigeren Umständen dagegen, wozu in erster Linie ein geringerer Grad von Feuchtigkeit und Schatten zu gehören scheint, erhält die Parenchymbildung das Uebergewicht. Die Folge davon ist zunächst die, dass die ursprünglich staubig-körnige oder schuppig-kleiige Oberfläche der

Soredienanflüge sich ebnet, indem die vorkommenden Vertiefungen mit Gewebe ausgefüllt werden. Durch die lebhafte Vegetation der Fasern wird aber auch eine innigere Verschmelzung nebeneinander liegender Schüppchen und ihrer Elementarorgane bewerkstelligt. Es bildet sich auf diese Weise ein zusammenhängendes Häutchen mit unregelmässigen Umrissen, möglicher Weise auch hie und da durchlöchert, wie die ursprüngliche Lagerung der Soredien es mit sich bringt. Dieses Häutchen steht mit der Unterlage durch zahlreiche Haftfasern (welche man schon bei gewöhnlichen Soredienanflügen trifft) in Verbindung; es wächst von nun an vorherrschend an seiner Peripherie, womit die gewöhnliche Lappenbildung verbunden ist. Der Thallus ist hiemit vollständig angelegt; die Veränderungen, welche diese Anlage noch erfährt, beschränken sich auf die Lockerung des dem Marke entsprechenden Gewebes durch Streckung der Zellen.

Es ist einleuchtend, dass eine einzige grüne Zelle mit ihrer Faserhülle vollkommen ausreicht, um den eben beschriebenen Entwicklungsprocess einzuleiten. Der letztere kann aber auch von mehreren benachbarten Soredien ausgehen, indem die aus denselben entstandenen parenchymatischen Schüppchen endlich zusammenstossen und miteinander verwachsen. Bei Soredienanflügen, welche zu einem durchlöcherten Häutchen verschmolzen sind, muss jedenfalls eine solche Verwachsung stattgefunden haben.

Wenn die Thallusanlage nur einen sehr kleinen Flächenraum einnimmt, ehe sie an der Peripherie zu sprossen beginnt, so können die sämmtlichen Ränder der Lappen am entwickelten Thallus vermittelst tangentialer Durchschnitte bis gegen die Mitte verfolgt werden. Wenn dagegen die Vermehrung der Soredien längere Zeit fortdauert, folglich die parenchymatische Anlage einen grössern Durchmesser erreicht, bis endlich die Lappenbildung am Rande eintritt, so besteht auch der entsprechende centrale Theil des ausgebildeten Lagers aus einem einzigen ununterbrochenen Stück, aus einer annähernd kreisförmigen Scheibe, auf welcher man vergeblich nach den Begrenzungslinien einzelner Lappen suchen würde.

Placodium Kbr.

Eine Gattung, welche ungeachtet ihres krustenartigen Habitus nicht wohl zu den typischen Krustenflechten gezählt werden kann, da sie durch die beiderseitige Berindung sich wesentlich von denselben unterscheidet. Obere und untere Rinde sind fibrös oder kleinzellig-parenchymatisch (wobei jedoch die Zellen nicht über 6—7 Mik. im Durchmesser erreichen), bei den einen Arten von ungefähr gleichem, bei den andern von ungleichem Aussehen. Beide bestehen aus kurzzelligen, vorherrschend senkrecht gegen die Oberfläche verlaufenden Fasern, welche durch häufige Copulationen miteinander in Verbindung stehen. Die obere Rinde stirbt allmählig von aussen nach innen ab und schliesst daher im ältern Thallus abgestorbene Gonidien ein; aus der untern sprosst bei einigen Arten ein schwammiger, oft sehr üppig entwickelter Hypothallus hervor.

Die Gonidien finden sich in grössern Gruppen oder auch gleichmässig vertheilt unter der obern Rinde, zuweilen in geringerer Zahl auch tiefer im Innern des Markes bis zur untern Rinde. Das Letztere ist natürlich nur dann der Fall, wenn die Bildung der Gonidien in der ganzen Krümmung des Randes, nicht bloss im oberen Theile desselben, stattfindet (Taf. VIII Fig. 7).

Der Faserverlauf kann im Allgemeinen als ein orthogonal-trajectorischer bezeichnet werden. Bei P. cartilagineum und P. albo-pulverulentum (Schaer.) ist derselbe sogar sehr entschieden ausgeprägt, während bei den übrigen Arten der ganze untere Theil des Markes aus vorherrschend radial verlaufenden Fasern besteht, welche nur zunächst der untern Rinde gegen die Oberfläche ausbiegen (Fig. 8). Durchschnitte durch den Rand sehen in diesem letzteren Falle unsymmetrisch aus, und zwar erscheint die untere Hälfte um so weniger ausgebildet, je inniger die Beziehung zum Substrat.

Das intercalare Wachsthum des Lagers lässt sich aus der Streckung der Markzellen annähernd bestimmen. Dieselben erreichen schon in geringer Entfernung vom Rande eine Länge von 30 — 50 Mik., die indess im ältern Thallus nicht mehr merklich zunimmt. Vergleicht man damit ihre ursprüngliche Grösse in der Rinde der Marginalregion, wo sie durchschnittlich nicht über 4 — 5 Mik. lang sind, so ergibt sich eine Ausdehnung in radialer Richtung, welche das 7 — 10fache des Scheitelwachsthums beträgt.

Placodium cartilagineum (Westr.)

Thallus schon in unmittelbarer Nähe des Randes c. 1/4 — 1/3 Millim. dick, mit ausgeprägtem orthogonal-trajectorischem Faserverlauf. Obere Rinde c. 20 — 24 Mik. dick, aus vorherrschend senkrecht gegen die Oberfläche verlaufenden Fasern bestehend, zuweilen von kleinzellig-parenchymatischem Aussehen, im peripherischen Theil mit zahlreichen zwischen die Fasern eingelagerten, eine dunkle Zone bildenden Körperchen, welche nach Zusatz von Kali sogleich verschwinden, in Säuren dagegen (Salpeters., Salzs.) unverändert bleiben. Untere Rinde mit der oberen übereinstimmend, jedoch ohne körnige Einlagerungen. Gonidien in Gruppen oder Nestern im oberen Theil des Markes, spärlich vertheilt aber auch im Innern desselben bis zur untern Rinde. — Ein Hypothallus war bei den untersuchten Exemplaren nicht vorhanden (Taf. VIII Fig. 7).

Pl. chrysoleucum Ach.

Thallusdicke zunächst dem Rande c. 0,5 bis 0,6 Millim. Obere Rinde oft sehr dünn (durch Verwitterung?), untere bis 80 Mik. dick, aus vielfach verästelten, häufig durch Copulation miteinander verbundenen Fasern bestehend, zunächst der Oberfläche gewöhnlich etwas grosszelliger. Markgewebe zwischen den grössern Gonidiengruppen in der Regel ziemlich dichtfilzig und allmählig in die obere Rinde übergehend. Im Uebrigen wie die vorhergehende Art.

Pl. inflatum Schl.

Thallusdicke zunächst dem Rande c. 0,5 bis 0,6 Millim. Obere Rinde gewöhnlich sehr dünn, untere c. 30—40 Mik. dick, im Habitus wie bei Pl. carti-

lagineum. Mark im untern Theil radialfaserig (nur zunächst dem Rande ziemlich unregelmässig), lockerfilzig und gonidienlos; im obern Theil ziemlich dichtfilzig und daher unter dem Microscop hell; aus bogenförmig nach oben verlaufenden Fasern bestehend, zwischen den Gonidiengruppen ohne scharfe Grenze in die obere Rinde übergehend. — Die beiden Varietäten melanaspis und alphoplaca (Schaer.) verhalten sich gleich.

Pl. albo-pulverulentum Schaer. Enum. 67.

Obere Rinde 50—80 Mik. dick, aus stark verästelten, jedoch vorherrschend senkrecht nach oben verlaufenden Fasern bestehend; untere Rinde von geringerer Mächtigkeit, mit parallel nebeneinander liegenden, senkrecht gegen die Lagerunterfläche wachsenden Fasern; Markgewebe ziemlich verworrenfilzig, auch unterhalb der eigentlichen Gonidienzone mit spärlichen grünen Zellen.

Pl. diffractum (Lecanora muralis β diffracta Schaer.)

Obere Rinde c. 24 Mik. dick, im Habitus wie bei Pl. cartilagineum; untere Rinde weniger ausgebildet, ein braunes Fasergeflecht von sehr geringer Dicke (Uebergang zu den typischen Krustenflechten). Mark radialfaserig, nur im obern Theil gonidienführend (Taf. VIII Fig. 8).

Pl. concolor. Ram.

Verhält sich im Wesentlichen wie die vorhergehende Art. Auch im untern Theil der Markschicht mit spärlichen Gonidien.

Pl. frustulosum var. argopholis (Parm. spec. Fr. L. E. 141).

Ich führe diese Flechte hier auf, weil sie wegen der beiderseitigen Berindung unmöglich mit den Lecanoren vereinigt werden kann, an die vorhergehenden Arten sich dagegen ungezwungen anschliesst. — Obere Rinde c. 50 Mik. dick, aus stark verästelten und verfilzten Fasern bestehend.

Untere Rinde von etwas geringerer Mächtigkeit (30—40 Mik.) und wegen der stark verdickten Wandungen der Zellen von abweichender Physiognomie (Taf. VIII Fig. 9). Markschicht locker, verworrenfilzig, nur im obern Theil mit Gonidien. — Abgestorbene Gonidien bis an den Rand der oberen Rinde beobachtet *.

Sticta.

Es gibt wohl wenige Gattungen, welche wie Sticta bei einer so ausgesprochenen natürlichen Verwandtschaft der zahlreichen Arten, doch so mancherlei

(*) Lecanora radiosa β myrrhina Schaer. und Lecanora muralis γ disperso-areolatum Schaer. gehören nicht hieher, sondern müssen zu den typischen Krustenflechten ohne untere Rinde gezählt werden.

Uebergänge und so grosse Gegensätze zeigen, dass man an der systematischen Bedeutung der betreffenden anatomischen Charactere zweifeln möchte. Allein wenn man die ganze Formenreihe überblickt und die vorkommenden Abweichungen genauer verfolgt, so gewinnt man die Ueberzeugung, dass man es hier mit Uebergangsbildungen zu thun hat, in welchen die Natur des Thallus eine allmählige Umwandlung erleidet, die successive in den verschiedenen anatomischen Merkmalen, in den einen früher, in den andern später, sich ausspricht. Die Aufstellung mehrerer Typen scheint mir unter solchen Verhältnissen nicht wohl zulässig, da die Abgrenzung derselben nach dem einen Merkmal so, nach dem andern anders ausfallen müsste, eine durchweg naturgemässe Gruppirung der Arten also auf keinen Fall zu erzielen wäre. Ich beschränke mich daher in nachstehender Characteristik darauf, die vorkommenden Verschiedenheiten zu erwähnen und in der Aufzählung der untersuchten Arten, so gut es geht, zu berücksichtigen.

Der Thallus ist bei sämmtlichen Arten vollständig umrindet; die Rinde bei den einen schön parenchymatisch, wie bei Physcia, bei andern fibrös, wie bei den Imbricarien; in beiden Fällen auf der untern Seite stets mit einem stärkern oder schwächern Filz bekleidet, welcher von isolirten, oder doch nur zu wenigen verwachsenen, meist kurzzelligen Fasern gebildet wird. Haftfasern, wie sie bei den vorhergehenden Gattungen vorhanden waren, kommen hier nicht vor.

Die parenchymatische Rinde besteht meist nur aus wenigen Schichten dünnwandiger Zellen, welche zu einem vollkommen interstitienlosen, auf zarten Durchschnitten äusserst zierlichen Gewebe verbunden sind. Gewöhnlich ist sie auf der untern Lagerfläche beträchtlich dünner als auf der oberen, hier c. 20—60 Mik., dort selten über 10 — 20 Mik. dick. Die einzelnen Zellen erscheinen bisweilen in kürzere oder längere Reihen geordnet, welche gewöhnlich parallel der Oberfläche, oder bei einer grössern Zahl von Zellschichten (Sticta amplissima) senkrecht zu derselben verlaufen.

Das fibröse Rindengewebe stimmt im Allgemeinen mit dem der Imbricarien überein; nur sind die Zellhöhlungen gewöhnlich etwas grösser und die Verästlungen der Fasern daher weniger leicht zu verfolgen. Uebergänge zum Parenchym, wenn auch zu einem äusserst kleinzelligen, kommen namentlich im ältern Thallus häufig vor; ja es gibt Arten, bei denen man kaum weiss, ob die Benennung parenchymatisch oder fibrös die richtigere sei. Entschieden fibrös ist die Rinde bei Sticta pulmonaria und crocata; kleinzellig-parenchymatisch mit ungleichmässig verdickten Wandungen bei Sticta linita und scrobiculata.

Der oberflächliche Theil der Rindenschicht ist stets mehr oder weniger gelblich oder braun gefärbt, auf der untern Seite des Thallus gewöhnlich in höherem Grade als auf der oberen. Die Färbung erstreckt sich zuweilen bis an den Innenrand der Rinde, während sie in andern Fällen auf die die Oberfläche bildenden Zellwandungen beschränkt ist.

Die Prolificationen, welche bei Sticta fuliginosa die obere Rinde bedecken, bestehen, wenn sie eine gewisse Grösse erreicht haben, aus einem Gonidien führenden Fasergeflecht, umgeben von einer epidermis-artigen, oft nur von einer einzigen Zellschicht gebildeten Rinde.

Ueber das anatomische Verhalten des filzigen Ueberzuges der Lagerunterfläche geben die Durchschnitte auf Taf. IX Fig. 2—3 genügenden Aufschluss. Ich füge zur Berichtigung der irrigen Angabe Körbers, dass dieser Filz von den Röhrenzellen der Markschicht gebildet werde, in dem diese letzteren die untere Rindenschicht durchbrechen, bloss die Bemerkung bei, dass im Gegentheil die einzelnen Zellfäden durch Auswachsen der oberflächlichen Rindenzellen entstehen und in der Nähe des Randes in den verschiedensten Entwicklungsstadien beobachtet werden können.

Dagegen verdienen die sogenannten Brutbecherchen oder Cyphellen, durch welche diese Gattung characterisirt ist, ausführlicher Erwähnung. Im ausgebildeten Zustande erscheinen dieselben als kleine verschieden-gestaltige Grübchen, die von einem gewölbartigen Rande begrenzt werden. An der Mündungsstelle dieser Grübchen ist die Rindenschicht, wie man auf Durchschnitten sogleich erkennt, unterbrochen, so dass das weisse oder gelbe Markgewebe, in welches sie eingesenkt sind, bloss gelegt wird (Taf. IX Fig. 6, 7). Das Letztere ist bei einigen Arten durch ein dichteres kurzzelliges Geflecht, bisweilen auch durch ein lockeres Parenchym vom Hohlraum der Cyphelle abgegrenzt; diese besitzt alsdann eine rindenartige Wandung. Bei den übrigen Arten dagegen ist die blossgelegte Stelle des Markes ebenso lockerfilzig als beliebige tiefer liegende; die Cyphellen sehen in diesem Falle gerade so aus, wie die Durchbruchsstellen der Soredien.

Ueber die Entwicklung dieser vermeintlichen Brutorgane gibt zunächst die Betrachtung mit der Loupe, oder bei auffallendem Lichte mit dem Microscop, einigen Aufschluss. Man bemerkt in der Nähe des Randes hie und da blasig aufgetriebene Stellen, hügelförmige Erhabenheiten, welche sich durch den Mangel an Filzfasern als noch nicht ausgebildete Cyphellen zu erkennen geben. Die Rinde zieht sich in diesem Stadium noch ohne Unterbrechung über den Höcker weg (Fig. 4). Bald jedoch bildet sich in der Mitte desselben eine kleine Oeffnung, durch welche man in eine etwas grössere, offenbar schon vorher entstandene Höhlung hineinsieht. Die Entwicklung der Cyphellen ist damit bereits vollendet; ihre weiteren Veränderungen sind bloss eine Folge der Ausdehnung des Thallus durch intercalares Wachsthum, wobei nothwendig auch der Umfang des Höckers, der Hohlraum im Innern und die Mündung desselben allmählig grösser werden.

Untersucht man nun die zuerst erwähnten Entwicklungsstadien auf zarten Durchschnitten, so findet man an der blasig aufgetriebenen Stelle entweder das gewöhnliche Markgeflecht oder einen etwas dichter geflochtenen Faserknäuel, welcher bei den Arten mit deutlich begrenzten Cyphellen durch die Kürze der Zellen und die Grösse der Zellhöhlungen ein parenchymatisches Aussehen erhält. Bei Sticta macrophylla, einer Species von der letzten Categorie, beobachtet man zuweilen das auf Taf. IX Fig. 4 dargestellte Verhalten. Ein ziemlich dichtfilziges, fast parenchymatisches Gewebe umgibt einen kleinen Hohlraum, der sich im untern Theile der Markschicht, ungefähr über der Mitte eines Höckers befindet. Zweifelsohne kommen ähnliche Entwicklungsstadien auch bei den übrigen verwandten Arten vor (jedoch wahrscheinlich mit Ausnahme derjenigen, deren Markschicht keine bestimmte Abgrenzung zeigt) und ist es bloss eine Sache des

Zufalls, dass ich sie trotz der zahlreichen Durchschnitte, die ich anfertigte, nicht finden konnte. Da nun die jüngsten der ausgebildeten Cyphellen immer beträchtlich weiter sind als dieser Hohlraum, so muss angenommen werden, dass sich derselbe noch einige Zeit ausdehne, bevor er durch die in der Rinde entstehende Oeffnung nach aussen mündet.

Die Entwicklung der Cyphellen beruht also im einfachsten Falle wahrscheinlich bloss auf der stärkeren Entwicklung der Markschicht an einzelnen Stellen, der dadurch veranlassten Auftreibung der Rindenschicht und der endlichen Unterbrechung derselben. Im complicirteren Falle geht diesem letzten Vorgang die Bildung eines Hohlraumes in dem nach unten vorspringenden Faserknäuel voraus.

Die älteren Lichenologen nahmen bekanntlich an, dass die Cyphellen Soredien bildende Organe seien (Meyer, Flecht. pag. 148). Die Richtigkeit dieser Annahme vorausgesetzt, lag die Vermuthung nahe, es möchten die Gonidiennester, welche man hie und da mitten im Marke antrifft, noch unausgebildete Cyphellen sein, welche später nach unten aufbrechen und ihren Inhalt entleeren. Diese Vermuthung erweist sich indessen bei genauer Untersuchung als grundlos. Man sucht vergebens nach irgend einem Uebergangsstadium, in welchem die Entleerung der Gonidien bereits begonnen oder ein Durchbruch der Rinde eben stattgefunden hätte. Andererseits glaube ich für St. macrophylla und damaecornis die Thatsache festgestellt zu haben, dass die jüngsten Cyphellen, bei welchen die Oeffnung so klein ist, dass eine die Höhlung ausfüllende Soredienmasse unmöglich hätte heraustreten können, nicht eine einzige grüne Zelle enthalten. Bei ersterer Art gibt das Fig. 4 dargestellte Entwicklungsstadium vollends die Gewissheit, dass die Cyphellen mit den Gonidiennestern im Marke in keinerlei Beziehung stehen, überhaupt keine Brutorgane sind*.

Welches nun aber die wahre Bedeutung der Cyphellen sei, lässt sich aus ihrer anatomischen Beschaffenheit nicht erkennen. Es ist möglich, dass sie als eine Art von Spaltöffnungen zu betrachten sind, durch welche die im Markgewebe enthaltene Luft mit der Atmosphäre in Verbindung gesetzt wird. Es ist aber auch ebenso gut möglich, dass sie für die Pflanze keine weitere Bedeutung haben, als die Löcher, welche bei Imbricaria terebrata den ganzen Thallus und bei einigen höheren Pflanzen das Blattparenchym durchsetzen. —

Nicht immer entsprechen den Unterbrechungen der unteren Rinde grübchenförmige Vertiefungen in der Markschicht; die letztere zeigt bei einigen Arten, so weit sie bloss gelegt ist, eine mit der oberen Fläche parallel laufende Begrenzung. Jene Unterbrechungen erscheinen in diesem Falle nicht als Cyphellen, sondern als weisse Flecken, die von dem berindeten Theil der untern Fläche durch ihre Farbe und den Mangel an Filzfasern abstechen. Diese Flecken sind in der Regel viel grösser als die Cyphellen, sie nehmen nicht selten einen überwiegenden Theil der untern Lagerfläche ein; aber dessenungeachtet ist das Gewebe, welches die

(*) Bei St. aurata habe ich jedoch neuerdings Gonidien führende (mit den Gonidiennestern nicht zu verwechselnde) Faserknäuel in den Cyphellen beobachtet. Die Angabe von Fries „cyphellis sorediiformibus“ wird dadurch bestätigt. Möglich, dass sich einige verwandte Arten, die sich durch „cyphellae pulverulentae“ auszeichnen, ähnlich verhalten.

blossgelegte Markschicht nach aussen abgrenzt, genau dasselbe, das bei manchen Arten die rindenartige Wandung der Cyphellen bildet: ein farbloses, ziemlich dichtes, kurzzelliges, bisweilen parenchymatisches Fasergeflecht.

Sowohl die Cyphellen und weissen Flecken, als auch die netzförmige Zeichnung auf der Oberfläche (z. B. bei Sticta scrobiculata) geben einen ziemlich zuverlässigen Anhaltspunkt für die approximative Bestimmung des intercalaren Wachsthums. Wenn nämlich das letztere die einzige Ursache der Ausdehnung ist, welche die Oeffnungen der Cyphellen und die Maschen des oberflächlichen Netzes erleiden, so kann durch die Vergleichung der Durchmesser das Maass desselben bestimmt werden. Einige Messungen auf der Mittellinie eines Lappens von Sticta dichotoma ergaben folgende Resultate:

Diameter der Cyphelle (in Mik.)	33 (40)	88	165	220	 484
Abstand vom Scheitel des Lappens	330	836	2200	3300	im Innern.

Das Markgewebe ist gewöhnlich lockerfilzig und luftführend, doch in der Regel etwas dichter geflochten als bei den Imbricarien. Die Fasern verlaufen vorherrschend in der Längsrichtung der Lappen, ihre Wandungen sind meist nur mässig verdickt (bis auf $^{1}/_{4}$ oder $^{1}/_{3}$ des Durchmessers, selten stärker) und die einzelnen Zellen lang-gestreckt (30—40 Mik. und darüber).

Die Gonidien sind bei einer Reihe von Arten blass-grün oder gelb-grün, kugelig, mit doppelt conturirten Membranen, durchschnittlich kleiner als bei den übrigen Parmeliaceen (selten über 8—10 Mik. im Diam.). Ihre Anordnung und Theilungsweise ist in diesem Fall die gewöhnliche der gelb-grünen Gonidien. Bei einer andern Reihe von Arten ist dagegen die Farbe der Gonidien entschieden blau-grün, zuweilen fast blau, und dem entsprechend auch die Gruppirung, wie bei den übrigen Flechten mit blau-grünen Gonidien, eine abweichende. Die durch Theilung entstandenen Gruppen sind nämlich häufig von einer gallertartigen Hülle, der stark verdickten Membran der Mutterzelle, umschlossen und bleiben dann auch nach dem Zerreiben des Präparates meist zu grössern, sehr verschiedengestaltigen Complexen vereinigt, wie diess in vollkommen übereinstimmender Weise auch bei Nephroma, Pannaria u. a. der Fall ist. Die Anhäufung solcher Gonidiengruppen an verschiedenen Punkten hat zur Folge, dass die Gonimonschicht hie und da in abgerundeten Massen weit in das Markgewebe vorspringt.

Die oben erwähnten Gonidiennester, welche man oft mitten im Marke und getrennt von der Gonidienzone antrifft, sind von zahlreichen zarten Fasern durchflochten und können daher ebenso gut als Soredienmassen angesehen werden.

Die Soredien brechen bekanntlich bald am Rande, bald an beliebigen Stellen der Oberfläche hervor. Im ersteren Falle ist die Rindenschicht meist auf grössern Strecken unterbrochen und in solcher Weise umgeschlagen oder aufgerollt, dass die Gonimonschicht nach oben zu liegen kommt. Die gelbe Farbe, welche die Soredien bei St. aurata und crocata zeigen, rührt nicht etwa von den Gonidien, sondern von den zahlreichen gelben Körperchen her, womit die Fasern besetzt sind. Die Faserhüllen sind nie parenchymatisch, übrigens bald dichter, bald weniger dicht geflochten.

Zusammenstellung der Arten.

* Gonidien blau-grün, in Gruppen, die von der Membran der Mutterzelle umschlossen sind. — Mit oder ohne Cyphellen; Rinde parenchymatisch oder fibrös. Stictina Nyl.

Sticta sylvatica L. Obere Rinde c. 20, unten c. 16 Mik. dick; erstere aus 3—4, letztere meist nur aus 2 Schichten dünnwandiger Zellen bestehend. — IX, 2 Durchschnitt durch die obere und untere Rinde.

St. fuliginosa Ach.
St. Dufourii Delis.
St. limbata Sm.
} Verhalten sich ebenso. In der obern Rinde liegen gewöhnlich 3—4, in der untern 2—3 Zellen übereinander.

St. macrophylla Bory. Obere Rinde 30—36, unter 20—40 Mik. dick, beide parenchymatisch aus 3—5 Zellschichten bestehend. — Fig. 4 Durchschnitt durch den Thallus mit einer jungen Cyphelle.

St. retigera Bory. Obere Rinde c. 40 Mik. dick, parenchymatisch, aus 5—7 Zellschichten bestehend, die oberflächlichen Zellen mit sehr kleinen Höhlungen. Untere Rinde c. 20 Mik. dick, mit 3—4 Zellschichten, wie die obere.

St. filicina Zoll. Cat. Nr. 213. (Comm. Hepp). Obere und untere Rinde parenchymatisch, beide c. 28—30 Mik. dick (Taf. IX Fig. 3 Durchschnitt durch die obere und untere Rinde). Mark ziemlich dichtfilzig. Filzfasern mit stark verdickten Wandungen. — Thallus von sehr verschiedener Dicke, bis 300 Mik. und darüber.

St. scrobiculata Scop. Obere Rinde 40—50 Mik. dick, kleinzellig-parenchymatisch, aus 4—6 Zellschichten bestehend. Untere Rinde 30—36 Mik. dick, mit etwas stärker verdickten Zellwandungen.

St. crocata Auct. Obere Rinde 40—50 Mik. dick, durchgehends fibrös, namentlich zunächst der Oberfläche mit sehr kleinen Zellhöhlungen. Untere Rinde 12—20 Mik. dick, auf zarten Durchschnitten mit braunem Rande, auf dicken ganz braun, im Uebrigen wie die obere. Gonidien in einer ununterbrochenen grünen Zone von ziemlich gleichmässiger Breite (c. 40 Mik.). Markfasern nur spärlich mit kleinen Körperchen besetzt, daher das Gewebe farblos (weiss); Faserknäuel der Soredien dagegen durch massenhafte Einlagerung intensiv gelb gefärbt.

* * Gonidien gelb-grün oder blass-grün, kugelig (nicht über 10—12 Mik. im Durchmesser), mit doppelt conturirten Membranen, ohne gemeinsame Hüllen. Mit oder ohne Cyphellen; Rinde parenchymatisch oder fibrös. Sticta und Ricasolia Nyl.

Sticta herbacea Huds. (Exs. Stenh.)
Ricasolia discolor (Del.) Nyl.
R. corrosa (Ach.) Nyl.
R. intermedia Nyl.
R. Schaereri Montg. et v. d. B.
R. dissecta (Ach.) Nyl.
R. crenulata (Hook) Nyl.
R. pallida (Hook) Nyl.
} Obere Rinde 28—30, seltener bis 40 oder auch nur 20—24 Mik. dick, parenchymatisch, aus 3—5 Zellschichten bestehend, die peripher. Zellen kleiner und mit stärker verdickten Wandungen. Untere Rinde meist dünner als die obere, selten über 20—24 Mik. dick, aus c. 2—3 Zellschichten bestehend, nicht immer deutlich vom Marke abgegrenzt. Gonidien sehr klein, oft nur 4—5, selten über 10 Mik. im Durchm.*

(*) Die hier erwähnten Repräsentanten der Gattung Ricasolia Nyl. wurden mir

Sticta aurata Sm. Obere Rinde 20 Mik. dick, aus 5—8 Schichten ziemlich dickwandiger Zellen bestehend, wovon die peripherischen mit braunen Membranen und gewöhnlich kleiner als die tiefer liegenden. Untere Rinde etwas dünner (c. 24 — 30 Mik.), mit 3 — 5 Zellschichten, im Uebrigen wie die obere. Markfasern mit zahlreichen gelben Körperchen besetzt, welche dem Gewebe die bekannte schöne Farbe verleihen. — Fig. 6 Schnitt durch den Thallus mit einer Cyphelle.

St. damaecornis Auct. (St. dichotoma) Rindenschicht beiderseits ein schönes dünnwandiges Parenchym, im Uebrigen wie bei vorhergehender Art. Mark ohne körnige Einlagerungen. — Fig. 7 Schnitt durch den Thallus mit einer Cyphelle.

St. amplissima Scop. Obere Rinde 60 Mik. dick, mit sehr unregelmässig begrenztem Rande, zunächst der Oberfläche mit stark verdickten gelblichen Zellwandungen. Markgewebe ziemlich dichtfilzig, jedoch lufthaltig, mit vorherrschend longitudinalem Faserverlauf und langgestreckten Zellen, auf der Unterseite des Lagers in ein kurzzelliges parenchymatisches Gewebe übergehend, das zwar stellenweise etwas gelockert erscheint, im Uebrigen aber das gewöhnliche Verhalten der untern Rinde zeigt. Gonidien 8—10 Mik., selten 12 Mik. im Durchmesser, mit zarter, jedoch hie und da vom Inhalt abgelöster Membran.

St. linita Ach. Obere Rinde 30—40 Mik. dick, fibrös oder kleinzellig-parenchymatisch mit stark verdickten Zellwandungen. Untere Rinde gewöhnlich nicht über 8—10 Mik. dick, aus vorherrschend in tangentialer Richtung verästelten Fasern bestehend. Gonidien blassgrün, nur spärlich vorhanden. — Das Rindengewebe bildet den Uebergang vom kleinzelligen Fasergeflecht der St. pulmonaria zu dem schönen Parenchym der vorhergehenden Arten.

St. pulmonaria L. Obere Rinde 24 — 50, untere 16 — 20 Mik. dick, beide fibrös.

Anmerkung. Diese zweite Reihe von Arten, welche den Uebergang zu den Parmelien bildet, erscheint mit Rücksicht auf Form und Gruppirung der Gonidien ziemlich scharf von der ersten Reihe abgegrenzt. Dagegen möchte ich fast bezweifeln, ob der grüne Farbstoff, der in der letzteren mit Phycrochom übereinstimmt, bei den gelb-grünen oder blassgrünen Gonidien durchweg Chlorophyll sei, und wenn auch, so bleibt immer noch zu erwähnen übrig, dass die Gonidienmembranen mit Jod und Schwefelsäure sich nicht oder nur sehr schwach blau färben, während sie bei typisch gelbgrünen Gonidien eine entschieden blaue Färbung zeigen.

---

sämmtlich von Herrn v. Krempelhuber in Originalexemplaren mitgetheilt. Da ich in der Folge noch öfter Gelegenheit haben werde, ähnliche Mittheilungen sowohl von Herrn v. Krempelhuber, als von den Herren Dr. Hepp und Arnold zu erwähnen, so erfülle ich hier die angenehme Pflicht, diesen den Freunden der Flechtenkunde rühmlichst bekannten Männern hiemit meinen aufrichtigen Dank für ihre freundliche Unterstützung auszusprechen.

Nephroma Ach.

Während die schildförmigen randlosen Apothecien die Vereinigung dieser Gattung mit Peltigera und Solorina rechtfertigen, spricht sich in der anatomischen Beschaffenheit des Thallus eine so vollständige Uebereinstimmung mit der vorhergehenden Gattung aus, dass es unmöglich ist, irgend ein Merkmal anzugeben, dass im Formenkreise von Sticta bei dieser oder jener Art nicht auch zu finden wäre. Nephroma reiht sich demnach, wenn man von den carpologischen Merkmalen * absieht, ungezwungen an die Parmeliaceen an, steht dagegen unter den Peltideaceen schon durch seine beiderseitige Berindung vereinzelt da.

Obere und untere Rinde sind schön parenchymatisch, die letztere meist etwas dünner als die erstere und wie bei Sticta mit einem stärkeren oder schwächern Faserfilz bedeckt (Taf. IX Fig. 8 Schnitt durch den Thallus). Beide bestehen aus 2 — 5 oder einer noch grössern Zahl von Zellschichten und gehen am Rande in einem wie gewöhnlich halbkreisförmigen Bogen ineinander über. Das Gewebe ist hier etwas kleinzelliger und dünnwandiger, im Uebrigen von dem der ältern Rinde nicht verschieden.

Die Gonidien sind klein, blau-grün oder grünlich-blau, nach Zusatz von Kali gelb-grün. Ihre durch Theilung entstandenen Gruppen sind von den Membranen der Mutterzellen umschlossen und werden daher beim Zerreiben des Präparats zwar leicht isolirt, gewöhnlich jedoch nicht in die einzelnen Zellen aufgelöst.

Anmerkung. Die Angabe Körber's (S. L. G. p. 54), dass die „mittlere" Markschicht bei N. laevigatum von einer schmalen doppelten Gonidienschicht eingefasst sei, bei N. tomentosum dagegen gänzlich fehle, ist unrichtig und beruht jedenfalls auf sehr oberflächlicher Beobachtung.

Nephroma laevigatum Ach. Obere Rinde 20—30, untere 12—20 Mik. dick, erstere aus 2—5, letztere aus 2—3 Zellschichten bestehend. Filzfasern der unteren Lagerfläche sehr kurz, oft nur papillenförmig oder kaum angedeutet.

N. tomentosum Hoffm. Obere Rinde 16—30, untere 12—20 Mik. dick; erstere aus 3—5, letztere aus 2 – 3, selten 4 Zellschichten bestehend. Faserfilz der unteren Lagerfläche stark entwickelt, die einzelnen Fasern kurzzellig und dünnwandig.

N. arcticum L. Obere Rinde 40—48 Mik. dick, schön parenchymatisch, die einzelnen Zellen hie und da in undeutlichen radialen Reihen, zunächst der Rinde zuweilen mit stark verdickten Wandungen (wie bei Sticta amplissima). Untere Rinde von ungefähr gleicher Dicke oder etwas dünner (20 — 40 Mik.) ebenfalls schön parenchymatisch. Markgewebe dichter geflochten als bei den vorhergehenden Arten. Filzfasern der untern Fläche hie und da von bedeutender Länge, stellenweise aber auch ganz fehlend.

(*) Die carpologischen Merkmale sind übrigens nicht der Art, dass sich hieraus eine sehr nahe Verwandtschaft mit den Gattungen Peltigera und Solorina folgern liesse. Die Sporen stimmen bekanntlich mit denen von Sticta vollkommen überein, und die Apothecien sind schleierlos. —

Peltigera HOFFM.

Unter sämmtlichen Lichenen mit typisch-laubartigem Habitus stehen Peltigera und Solorina, diese beiden Repräsentanten der kleinen, aber sehr natürlichen Gruppe der Peltideaceen, durch den gänzlichen Mangel einer untern Rindenschicht — bei durchweg lockerfilzigem Marke — vereinzelt da. Sie schliessen sich dagegen durch ihre schildförmigen Apothecien an die vorhergehende Gattung und durch diese an Sticta an.

Peltigera besitzt eine schön parenchymatische obere Rinde von ziemlich gleichmässiger Dicke. Die Wandungen der Zellen sind im grössern innern Theil des Rindenparenchyms meist ziemlich zart, zunächst der Oberfläche dagegen beträchtlich verdickt, oft so stark, dass die Lumina auf zarten Durchschnitten einen kleineren Theil der Fläche einnehmen als die Membranen (Taf. IX Fig. 9). Der Verlauf der Rindenfasern lässt sich im ältern Thallus wegen der isodiametrisch-polyedrischen Form der Zellen und der annähernd gleichmässigen Verdickung der Membranen nicht immer mit Sicherheit erkennen; dagegen überzeugt man sich auf Durchschnitten durch den jugendlichen Rand leicht, dass die vorherrschende Wachsthumsrichtung die Oberfläche senkrecht trifft.

Die Gonidien sind klein, blau-grün oder schmutzig gelblich (stets durch Phycochrom gefärbt); sie bilden eine zusammenhängende Schicht von ziemlich gleichmässiger Breite und verhalten sich hinsichtlich ihrer Grösse und Gruppirung wie die blau-grünen Gonidien von Nephroma, Sticta, Pannaria etc.

Das Gewebe unterhalb der Gonidienschicht, das in jeder Hinsicht mit dem Mark der vorhergehenden Gattungen übereinstimmt und daher auch hier als Markschicht bezeichnet werden muss, besteht aus verästelten, locker verflochtenen Fasern, die zuweilen 8—10, oft aber auch nur 4—6 Mik. Dicke erreichen. Ihre Wandungen sind bald dünn, bald mässig verdickt, die einzelnen Zellen mehr oder weniger lang gestreckt (c. 30—50 Mik.).

Auf der untern Lagerfläche bilden die Markfasern (mit Ausnahme von P. malacea) anastomosirende Venen, die sich indess nicht als solide Stränge, sondern bloss als etwas dichter geflochtene Bündel vorherrschend parallel verlaufender Fasern erweisen. Von gleicher Beschaffenheit sind auch die Haftfasern, welche die Venen nach unten entsenden; sie sind durchweg lockerfilzig und dadurch von den entsprechenden Organen der Parmelien verschieden.

Das Marginalwachsthum des Thallus beruht auf der Verlängerung und Verästlung der peripherischen Rinden- und Markfasern. Der Verlauf derselben ist übrigens nicht regelmässig genug, um für die Wachsthumserscheinungen eine bestimmte Regel aufstellen zu können.

Ueber das intercalare Wachsthum gibt das Venennetz auf der Lagerunterseite einigen Aufschluss. Man beobachtet nämlich, dass die Maschen desselben bis auf einige Entfernung vom Rande rasch an Grösse zunehmen und jedenfalls ein Vielfaches ihres ursprünglichen Durchmessers erreichen, dann aber keine merkliche Veränderung mehr zeigen. Es folgt daraus, dass das intercalare Wachsthum fast ausschliesslich auf die jüngsten Partieen des Thallus beschränkt ist, aber dessen-

ungeachtet an der Flächenausdehnung desselben einen weit grösseren Antheil hat, als das Marginalwachsthum.

Peltigera canina L. / P. horizontalis L. — Rinde 44 — 50 Mik. dick, parenchymatisch, zunächst der Oberfläche mit stärker verdickten Wandungen. (Taf. IX Fig. 9. Schnitt durch die Rinde und die Gonidienzone.)

P. venosa L. / P. polydactyla Hoffm. — Rinde 32 — 40 Mik. dick, dünnwandig-parenchymatisch.

P. malacea Ach. Rinde 24 — 32 Mik. dick, aus 3 — 5 Zellschichten bestehend, dünnwandig-parenchymatisch. Die Oberfläche derselben ist mit einem schwachen Tomentum besetzt, welches von dickwandigen, verfilzten Faserfortsätzen gebildet wird, deren Länge hie und da die Dicke der Rinde übersteigt. An den Markfasern haften zahlreiche kleine Körperchen, welche nach Zusatz von Kali sogleich verschwinden.

P. aphtosa L. Rinde c. 30 Mik. dick, häufig mit warzenförmigen Prolificationen, die aus interstitienlosen, meist undeutlich parenchymatischem Gewebe bestehen.

Anmerkung. Ueber die Anatomie des Thallus von Peltigera hat bereits Speerschneider (Bot. Zeit 1857 p 521) schätzenswerthe Untersuchungen veröffentlicht. Dieselben stimmen in der Darstellung der Lagerung und Structur der Thallusschichten im Allgemeinen mit meinen Beobachtungen überein. weichen jedoch mit Rücksicht auf die feineren anatomischen Details in einigen Punkten von denselben ab. Ich hebe insbesondere folgende hervor:

1) Die Rindenzellen sind nicht kugelig oder oval, wie sie Speerschneider beschreibt und in Fig. 2 der beigegebenen Tafel abbildet, sondern unregelmässig prismatisch. tonnenförmig oder cylindrisch mit ebenen Endflächen. Die Zellen der nämlichen Faser sind nämlich stets durch Scheidewände mit parallelen Conturen von einander abgegränzt und daher auch in der älteren Rinde als solche zu erkennen. Das Gewebe erhält durch diesen Umstand, namentlich wenn die Seitenwandungen der Faserzellen stark verdickt sind, einen eigenthümlichen Habitus, indem die Fasern bald längs, bald quer oder schief geschnitten sind.

2) Die vermeintliche Verdickungsschicht, welche von der eigentlichen Zellmembran nach aussen abgesondert sein soll, ist nichts anderes als der peripherische Theil der Zellmembran selbst. Dass die innerste Schicht derselben unter dem Mikroskop heller erscheint, ist eine Folge ihrer grösseren Dichtigkeit. Gewöhnlich beobachtet man übrigens bei stark verdickten Fasern der Flechten überhaupt eine ähnliche helle Schicht zunächst der Oberfläche.

3) Speerschneider will die Bildung der Gonidien an Fadenzellen bei einer Anzahl von Lichenen und auch bei Peltigera nachgewiesen haben. Bei letzterer sollen sie indess länger als gewöhnlich in den Faserzellen liegen bleiben und öfters mit ihnen ausgestreut und erst nach deren gänzlicher Zerstörung frei werden. Nach den Zeichnungen zu schliessen, ist die angebliche Faserzelle, in welcher die Gonidien liegen, nichts Anderes als die Membran der Mutterzelle, die nach der Theilung der letzteren die Tochterzellen umschliesst. Dass sie aber auf die in der Zeichnung (Fig. 6) angedeutete Weise mit den Faserzellen in Verbindung stehe und ursprünglich selbst eine gewöhnliche Faserzelle gewesen sei, beruht jedenfalls auf Täuschung.

Solorina Ach.

Die Verwandtschaft dieser Gattung mit Peltigera ist so augenfällig, dass man füglich beide als Repräsentanten eines Typus zusammenstellen könnte. Wenn ich sie hier gesondert betrachte, so geschieht diess vorzugsweise wegen des abweichenden Verhaltens der Gonidien.

Der Thallus ist stets nur oberseits* berindet, die Rinde parenchymatisch und entsprechend der vorherrschenden Wachsthumsrichtung der Fasern aus senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen gebildet (Taf. IX Fig. 10). Die Wandungen der Zellen sind bei S. saccata nur wenig, bei S. crocea stärker verdickt, jedoch zwischen den successiven Zellen derselben Faser stets weniger als zwischen den seitlich sich berührenden Zellen verschiedener Fasern. Zunächst der Oberfläche erreicht die Verdickung, wie gewöhnlich, einen höheren Grad.

Die Gonidien bilden eine zusammenhängende grüne Zone unter der Rinde; sie finden sich ausserdem auch in grössern oder kleineren, im Marke zerstreuten Nestern (Taf. IX Fig. 11). Merkwürdiger Weise steht damit auch ein abweichendes Verhalten der einzelnen Zellen im Zusammenhang. Die Gonidien der Gonimonschicht sind gelblich grün, kugelig oder elliptisch, mit einfach (selten doppelt) conturirten Membranen, einzeln oder in Gruppen, jedoch nie mit gemeinsamen Hüllen. Aus dem Inhalt, welcher häufig stellenweise von der Membran abgelöst erscheint, scheiden sich gewöhnlich grössere oder kleinere, oft sehr zahlreiche Oeltropfen aus, wie man sie bei den typisch-gelbgrünen Gonidien beobachtet. Es kommt sogar nicht selten vor, dass der ganze Inhalt aus einem oder zwei grossen, ölartigen Tropfen besteht. Die Grösse der Zellen schwankt zwischen 4 und 8 Mik.; die ovalen sind beispielsweise 6 — 8 Mik. lang und 4 — 6 Mik. breit. Ob der

---

(*) Streng genommen ist diess nur für den sterilen Thallus gültig, da an den den Apothecien entsprechenden Stellen auch die Lagerunterseite berindet ist. Diese untere Rinde erreicht eine Dicke von 100 bis 140 Mik., ist schön parenchymatisch wie die obere, überhaupt im ganzen Habitus mit dieser übereinstimmend. An den Rändern löst sie sich ohne scharfe Grenze in lockeres Fasergeflecht auf. Ihre Entwicklungsgeschichte steht natürlich im Zusammenhang mit derjenigen der Apothecien, wesshalb ich hierüber einige Worte vorausschicken will. Die Apothecien entstehen in der Gonimonschicht unmittelbar unter der obern Rinde. Sie erscheinen zuerst als verworrene Faserknäuel, welche offenbar der lebhaften Verästlung der zwischen den Gonidien verlaufenden Fasern ihren Ursprung verdanken. Bald nachher sprossen oberseits die parallelen Paraphysen hervor, deren Scheitelzellen (wie mir scheint, gleich von Anfang an) den Innenrand der Rinde berühren. Diese wird durch die weitere Entwicklung der lamina proligera etwas nach oben gewölbt, bleibt jedoch vorläufig noch ohne Unterbrechung, als sog. velum, über dieselbe ausgespannt. Ihre innern Zellen nehmen sehr früh eine braun-gelbe Färbung an, wodurch die Apothecienanlagen auf der Oberfläche wahrnehmbar werden. Das weitere Verhalten ist bekannt. — Mit dem ersten Auftreten der lamina proligera erscheint das Fasergeflecht an der Lagerunterseite bereits beträchtlich dichter geflochten, als im gewöhnlichen Markgewebe. Man beobachtet hie und da kleine solide Knäuel, die aber noch durch grössere luftführende Räume voneinander getrennt sind. Indem die letzteren allmählig verschwinden und die dichteren Partieen parenchymatisch werden, kommt jene schöne untere Rinde zu Stande, welche die obere an Mächtigkeit weit übertrifft.

grüne Farbstoff, der allerdings oft entschieden gelb-grün aussieht, reines Chlorophyll sei, muss ich dahin gestellt sein lassen. — Die Gonidien der im Marke zerstreuten Nester sind dagegen deutlich blau-grün, bei S. crocea fast blau, ohne Oeltropfen im Inhalt, in Form und Gruppirung mit dem typisch-blaugrünen Gonidien übereinstimmend. Ihre Membranen sind mehr oder weniger gallertartig verdickt; hie und da tritt in Folge dessen eine entschiedene Neigung zur Kettenbildung hervor. (In Fig. 10 auf Taf. IX, wo die grünen Zellen bis auf eine schmale Zone unter der Rinde einem Gonidiennest angehören, wurde die etwas abweichende Farbe der Gonimonschicht nicht wiedergegeben.)

Das Markgewebe und die Haftfasern verhalten sich wie bei Peltigera. Auch das für die letztere Gattung characteristische Adernetz der Lagerunterseite kommt bei S crocea in übereinstimmender Weise zur Entwicklung.

Solorina crocea L. Rindenschicht 40—80 Mik. dick, aus vorherrschend senkrecht gegen die Oberfläche verlaufenden Zellreihen gebildet, welche durch stark verdickte Membranen voneinander getrennt sind, während die Scheidewände zwischen den successiven Zellen derselben Reihe durch ihre weit schwächere Verdickung in die Augen fallen. Zunächst der Oberfläche beobachtet man bloss einzelne Zellhöhlungen in einer homogenen Masse (IX, 10). Die Gonidiennester, welche bald vollständig isolirt vorkommen, bald nach oben mit der eigentlichen Gonimonschicht in Verbindung stehen (Fig. 11), erweisen sich bei genauerer Untersuchung als dichte, unter dem Microscop hell erscheinende Faserknäuel, in welche die Gonidien eingebettet sind. — Die Markfasern sind mit Ausnahme der zunächst der Gonimonschicht gelegenen mit zahlreichen rothen Körperchen besetzt, welche die bekannte schöne Färbung der untern Lagerfläche bedingen. Nach Zusatz von Salzsäure oder Salpetersäure nehmen diese Körperchen einen mehr gelblichen Ton an (etwa gelblich-ziegelroth), bleiben übrigens unverändert. In Kali geht die Farbe in ein schönes Violett über; ausserdem bilden sich in der Umgebung der Schnitte violette Wolken, die aus einer grumösen Masse bestehen. Es ist diess, abgesehen von der Farbennüance, dieselbe Erscheinung, die man auch bei Physcia parietina und einigen Lacanoren beobachtet.

S. saccata L. Rindenschicht c. 20—40 Mik. dick, zunächst der Oberfläche mit stärker verdickten Zellwandungen. Markgeflecht mit spärlichen farblosen Einlagerungen.

Anmerkung. Eine eigenthümliche Darstellung der anatomischen Verhältnisse der Gattung Solorina gibt (nach Körber) Massalongo (Mem. Lich. p. 25). Nach ihm besteht der Thallus aus 4 gesonderten Schichten. Die erste oder epidermoidale ist zusammengesetzt aus einem Gewebe von runden Zellchen; die zweite ist gänzlich fibrös mit sehr kleinen unregelmässigen Gonidien, die eine ihnen eigenthümliche Molecularbewegung zeigen; die dritte ist eine dicke gonimonische Schicht; die vierte ist zusammengesetzt aus verlängerten gegliederten Zellen, welche sich nach unten verlängern und den Filz der untern Lagerfläche zusammensetzen. Letztere Zellen (die Markzellen) sind mit zinnoberröthlichen Gonidien gemischt; in den zwei letzteren Schichten aber verdienen eine besondere Aufmerksamkeit einzelne reguläre Hohlräume, welche gekrümmt und voll von Gonidien von blauer oder besser grünlich-hellblauer Farbe sind. — Der geneigte Leser wird also auf 4 verschiedene Arten von Gonidien aufmerksam gemacht, zu deren näherer Kenntniss ich folgende Bemerkungen hinzufüge. Die erste Art mit Molecularbewegung habe ich nie be-

obachtet; die zweite Art bilden die grünen Zellen der gonimischen Schicht, die dritte von zinnoberröthlicher Farbe die oben erwähnten von den Markfasern ausgeschiedenen Körperchen, die sich in Kali violett färben, endlich die vierte der „regulären Hohlräume" die blau grünen Gonidien, welche in die dichten Faserknäuel des Markes eingebettet sind.

Heppia NAEG.

Die anatomischen Verhältnisse dieser Gattung geben über die Verwandtschaftsbeziehungen derselben keinen genügenden Aufschluss, um ihr eine bestimmte Stelle im Systeme anweisen zu können. Ich reihe sie hier an die Peltideaceen an, weil sie in ihren carpologischen Merkmalen und durch die blaugrüne Farbe der Gonidien mit denselben übereinstimmt*. Mit Rücksicht auf den Thallus könnte sie wohl ebenso gut in die Nähe von Pannaria gestellt werden.

Jüngere Exemplare, sowie lebhaft vegetirende Lappen von geringerer Mächtigkeit, sind durch und durch parenchymatisch, mit grossen dünnwandigen Zellen (Taf. IX Fig. 1). Die Gonidien (deren ursprünglich blau-grüne Farbe hier häufig in die schmutzig-gelbgrüne umgewandelt ist) erscheinen in diesem Falle als einzelne grüne Zellen im Parenchym, welche nahezu in der ganzen Dicke des Thallus ziemlich gleichmässig zerstreut liegen, so zwar, dass ober- und unterseits nur einige wenige Zellschichten (zuweilen auch nur eine einzige) gonidienlos bleiben und daher als Rinde betrachtet werden müssen.

Bei älteren Exemplaren oder bei Lappen von grösserer Dicke ist dagegen der mittlere Theil des Thallus gewöhnlich fibröser Natur: die Zellen sind mehr oder weniger verlängert und berühren sich nur mit ihren Endflächen, während die Seitenwandungen ganz oder theilweise frei sind. Das Gewebe erscheint daher locker und lufthaltig. Die Zellreihen oder Zellfäden, welche dasselbe bilden, sind bald unregelmässig verflochten, bald verlaufen sie in vorherrschend senkrechter Richtung von einer Rinde zur anderen und setzen sich beiderseits an den Innenrand derselben an. Von diesem lockern, dünnwandigen Fasergeflecht bis zum geschlossenen grosszelligen Parenchym beobachtet man alle möglichen Uebergänge. Von der untern Rinde gehen einzelne Zellfäden ab, welche den sogenannten Hypothallus bilden.

(*) Die Apothecien sind bekanntlich, wie bei Solorina, ganz in den Thallus eingesenkt. Das Hypothecium ruht auf einem lockeren, Gonidien führenden Fasergeflecht, welches unterseits in eine schön-parenchymatische, aus 3 - 5 Zellschichten bestehende Rinde übergeht. Obschon nun freilich diese untere Rinde in vielen Fällen durchgehends zur Entwicklung kommt (was bei Solorina nicht der Fall ist), so ist sie doch an den den Apothecien entsprechenden Stellen stets deutlicher vom Marke abgegrenzt und schöner ausgebildet

Umbilicaria Hoffm. emend.

Die Umbilicarien bilden jedenfalls eine der natürlichsten Familien im System. Die zwei Gattungen, aus welchen dieselbe besteht, sind schon durch ihren eigenthümlichen Habitus vor den übrigen Lichenen in hohem Grade ausgezeichnet; sie erscheinen gleichsam als fremdartige Gebilde in die Reihe derselben eingeschoben und stehen nur mit den laubartigen Formen von Endocarpon in näherer verwandtschaftlicher Beziehung und auch mit diesen nur in Bezug auf den Thallus. Unter sich zeigen sie dagegen eine so grosse Uebereinstimmung, dass die anatomischen Verhältnisse des letztern zur Abgrenzung derselben kaum ausreichen, indem die nachstehend hervorgehobenen Unterschiede nur bei typisch ausgebildeten Exemplaren scharf hervortreten.

Von dem zunächst zu besprechenden Genus Umbilicaria Hoffm. habe ich bloss einen einzigen Repräsentanten, U. pustulata, genauer untersucht. Bei diesem ist der Thallus beiderseits berindet (Taf. VIII Fig. 15), obere und untere Rindenschicht schön-parenchymatisch mit vorherrschend senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen, welche den einzelnen Fasern entsprechen. Die Wandungen der Rindenzellen sind oberseits nur wenig, unterseits etwas stärker verdickt, zunächst der Oberfläche, wie gewöhnlich, braun oder gelblich gefärbt.

Die Gonidien bilden eine zusammenhängende grüne Zone von geringer Breite; sie sind in ein lockeres, lufthaltiges Fasergeflecht eingebettet, welches den oberen Theil der Markschicht bildet. Die letztere besteht hier aus unregelmässig verflochtenen, jedoch vorherrschend von unten nach oben verlaufenden Fasern; sie erscheint unter dem Microscop dunkler, als in der etwas dichter geflochtenen untern Hälfte, welche überdiess durch die vorherrschend radiale Richtung der Fasern sich von jener unterscheidet.

Die Markfasern verlaufen also im untern Theil der Markschicht in radialer Richtung parallel mit der Oberfläche und gehen nach beiden Seiten in bogenförmigem Verlaufe — oberseits zwischen den Gonidien hindurch — in die Rinde über. Schon dieses anatomische Factum würde es sehr wahrscheinlich machen, dass das Marginalwachsthum durch senkrecht zur Oberfläche verlaufende Fasern vor sich geht. Durchschnitte durch den Rand beweisen, dass diess wirklich der Fall ist; doch erscheint der Faserverlauf selten so regelmässig als bei manchen andern Gattungen.

Das intercalare Wachsthum betreffend, geben die Gruben auf der Unterseite des Lagers, welchen die blasigen Auftreibungen auf der oberen entsprechen, einige Anhaltspunkte. Dieselben sind in der Nähe des Randes sehr klein und nehmen bis tief in's Innere des Thallus allmählig an Umfang zu. Sie erreichen wenigstens das 10—20fache ihrer ursprünglichen Grösse. In demselben Verhältniss dehnt sich natürlich jedes andere Flächenelement aus; denn wenn auch angenommen werden muss, dass das intercalare Wachsthum an den grubig vertieften Stellen etwas stärker sei, als zwischen denselben, so hängt von diesem Unterschiede doch bloss die stärkere oder schwächere Wölbung der Fläche, aber

keineswegs der Durchmesser der letzteren ab. Somit bestätigt sich auch hier das Gesetz, dass das intercalare Wachsthum an der Flächenzunahme des Thallus einen weit grössern Antheil habe, als das Marginalwachsthum.

Die Gruben auf der Unterseite des Thallus sind übrigens noch in anderer Beziehung von Interesse. Die parenchymatische untere Rinde ist nämlich in der ganzen Ausdehnung derselben unterbrochen und folglich das dichtfilzige Markgewebe blossgelegt. Das letztere bildet nun freilich wieder eine Art Rinde, d. h. ein interstitienloses kleinzelliges Fasergeflecht, das jedoch auf den ersten Blick durch seine ganz verschiedene Physiognomie gegen das schöne Parenchym der primären Rindenschicht absticht (Fig. 15 rechts). Dieses eigenthümliche Verhalten erinnert unwillkührlich an die Cyphellen und weissen Flecken der Gattung S t i c t a, und es liegt die Vermuthung nahe, es möchten vielleicht beide Gebilde im Leben der Pflanze die nämliche Rolle spielen.

Einen weitern Anhaltspunkt zur approximativen Bestimmung des intercalaren Wachsthums bieten die abgestorbenen Gonidien. Dieselben waren bei den untersuchten Exemplaren nicht bloss im centralen Theil des Thallus, sondern auch in unmittelbarer Nähe des Randes in der ganzen Dicke der oberen Rinde zerstreut (Fig. 17) — ein Beweis, dass das Marginalwachsthum seit längerer Zeit aufgehört hatte. Die einzelnen Zellen bildeten hie und da etwas dichtere Gruppen, lagen aber doch durchschnittlich so weit auseinander, dass die Annahme eines starken intercalaren Wachsthums sich von selbst als die einzig befriedigende aufdrängte, um die ursprüngliche Lagerung in der Gonimonschicht mit diesem spärlichen Vorkommen im abgestorbenen Zustande in Einklang zu bringen.

Dieses intercalare Wachsthum bedingt nicht allein eine Ausdehnung des Thallus in die Fläche, es ist zugleich auch Dickenwachsthum. Es geht diess schon aus dem Umstande hervor, dass die abgestorbenen Gonidien auch in der Richtung von unten nach oben, senkrecht zur Oberfläche, weiter auseinander liegen als die lebenskräftigen der Gonimonschicht. Damit stimmt denn auch die Thatsache überein, dass der Thallus trotz des Verlustes, den er durch das Absterben der oberen Rinde fortwährend erleidet, in der Nähe der Haftscheibe beträchtlich dicker ist als am Rande, indem er hier z. B. bloss $^1/_7$ dort $^2/_7$ eines Millimeters misst.

Da die zersetzende Wirkung der Atmosphäre, wodurch das abgestorbene Rindengewebe fortgeführt, ja möglicher Weise das Absterben selbst bedingt wird, auf den verschiedenen Punkten der Oberfläche ungleiche Widerstände findet, so erscheinen auf Durchschnitten die Umrisse der Rindenschicht sehr unregelmässig. Sie springt hie und da zackenförmig vor und zeigt an andern Stellen tiefe Einschnitte. Ebenso verhält sich übrigens auch die untere Rinde, und es muss daher die Frage gestellt werden, ob auch hier ein allmähliges Absterben von unten nach oben und ein entsprechender Ersatz durch intercalares Wachsthum stattfinde? Diesen Punkt mit Sicherheit zu entscheiden, war mir nicht möglich. Der Rand der Rinde sieht allerdings stellenweise so aus, als ob eine Verwitterung stattgefunden hätte, doch wage ich nicht, auf dieses blosse Aussehen hin weitere Schlüsse zu gründen und betrachte die Frage in Ermanglung besserer Anhaltspunkte als unentschieden.

Umbilicaria pustulata Hoffm. Die Rindenschicht ist beiderseits circa 60 Mik. dick und, wie bereits erwähnt, sehr unregelmässig conturirt, indem einzelne Fasern und Fasercomplexe über die anderen hervorstehen. Die corallinisch verzweigten Auswüchse, welche Körber (S. L. G. p. 94) beschreibt, habe ich nicht näher untersucht; ich bezweifle indess die Richtigkeit seiner Angabe, dass solche Gebilde oft mit krugförmiger Mündung vorkommen und dann „eine gonimische Zelle öfters am Ende" zeigen. Auch die Bemerkung, dass die Markschicht „aus äusserst zarten Fadenzellen" bestehe, ist unrichtig, insoferne damit gesagt sein soll, dass die Markfasern hier dünner seien, als bei den meisten andern Gattungen.

Gyrophora Ach.

Von der vorhergehenden Gattung insbesondere durch zwei leicht in die Augen fallende Merkmale verschieden: 1) das gänzliche Fehlen der Gruben auf der Unterseite des Thallus, 2) das abweichende Verhalten der unteren Rinde, womit denn auch der Faserverlauf in der Krümmung des Randes im Zusammenhang steht.

Die untere Rinde erscheint nämlich als ein kurzzelliges, fibröses Gewebe, welches sich nur durch den unregelmässigen Faserverlauf und die etwas kürzeren Zellen von der radialfaserigen Markschicht unterscheidet, übrigens durch keine scharfe Grenze von derselben geschieden ist. Vielmehr kann der ganze untere Theil des Thallus, soweit er interstitienlos ist, als ein einheitliches Ganzes betrachtet werden, welches etwa dem Rindengewebe von Cornicularia zu vergleichen wäre, dessen oberflächlicher Theil ebenfalls aus kurzzelligen und unregelmässig verflochtenen Fasern besteht. Die Uebereinstimmung spricht sich auch darin aus, dass die Lumina dieser oberflächlichen Fasern im ältern Thallus beträchtlich grösser werden, wodurch das Gewebe ein parenchymatisches Aussehen erhält.

Der obere lockerfilzige Theil des Markes zeigt im Verhältniss zur Thallusdicke eine sehr verschiedene Mächtigkeit. Zuweilen bildet er nur eine schmale Zone unterhalb der Gonimonschicht und zwischen den einzelnen Gonidiengruppen; er kann sogar stellenweise oder selbst durchgehends gänzlich fehlen, indem der Thallus aus einem vollkommen interstitienlosen Gewebe besteht. In anderen Fällen nimmt er auf Durchschnitten ungefähr $1/3$ — $1/2$ der ganzen Breite ein und springt sogar hie und da so weit nach unten vor, dass nur wenige Zellschichten (zuweilen auch nur eine einzige) als Rinde übrig bleiben.

Bezüglich der oberen Rindenschicht verweise ich auf die Angaben bei den einzelnen Arten. Ich bemerke hier nur, dass sie bald parenchymatisch, wie bei Umbilicaria, bald fibrös oder doch undeutlich parenchymatisch erscheint, und dass sie zuweilen fast gar nicht zur Entwicklung kommt, indem die Gonidien beinahe an der Oberfläche liegen. Abgestorbene gonimische Zellen kommen bei grösseren Exemplaren ebenfalls in der ganzen Dicke der Rinde vor.

Der Faserverlauf in der Krümmung des Randes ist gewöhnlich sehr unregelmässig. Bei G. vellea kann derselbe mit Rücksicht auf die vorherrschend vertretene Richtung ein orthogonal-trajectorischer genannt werden, da wenigstens die Faserenden annähernd rechtwinklig gegen die Oberfläche ausbiegen. Bei den übrigen Arten lässt sich hierüber kaum etwas Allgemeines sagen. Bei den einen erscheint das Gewebe äusserst verworren (in noch höherem Grade als bei Hagenia); bei den andern ist die radiale Richtung der Fasern vorwiegend vertreten. Doch mögen auch hierin verschiedene Exemplare derselben Art sich abweichend verhalten.

Die Unterfläche des Thallus ist bald glatt, bald mit zahlreichen verschiedengestaltigen Warzen oder Papillen besetzt, welche meist aus einer grössern Zahl kurzzelliger, zu einem dichten Gewebe verbundener Fasern bestehen. Zuweilen kommen auch förmliche Haftfasern vor, die aus einem durch und durch soliden, äusserst verworrenen Fasergeflecht bestehen und sich oft sogar wiederholt verästeln.

Gyrophora vellea L. (Taf. X Fig. 13). Der ganze Thallus ist in seinem mittleren Theil c. 500, am Rande dagegen nur 150—250 Mik. dick. Die obere Rindenschicht ist schön-parenchymatisch und von ziemlich ungleichmässiger Dicke, indem einzelne grüne Zellen beinahe an der Oberfläche liegen, während an andern Stellen das Rindenparenchym nach innen oder nach aussen vorspringt. Die mittlere Mächtigkeit derselben kann etwa zu 20 — 24 Mik. angegeben werden. Bei den untersuchten Exemplaren enthielt sie zahlreiche abgestorbene Gonidien. Die Gonimonschicht erscheint gewöhnlich, wenigstens in ihrem oberen Theil, ebenfalls parenchymatisch, d. h. die Gonidien bilden mit den Faserzellen, denen sie an Form und Grösse ungefähr gleichkommen, ein schönes Parenchym. An der untern Grenze dagegen, wo eine fortwährende Neubildung von Gonidien stattfindet, sowie auch in dem anliegenden Streifen der Markschicht ist das Gewebe lockerfilzig und lufthaltig und überdiess durch den sehr unregelmässigen Faserverlauf characterisirt. Der ganze übrige Theil des Thallus endlich, welcher gegen die Mitte hin oft mehr als die Hälfte der ganzen Dicke einnimmt, besteht aus einem dichten, unter dem Microscop hell erscheinenden Fasergeflecht, das zunächst der Oberfläche keine, weiter von derselben entfernt (etwas tiefer im Innern) nur spärliche luftführende Interstitien zeigt. Der oberflächliche Theil dieses Gewebes (namentlich auch die zahlreichen Vorsprünge desselben) ist kurzzellig und verworrenfilzig und hat im ältern Thallus häufig ein parenchymatisches Aussehen. Tiefer im Innern dagegen verlaufen die Fasern in radialer Richtung parallel mit der Oberfläche und bestehen aus mehr oder weniger langgestreckten Zellen mit kleinen Höhlungen (Taf. X Fig. 11).

Im peripherischen Theil der oberen Rinde und in einer schmalen Zone unterhalb der Gonimonschicht finden sich zahlreiche kleine Körperchen eingelagert, welche in Säuren unverändert bleiben, in Kali sich aber sogleich auflösen. Kali entfärbt auch den braunen Rand der oberen und unteren Rinde.

G. hyperborea Ach. (Taf. X Fig. 12). Der peripherische Theil des Thallus ist stellenweise bloss 30 — 60, an andern Stellen bis 100 Mik. dick und darüber und dann nur an diesen Stellen, welche hügelartig nach oben vorspringen, goni-

dienführend. Dagegen zeigt der mittlere Theil und bei kräftiger entwickelten Exemplaren wohl auch der ganze Thallus, wenigstens auf grösseren Strecken, eine ziemlich gleichmässige Dicke und dann auch eine continuirliche Gonidienzone. Die obere Rinde ist c. 12 — 16 Mik dick und besteht aus dickwandigen Zellen mit brauner Membran; sie sieht auf dünnen Schnitten ähnlich aus, wie die Rinde von Evernia furfuracea (s. I Taf. V Fig. 2). Das Gewebe unterhalb der Gonimonschicht verhält sich im Allgemeinen, namentlich auch in Beziehung auf den Faserverlauf, wie bei vorhergehender Art; nur ist der dichtfilzige Theil desselben stellenweise sehr dünn (8 — 10 Mik.), während er an anderen Stellen, z. B. bei einer Thallusdicke von 220 Mik., eine Mächtigkeit von 60 — 80 Mik. erreicht. — Abgestorbene Gonidien zwischen den lebenden und bis an den Rand der oberen Rinde beobachtet.

G. polyphylla L. Der Thallus hat eine ziemlich gleichmässige Dicke (in der Nähe des Randes beispielsweise 150 Mik.) und eine continuirliche Gonidienzone. Im Uebrigen verhält er sich wie bei vorhergehender Art. Der dichtfilzige untere Theil nimmt auf Durchschnitten häufig $^1/_3$ — $^2/_3$ der ganzen Breite ein; er erscheint unter dem Microscop hell, zeigt indess hie und da grössere oder kleinere Interstitien. Faserverlauf im Marginaltheil bald vorherrschend radial, bald äusserst unregelmässig.

G. flocculosa Hoffm. Mit zahlreichen, öfters parenchymatisch aussehenden Prolificationen auf der Oberfläche, wovon die grösseren Gonidien enthalten. Im Uebrigen wie die vorhergehenden Arten. —

G. cylindrica L. (Umbilicaria polymorpha *α* cylindrica Schaer.) Die obere Rindenschicht erreicht hier eine Mächtigkeit von 40—50 Mik.; sie besteht aus einem ziemlich kurzzelligen Fasergeflecht mit kleinen Zellhöhlungen. Im Uebrigen wie die vorhergehende Art. (Taf. X Fig. 10).

G. anthracina Wulf. Das Gewebe des Thallus ist hier durch und durch dichtfilzig und zeigt selbst in der Gonidienzone nur sehr spärliche Interstitien. Es erscheint daher unter dem Microscop von einem Rand bis zum anderen hell und lässt obere und untere Seite bloss an der Lagerung der grünen Zellen erkennen. Wo letztere nicht zur Entwicklung gekommen sind, was in der Nähe des Randes zuweilen auf grösseren Strecken der Fall ist, da fehlt vollends jedes Unterscheidungsmerkmal zwischen den beiden Lagerflächen. — Der Faserverlauf ist zwar gewöhnlich sehr unregelmässig, kann aber dennoch im ganzen mittleren Theil des Thallus als ein vorherrschend radialer bezeichnet werden. Zunächst der Lagerunterfläche erscheint das Gewebe, wie gewöhnlich, sehr verworren und kurzzellig; in der Gonimonschicht und in der obern Rindenschicht steht die vorwiegende Wachsthumsrichtung der Fasern senkrecht zur Oberfläche. — Die grünen Zellen sind stellenweise kaum 12 — 16 Mik. vom obern Rand entfernt. Abgestorbene Gonidien, zuweilen fast ebenso zahlreich als die lebenden, finden sich in der ganzen Dicke der oberen Rinde.

Endocarpon Kbr.

Das alte Genus Endocarpon wurde bekanntlich von den neuern Lichenologen, so von Körber, in mehrere Gattungen zerlegt, wovon eine zu den laubartigen, die übrigen zu den Krustenflechten gehören. Es lässt sich auch nicht in Abrede stellen, dass der Thallus dieser verschiedenen Gattungen je nach seiner Beziehung zur Unterlage, sowohl mit Rücksicht auf den äussern Habitus, als auf den innern anatomischen Bau, ein abweichendes Verhalten zeigt und insofern die Aufstellung verschiedener Typen rechtfertigt. Dessenungeachtet dürfte eine genauere Prüfung der angeblichen Differenzen kaum zu Gunsten einer so weit gehenden Zersplitterung ausfallen und namentlich die Angabe über den verschiedenen Ursprung der Apothecien (bald aus dem Thallus, bald aus dem Protothallus) sich als irrthümlich herausstellen. Wie dem auch sei, in den anatomischen Verhältnissen des Thallus, wovon hier allein die Rede ist, stimmen sämmtliche Repräsentanten der alten Gattung (soweit meine Beobachtungen reichen) in vielfacher Beziehung miteinander überein, und es liegt jedenfalls kein Grund vor, nach Ausscheidung der laubartigen Formen aus den übrig bleibenden krustenartigen (Endopyrenium und Catopyrenium Kbr.) mehr als eine natürliche Gruppe oder einen Typus zu bilden.

Die Arten mit laubartigem Lager, welche zum Genus Endocarpon im engeren Sinne gehören, und welche ich hier zunächst genauer betrachten will, sind durch ihre Befestigung auf der Unterlage vermittelst eines Gomphus, durch die beiderseitige ununterbrochene Berindung und den gänzlichen Mangel der Haftfasern characterisirt*. Die obere Rinde ist schön-parenchymatisch, mit dünnwandigen gegen die Oberfläche kleiner werdenden Zellen, welche nicht selten in undeutliche, senkrecht zur Oberfläche stehende Reihen geordnet erscheinen. Die Scheidewände zwischen den successiven Zellen derselben Reihe sind dann gewöhnlich etwas zarter als die Seitenwandungen und überdiess, wenn das Gewebe nicht gar zu dünnwandig ist, durch ihre genau parallel laufenden Conturen als Faserquerwände zu erkennen. Nach innen ist das Rindenparenchym gewöhnlich nicht scharf abgegrenzt, indem auch der peripherische Theil der Markschicht parenchymatisch erscheint, so dass die Gonidien sich bloss durch ihre Farbe von den übrigen Zellen unterscheiden (Taf. X Fig. 1 und 2). Dieses Verhalten lässt sich übrigens nur auf zarten Durchschnitten beobachten; auf dickern bildet die Gonidienschicht eine ununterbrochene grüne Zone, deren äussere Grenze ziemlich parallel mit der Oberfläche verläuft.

Die untere Rinde ist in der Regel beträchtlich dicker als die obere (c. 30—60 Mik. und darüber) und von dem lockerfilzigen, luftführenden Marke scharf

(*) Bei einer einzigen Species, die ich nicht kenne, E. Moulinsii Montg. ist der Beschreibung zufolge die Unterseite des Thallus mit einem dichten Faserfilz besetzt. Hienach wäre also das Vorkommen eines „Hypothallus“ für die krustenartigen Formen keineswegs characteristisch.

geschieden. Sie besteht übrigens ebenfalls aus einem schönen Parenchym, das entweder vollkommen mit der oberen Rinde übereinstimmt oder doch nur durch etwas grössere Zellen und etwas stärkere Verdickung der Wandungen sich von derselben unterscheidet (Fig. 1[b]).

Die Markfasern verlaufen im oberen Theil des Markes vorherrschend senkrecht zur Oberfläche, im kleineren unteren dagegen — freilich mit vielen Abweichungen und Unregelmässigkeiten — parallel mit derselben. In diesem sind die Faserzellen mehr oder weniger langgestreckt, in jenem erscheinen sie kurz und dünnwandig und bilden zunächst der oberen Rinde, wie bereits erwähnt, ein parenchymatisches Gewebe. Der radialfaserige Theil der Markschicht ist stets gonidienlos; aber schon unmittelbar über demselben beobachtet man einzelne grüne Zellen. Sie werden nach oben häufiger bis zur eigentlichen Gonidienzone.

Das Marginalwachsthum des Thallus wird durch senkrecht zur Krümmung des Randes verlaufende Fasern vermittelt (Fig. 9). Es unterliegt keiner Schwierigkeit, einzelne Fasern mit ihren Verästlungen durch Kochen des Präparats in Kali und Anwendung eines schwachen Druckes insoweit zu isoliren, dass sie vom Rande bis in's Innere des Markgeflechtes verfolgt werden können. Man überzeugt sich dann, dass die Faserzellen, soweit sie die Rinde bilden, sehr kurz, schnurförmig aneinander gereiht und allem Anschein nach noch in Theilung begriffen sind, während sie im Marke mehr oder weniger langgestreckt erscheinen und sich — wie ich vermuthe — nicht mehr theilen. Das Gewebe sieht bis auf eine gewisse Entfernung vom Rande entschieden jünger aus, als tiefer im Innern, erhält jedoch sehr bald seine gewöhnliche Physiognomie. Demzufolge scheint das intercalare Wachsthum vorzugsweise auf eine schmale Zone in der Nähe des Randes beschränkt zu sein und tiefer im Innern entweder vollständig aufzuhören oder doch keine merkliche Ausdehnung in die Fläche hervorzurufen. Dafür spricht auch die ziemlich gleichförmige Vertheilung der Apothecien auf der Oberfläche.

Die Gonidien werden ausschliesslich von den nach oben wachsenden Fasern gebildet und treten daher erst innerhalb des eigentlichen Krümmungsscheitels (in welchem obere und untere Rinde ineinander übergehen) auf. Dem entsprechend ist der untere Theil des Thallus gonidienlos (Fig. 9).

Endocarpon miniatum L. Obere Rinde c. 20 — 40 Mik. dick, schön parenchymatisch mit dünnwandigen, gegen die Oberfläche kleiner werdenden Zellen, deren mittlerer Durchmesser c. 6 — 8 Mik. beträgt. Untere Rinde 50 — 60 Mik. dick, mit etwas stärker verdickten Zellwandungen, im Uebrigen mit der obern übereinstimmend. Gonidienzone nach unten nicht scharf abgegrenzt, indem einzelne zerstreute Gonidien tief im Innern der Markschicht liegen und z. B. bei einer Thallusdicke von 340 Mik. bloss 100 Mik. von der untern Rinde abstehen. Todte Gonidien (durch Jod in Jodkalium nachweisbar) kommen im ältern Thallus zwischen den lebenden und bis auf eine Entfernung von 10 Mik. von der Oberfläche in beträchtlicher Zahl vor; dagegen habe ich im Innern des Markes nur ganz wenige beobachtet. (Hiezu Fig. 1 – 4).

E. fluviatile Web. Mit der vorhergehenden Art übereinstimmend; nur ist die untere Rindenschicht durchschnittlich weniger mächtig (30 — 60 Mik.) und sind

die Wandungen der Zellen entweder ganz dünn oder doch weniger verdickt. An einem Thallus von 220—300 Mik. Dicke war beispielsweise die obere Rinde 20 und die untere 40 — 50, die Gonimonschicht c. 80 — 100 Mik. dick. Die Zellen der oberen Rinde waren sehr klein (c. 4 — 6 Mik. im Durchmesser), die der untern beinahe doppelt so gross (8—10 Mik.); die Scheidewände beiderseits sehr dünn. (Hiezu Fig. 9).

E. Guepini Moug. Eine obere Rindenschicht war bei den von mir untersuchten Exemplaren nicht vorhanden, da die Gonidienzone unmittelbar an der Oberfläche lag und nur hie und da von einzelnen Fasern überwuchert wurde. Die Gonidien sind bläulich-grün und finden sich in grosser Zahl im oberen Theil des Markgewebes, oft sogar in der ganzen Dicke desselben. Untere Rinde c. 40—60 Mik. dick, deutlich vom Marke abgegrenzt, parenchymatisch, mit dünnen Scheidewänden zwischen den successiven Faserzellen und mehr oder weniger verdickten Seitenwandungen. Die Zellen sind gewöhnlich etwas länger als breit. — Der Thallus ist c. 160 — 200 Mik. dick. (Hiezu Fig. 7).

Endopyrenium. Catopyrenium Kbr.

Diese beiden Gattungen, welche sich äusserlich durch ihren krustenartigen Habitus von der vorhergehenden unterscheiden, sind mit Rücksicht auf ihren anatomischen Bau durch den Mangel einer ununterbrochenen, deutlich abgegrenzten untern Rindenschicht, sowie ferner durch den mehr oder weniger stark entwickelten Hypothallus characterisirt. Ueberdiess ist auch der Faserverlauf im Marginaltheil des Thallus etwas abweichend.

Die obere Rinde ist 40 — 60 Mik. dick, schön-parenchymatisch, mit dünnwandigen, nur zunächst der Oberfläche ziemlich dickwandigen Zellen, welche meist in undeutlichen, senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Reihen stehen. Sie gewährt so ziemlich denselben Eindruck, wie bei Endocarpon. Ebenso die Gonimonschicht. (X, 5, 6, 8).

Das Mark ist bald deutlich fibrös und besteht dann aus kurzzelligen, vorherrschend von unten nach oben verlaufenden Fasern, die zu einem lockern Filzgewebe verflochten sind; bald erscheint es als dünnwandiges, oft ziemlich grosszelliges Parenchym mit grössern und kleineren Interstitien. Zunächst der untern Lagerfläche ist das Gewebe gewöhlich etwas dichter; es bildet stellenweise eine förmliche Rindenschicht, deren Zellen ebenso dicht aneinander schliessen, als die der oberen Rinde (Fig. 8^b), und ist überdiess durchgehends durch die braune Färbung der Membranen characterisirt. Man kann daher immerhin sagen, dass der Thallus auch unten eine bestimmte Abgrenzung zeige, welche gewissermassen die Stelle der untern Rinde vertritt. Wie aus der letztern bei den laubartigen Flechten die Haftfasern hervorsprossen, so entstehen hier aus dem braunen Gewebe der untern Lagerfläche die Fasern des Hypothallus. Die Entwicklung dieser

letzteren lässt sich auf Durchschnitten durch den Rand (Fig 6) sehr leicht verfolgen. Man sieht, wie die oberflächlichen Zellen der untern Seite kleine Ausstülpungen bilden und wie die so gebildeten Faseranlagen in gleicher Weise, wie die Filzfasern von Sticta u. a. sich weiter entwickeln. Allerdings macht man auf solchen Durchschnitten auch häufig genug die Wahrnehmung, dass der Hypothallus in der Nähe des Randes abgestorben ist und nur kurze Faserstücke, alle ohne Scheitelzellen, zurückgelassen hat. Dieser Umstand beweist indess bloss die Hinfälligkeit des Hypothallus und gibt für dessen Entwicklungsgeschichte keinerlei Anhaltspunkte.

Die Hypothallusfasern sind dünnwandig und in der Regel braun gefärbt, selten farblos. Sie bilden ein ziemlich dichtfilziges schwammiges Gewebe, welches an Mächtigkeit nicht selten den ganzen Thallus übertrifft. Die einzelnen Zellen sind gewöhnlich etwas langgestreckt.

Die Lichenologen sind gewohnt, diesen Hypothallus oder Protothallus als das „organum primarium" zu betrachten, auf welchem der Thallus sich aufbaut. Auch Körber fügt bei Catopyrenium die Bemerkung bei, diese Gattung sei durch einen acolytisch ausgebreiteten Protothallus characterisirt, aus welchem, die Kruste durchbrechend, die Apothecien entspringen. Gegen diese Anschauungsweise muss ich mich aufs entschiedenste erklären. Der Protothallus sprosst aus dem Thallus, nicht dieser aus jenem hervor. Wenn er sich hie und da stärker entwickelt und „acolytisch" ausgebreitet erscheint, so gibt ihm diess keine andere morphologische Bedeutung. Auch die Aeste der höheren Pflanzen ragen ja oft weit über die Stammspitze hinaus, obwohl sie unterhalb derselben in der Achsel eines Blattes ihren Ursprung genommen.

Was die Entwicklung der Apothecien betrifft, so habe ich hierüber keine besonderen Studien gemacht, bin aber dessenungeachtet vollkommen überzeugt, dass diejenigen, welche ich auf Durchschnitten durch den Thallus zufällig zu beobachten Gelegenheit hatte, nicht aus dem Protothallus entstanden sind *.

Das Marginalwachsthum des Thallus findet nicht, wie bei vorhergehender

---

(*) Die Apothecien der beiden Gattungen Endopyrenium und Catopyrenium verhalten sich im Wesentlichen vollkommen gleich. Bei beiden besteht das Excipulum aus einem interstitienlosen Gewebe von aussen nach innen zusammengedrückter Zellen, welche stellenweise parallel der Oberfläche (des Excipulums) verlaufende Reihen bilden, an andern Stellen prosenchymatisch ineinander greifen. Die Membran dieser Zellen ist nur wenig verdickt, im jugendlichen Zustande farblos; später erscheint dieselbe schwach gelblich oder auch tief braun gefärbt. Diese Färbung scheint zunächst dem ostiolum zu beginnen und von da nach dem untern Theil vorzurücken; dafür sprechen wenigstens mehrere Fälle, wo der obere Theil des Excipulums braun gefärbt, der untere noch farblos war. Die 4 — 6 Zellschichten des Excipulums stechen gewöhnlich deutlich vom umgebenden Markgewebe ab, stehen aber nichtsdestoweniger (auch bei Catopyrenium) mit demselben in anatomischem Zusammenhang. Sie können daher nicht wohl von unten in die Markschicht hineingeschoben sein. Oder hat vielleicht irgend Jemand junge Apothecienanlagen im Hypothallus bemerkt? Kennt man Entwicklungsstadien, wo dieselben im Begriffe waren, die Kruste zu durchbrechen? Wo nicht, so ist der angebliche Ursprung der Apothecien im Protothallus mehr als zweifelhaft.

Gattung durch senkrecht zur Oberfläche wachsende Fasern statt. Die letztern verlaufen vielmehr zunächst der Unterseite des Lagers mit der Oberfläche parallel, biegen dann, beim Rande angekommen, nach oben aus, indem sie der Krümmung desselben folgen, bis sie die obere Rinde erreicht haben (Fig. 6). Diese dem Lichte entgegen wachsenden Fasern bilden auch hier, wie bei Endocarpon, die Gonidien.

Endopyrenium pusillum Hedw. Obere Rinde 40 — 60 Mik. dick, aus dünnwandigen Zellen von 8 — 12 Mik. Diameter bestehend, oberflächlich intensiv braun gefärbt (Fig. 8[a]). Gonidien gelb-grün, bei schwacher Vergrösserung eine zusammenhängende Schicht bildend, meist auf die obere Hälfte oder einen noch kleineren Theil des Markes beschränkt. Das Letztere ist bald durchgehends parenchymatisch, mit dünnwandigen, locker verbundenen Zellen von 8 — 10 Mik. Diameter, bald ausgesprochen fibrös mit dem oben erwähnten Faserverlauf. Untere Rinde stellenweise sehr schön entwickelt, aus grossen dünnwandigen Zellen bestehend (Fig. 8[b]), an andern Stellen bloss durch ein etwas dichteres Gewebe mit gefärbten Membranen angedeutet.

E. rufescens Ach. Verhält sich im Wesentlichen wie die vorhergehende Art. An den untersuchten Exemplaren war die Mehrzahl der Hypothallusfasern farblos und die obere Rinde durchgehends etwas kleinzelliger.

E. daedaleum Krplhbr. Obere Rinde c. 20 Mik. dick, dünnwandig-parenchymatisch. Gonidien gelb-grün, nach unten weit in's Markgewebe vorspringend. Mark locker parenchymatisch oder fibrös, mit dünnwandigen Zellen, im Habitus wie bei Catopyrenium cinereum.

E. monstrosum Ach. (Endocarpon miniatum var. monstrosum Schaer.) Obere Rinde von sehr verschiedener Dicke, dünnwandig-parenchymatisch, aus senkrecht zur Oberfläche verlaufenden Fasern gebildet. Gonidien gelb-grün. Mark lockerfilzig, im ganzen untern Theil bis hinauf zur Gonidienzone mit oxalsaurem Kalk incrustirt.

Catopyrenium cinereum Pers. Mit den vorhergehenden Arten übereinstimmend. Der Thallus ist gewöhnlich durch und durch parenchymatisch, seltener fibrös mit kurzzelligen, dünnwandigen Fasern (Fig. 5, 6). Im untern Theil des Thallus enthalten die Zellen meist grössere oder kleinere Oeltröpfchen, die sich in Jod schwach gelblich färben. Junge Hypothallusfasern mit Scheitelzellen habe ich auf Durchschnitten durch den Rand häufig beobachtet*).

(*) Nach Körber (Syst. p. 325) sind „die anatomischen Verhältnisse des Thallus und Protothallus sehr interessant und besonderen Studien zu empfehlen, da die Gonidien des Lagers und die roth-braunen schnurförmig gereihten Zellen des Protothallus sehr leicht zu Täuschungen Veranlassung geben.“ Dass das letztere wirklich der Fall, beweist seine eigene Angabe, dass der Protothallus „aus schwammigen gedrehten Fasern“ bestehe. Solche Fasern habe ich bei meinen Untersuchungen nie beobachtet, ebensowenig schnurförmig gereihte Zellen (wenn damit rosenkranzförmige Reihen gemeint sind) Der Hypothallus verhält sich im Gegentheil in anatomischer Hinsicht genau wie bei den vorhergehenden Arten.

Placidium Mass.

Ich zähle hieher Placidium Custnani Mass. Exs. 187 und Hepp Eur. 669. Beide Flechten wurden mir von Herrn Dr. Hepp in Originalexemplaren mitgetheilt; sie stimmen vollkommen miteinander überein, nur sind die Lagerschüppchen des Massalong. Originalexemplars etwas kräftiger entwickelt.

Der innere Bau des Lagers ist in mancher Hinsicht von dem der vorhergehenden Gattungen verschieden; ja man kann geradezu behaupten, dass eine nähere Verwandtschaft mit denselben im Thallus nicht ausgesprochen sei. Die Durchschnitte geben ein habituell so sehr abweichendes Bild, dass mindestens eine generische Verschiedenheit zwischen den zu Endopyrenium gehörigen Arten (E. rufescens, pusillum etc.) einerseits und Placidium Custnani andererseits angenommen werden muss. Dagegen ist die Uebereinstimmung mit Lenormandia eine sehr augenfällige, und ich hätte vielleicht besser gethan, beide als Repräsentanten eines Typus aufzuführen.

Die obere Rinde ist kleinzellig-parenchymatisch, im Mittel etwa 20—24 Mik. dick, hie und da auch etwas dicker oder dünner. Die Zellen sind in tangentialer Richtung langgestreckt, die oberflächlichen abgestorben. Die Gonidien sind gelbgrün, in der Gruppirung ganz wie bei Endocarpon und Endopyrenium; sie erfüllen das Markgewebe in seiner ganzen Dicke oder bilden wenigstens eine verhältnissmässig breite Zone. Der obere Theil des Markes ist locker parenchymatisch und erscheint auf zarten Durchschnitten als ein zierliches Zellennetz; der untere nimmt meist einen fibrösen Character an und zeigt zahlreichere Interstitien. Eine eigentliche untere Rinde fehlt, doch wird das Fasergeflecht zunächst der Lagerunterfläche gewöhnlich wieder etwas dichter und stellenweise — ganz wie bei Lenormandia — auch vollkommen interstitienlos.

Lenormandia Del.

Als Repräsentanten dieser Gattung betrachte ich folgende als L. Jungermanniae Delis. ausgegebene Flechten, welche mir sämmtlich von Herrn Dr. Hepp in Originalexemplaren mitgetheilt wurden: Hepp Eur. 476, Nylander Exs. 89, Zwackh Exs. 245. Die Leighton'sche Species (Lich. Brit. exs. 25) gehört dagegen nicht hieher, sondern zu Pannaria.

Der innere Bau der kleinen Lagerschüppchen, deren Dicke c. 40—70 Mik. beträgt, stimmt in manchen Fällen so auffallend mit den jungen Thallusanlagen von Parmelia (z. B. P. stellaris) überein, dass man eine nähere verwandtschaftliche Beziehung zwischen beiden vermuthen möchte, würde nicht das abweichende Verhalten der Haftfasern und das innige Verwachsen der Lagerunterfläche mit dem Substrat, was bei L. nicht selten auf grössern Strecken stattfindet,

von vorneherein einige Bedenken einflössen. Aber wenn auch diese Uebereinstimmung als eine rein zufällige betrachtet wird, so ist es immerhin eine erwähnenswerthe Thatsache, dass sich Durchschnitte durch entsprechende Entwicklungsstadien oft zum Verwechseln ähnlich sehen.

Die obere Rinde ist schön-parenchymatisch und besteht aus c. 1—3 Schichten isodiametrischer dünnwandiger Zellen. Bei kleinen Schüppchen kann sie auch vollständig fehlen, indem die obersten Gonidien unmittelbar an der Oberfläche liegen. — Die Gonidien sind lebhaft gelb-grün und erfüllen einen grossen Theil des Thallusinnern, nicht selten sogar den ganzen Thallus bis zu dessen Unterseite. — Das Mark ist bald parenchymatisch, bald dünnwandig-fibrös, unterseits etwas dichtfilziger und an den nicht aufgewachsenen Stellen immer geradlinig abgegrenzt. In manchen Fällen kommt eine Art untere Rinde zur Entwicklung, die aus einem dichten, wenn auch nicht gerade interstitienlosen Filzgewebe besteht und hie und da ziemlich scharf vom lockern, luftführenden Marke abgegrenzt erscheint.

Die Befestigung auf der Unterlage wird stellenweise durch einzelne Fasern, welche dieselbe durchdringen und ein schwammiges Geflecht bilden, an andern Stellen durch Faserbündel von bestimmteren Umrissen vermittelt.

Von einer nähern Verwandtschaft dieser Flechte mit Endocarpon oder Pannaria kann mit Rücksicht auf die Merkmale des Thallus nach meinem Dafürhalten nicht die Rede sein. Von beiden unterscheidet sie sich durch den abweichenden anatomischen Habitus, von letzterer überdiess durch die gelb-grüne Farbe der Gonidien. Dagegen stimmt sie mit der vorhergehenden Gattung, Placidium, so auffallend überein, dass ich vom anatomischen Standpunkt aus gegen die Vereinigung mit derselben nichts von Belang einzuwenden wüsste.

Pannaria Delis.

Die wenigen Arten dieser ausgezeichneten Gattung vermitteln den Uebergang von den sogenannten heteromerischen Flechten zu den homöomerischen. Während die einen (P. plumbea, hypnorum u. a.) in ihren habituellen und anatomischen Merkmalen an die Parmeliaceen erinnern, zeigen die andern (P. rubiginosa, triptophylla) eine ganz entschiedene Verwandtschaft mit den Collemaceen, ohne dass desswegen die Zusammengehörigkeit der ersteren und letzteren zu bezweifeln wäre. Bei P. rubiginosa und triptophylla, zuweilen auch bei P. microphylla, besitzen nämlich die Gonidien gallertartig verdickte Membranen, welche die Zwischenräume des Fasergeflechtes oft vollständig ausfüllen und in manchen Fällen sogar zu einer homogenen Pulpa, in welcher wie bei den Gallertflechten Fasern und grüne Zellen eingebettet liegen, verschmolzen erscheinen. Demzufolge erscheint aldann der gonidienführende Theil des Lagers, welcher durchschnittlich ungefähr $^2/_3$ — $^3/_4$ der ganzen Dicke einnimmt, stellenweise aber

auch weiter nach unten vorspringt, als ein gallertartiges, fast durchweg interstitienloses Gewebe, das von dem der typischen Collemaceen nicht wesentlich differirt, und nur der untere kleinere Theil, welcher hie und da beinahe vollständig verdrängt ist, besteht aus einem lockern, lufthaltigen Fasergeflecht, wie man es bei den übrigen heteromerischen Flechten beobachtet. Die Grenze zwischen beiden wird von den Umrissen der gallertartigen Gonidienhüllen gebildet und fällt daher mit dem untern Rande der Gonidienzone zusammen. Es kann indess auch der Fall vorkommen, dass einzelne Gonidienknäuel mit ihren Hüllen vollständig isolirt im lockern Fasergeflecht liegen.

Ob die Bildung der Pulpa — wenn eine solche zur Entwicklung kommt — ausschliesslich von den Gonidien ausgeht, oder ob, wie bei den Collemaceen, auch die Fasermembranen dazu beitragen, konnte ich nicht mit Sicherheit ermitteln. Für die ausschliessliche Betheiligung der Gonidien spricht ausser der Thatsache, dass die Fasern, welche zwischen den grösseren Gonidiencomplexen verlaufen, eine ebenso dicke Membran besitzen, als diejenigen des lockeren Fasergeflechtes, namentlich auch das Verhalten der isolirten Gonidiengruppen, bei denen die Grenze zwischen luftführendem und interstitienlosem Gewebe genau mit den Umrissen der einzelnen grünen Zellen übereinstimmt. Zu Gunsten der gallertartigen Verdickung der Fasermembranen lässt sich dagegen das Vorkommen zahlreicher zarter Verästlungen anführen, welche (wie bei manchen Collemaarten) keine besonderen Membranen besitzen, sondern bloss als Kanäle in einer homogenen Masse erscheinen. Wie dem auch sei, jedenfalls sind es vorzugsweise die Gonidien, welche die Maschen des Markgeflechtes mit einer gallertartigen Pulpa ausfüllen.

Findet eine gallertartige Verdickung der Gonidienmembranen nicht statt, so ist auch der obere Theil der Markschicht lockerfilzig oder merenchymatisch, das Gewebe also durchweg von gleicher Beschaffenheit wie bei den verwandten Gattungen der übrigen laubartigen Flechten.

Die Lichtseite des Thallus ist bei sämmtlichen Arten mit einer schönparenchymatischen Rinde bekleidet, welche bei den einen aus 1 — 3, bei den andern aus 4 — 6 Zellschichten besteht. Das Rindenparenchym ist entweder durchweg dünnwandig, oder es sind bloss die successiven Zellen der nämlichen Faser durch verhältnissmässig dünne Scheidewände voneinander getrennt, die benachbarten Fasern dagegen — ähnlich wie bei Peltigera, Solorina u. a. — durch beträchtlich verdickte. Der oberflächliche Theil der Rinde ist bei älteren Exemplaren gewöhnlich abgestorben und ausgebleicht, und erscheint unter dem Microscop als eine helle, zuweilen beinahe homogene Schicht.

Die Lagerunterfläche ist nicht immer eigentlich berindet, doch ist das Gewebe hier durchgehends dichter geflochten (in manchen Fällen wohl auch interstitienlos) und überdiess häufig durch die braune Färbung der Fasermembranen ausgezeichnet. Der Thallus ist also immerhin auch unterseits deutlich abgegrenzt. Einzelne Fasern, welche über diese Grenze hinauswachsen, bilden den Hypothallus.

Besonders interessant ist das Verhalten der Gonidien. Wenn man nämlich grössere Gruppen derselben, wie sie z. B. in den Soredien von P. rubiginosa

v. coeruleo-badia oder in der Gonimonschicht von P. spec. (Taf. XI Fig. 3, 4) vorkommen, in Kali kocht und mit dem Deckgläschen vorsichtig zerreibt, so lösen sie sich nicht selten in vielgliedrige Ketten auf, welche von Gallerthüllen von c. 4—5 Mik. Dicke und 12—14 Mik. im Durchmesser umschlossen sind. Behandelt man dieselben mit Salpetersäure in geeigneter Concentration, so löst sich die Gallerte vollständig auf, während die etwas contrahirten, schnurförmig gereihten Inhaltsportionen unversehrt bleiben (Fig. 6). — Auch bei den übrigen Arten dieser Gattung, welche eine so auffallende Kettenbildung nicht zeigen, beobachtet man zuweilen einzelne schnurförmig gereihte Gonidien, sowie grössere Gruppen, die aus verschlungenen Gonidienketten gebildet zu sein scheinen. Es sind diess alles Thatsachen, welche auf eine nähere Verwandtschaft mit den Collemaceen hindeuten.

Trotz alledem stellt sich bei genauerer Untersuchung heraus, dass die Theilung der Gonidien in derselben Weise stattfindet, wie bei den vorhergehenden Gattungen mit blau-grünen Gonidien, im Allgemeinen also nach dem nämlichen Gesetz, wie bei der grossen Mehrzahl der Flechten überhaupt. Das Eigenthümliche bei dem Vorgange besteht nur darin, dass auf jede Theilung eine selbstständige Ausdehnung der Tochterzellen erfolgt, die Scheidewände also weniger rasch nacheinander auftreten, so dass die Kugelgestalt der Gruppe sehr bald verloren geht. Dazu kommt dann noch die gallertartige Verdickung der Membranen, wobei sich diese in zwei dichtere Lamellen spalten, die durch eine wasserreichere geschieden sind, was offenbar den Zusammenhang zwischen benachbarten Zellen vermindert. Diese Umstände zusammengenommen machen es begreiflich, dass die Theilzellen der letzten Generation einer trennenden Kraft nach verschiedenen Richtungen ungleichen Widerstand leisten, und wenn auch eine Auflösung grösserer Gruppen in vielgliedrige Ketten damit nicht befriedigend erklärt ist, so ist wohl zu erwägen, dass diese Erscheinung nur unter sehr günstigen Umständen eintritt, indem in der Mehrzahl der Fälle bloss die Bildung doppelter und dreifacher Reihen gelingt *.

Wenn die Gonidienhüllen eine homogene Pulpa bilden, so kommen nicht selten Copulationen zwischen den Verästlungen der Fasern und einzelnen grünen

(*) Als ich im März 1858 zum ersten Mal kleine Thallusschüppchen von P. spec. untersuchte, ohne die Pflanze zu kennen, gelang es mir, Ketten von über 100 Gliedern vollständig zu isoliren. Es schien mir damals unzweifelhaft, dass die Vermehrung der Gonidien wie bei Collema durch wiederholte Theilung in der nämlichen Richtung stattfinde, dass somit die rundlichen Gruppen derselben als zu Knäueln verschlungene Ketten zu betrachten seien. Später, nachdem ich mehrere andere Arten dieser Gattung untersucht und namentlich die Vermehrung der Gonidien genauer verfolgt hatte, zog ich die interessante Flechte, die ich nachgerade als Pannaria erkannte, noch einmal hervor, um das Experiment zu wiederholen; allein die längsten Ketten, die ich diessmal erhielt, zählten nicht über 10—20 Glieder, und auch diese waren stellenweise doppelt oder bildeten einen spitzwinkligen Zickzack, wie ich es wiederholt bei P. rubiginosa beobachtet hatte. Ich überzeugte mich übrigens, dass meine frühere Ansicht über die Theilung der Gonidien eine irrthümliche war.

Zellen vor — eine Erscheinung, welche an zwei Gattungen der Collemaceen (Lempholemma und Arnoldia) erinnert. Der sich copulirende Ast sitzt jedoch nicht, wie bei diesen letztern, mit erweiterter Scheitelzelle auf; er zeigt überhaupt nie eine constante, characteristische Form des Stieles, sondern ist bald in dieser, bald in jener Weise mit der Aussenfläche der Zelle verwachsen. Die copulirten Gonidien stimmen dagegen insoweit mit den Copulationszellen der erwähnten Gattungen überein, als sie zuweilen ebenfalls eine beträchtliche Grösse erreichen und deutliche Membranen besitzen. Ich wage jedoch nicht zu behaupten, dass jede Copulation eine solche Veränderung veranlasse, sondern halte das vielmehr für unwahrscheinlich, indem man allzu häufig Gonidien beobachtet, die mit Faserästen in Verbindung stehen, ohne desswegen von den benachbarten verschieden zu sein.

Ueber die Wachsthumsverhältnisse des Lagers lässt sich bei der Kleinheit des Thallus und der Unregelmässigkeit des Fasergeflechtes, wozu nicht selten noch das parenchymatische Aussehen des Gewebes kommt, nicht viel sagen. Nur bei P. plumbea tritt der Faserverlauf nicht bloss in der Nähe des Randes, sondern auch im ältern Thallus stets deutlich hervor. Im untern Theile desselben verlaufen die Fasern in vorherrschend radialer Richtung, also parallel der Oberfläche; zwischen den Gonidiengruppen steigen sie bogenförmig nach oben, so dass sie die obere Seite annähernd rechtwinklig treffen. Ihr Verhalten in der Krümmung des Randes ist auf Taf. XI Fig. 1 dargestellt.

Das intercalare Wachsthum des Lagers hört allem Anschein nach sehr frühzeitig auf; jedenfalls ist es in grösserer Entfernung vom Rande nur unbedeutend, da die Zellen der radial verlaufenden Fasern später keine merkliche Streckung mehr erleiden und eine Theilung durch Querwände nicht anzunehmen ist.

Die Fasern des Hypothallus erscheinen zunächst dem Rande als kleine Ausstülpungen, deren Entwicklung mit zunehmender Entfernung von demselben sich leicht verfolgen lässt (Fig. 1).

Anmerkung. Auf die hervorragendsten anatomischen Eigenthümlichkeiten dieser Gattung: „eine zellige Rindenschicht und kleine bläulich- oder lauch-grüne, bisweilen schnurförmig gereihte oder in Faserzellen auswachsende Gonidien" hat bereits Körber (Syst. pag. 105) aufmerksam gemacht. Die letztere Angabe, dass die Gonidien in Faserzellen auswachsen, ist indess nicht richtig (vgl. die Bemerkungen bei den Collemaceen).

Pannaria plumbea Lightf. (Taf. XI Fig. 1, 2). Obere Rinde schön-parenchymatisch, aus 4 — 6 Schichten dünnwandiger Zellen bestehend, in der Nähe des Randes kleinzelliger oder fibrös. Gonidiengruppen von gemeinsamen, jedoch nur schwach verdickten Membranen umschlossen, bald dicht gedrängt und eine zusammenhängende grüne Zone bildend, bald spärlich im Markgewebe zerstreut. Mark lockerfilzig und lufthaltig, aus dünnwandigen bogenförmig nach vorn und oben verlaufenden Fasern bestehend, unterseits stets deutlich abgegrenzt und stellenweise in ein förmliches Rindengewebe mit mässig verdickten Wandungen übergehend.

P. rubiginosa Thunb. Rinde dünnwandig-parenchymatisch, aus c. 3 — 4 Zellschichten bestehend. Im Uebrigen wie die vorhergehende Art. — Die var.

coeruleo-badia Mass. (Hepp Eur. 607) zeichnet sich durch das Vorkommen von Soredien aus, welche fast ausschliesslich aus grössern und kleineren Gonidiengruppen mit gallertartigen Hüllen bestehen.

P. triptophylla Ach. Obere Rinde parenchymatisch, aus 1—3 Schichten ziemlich dickwandiger Zellen bestehend. Im Uebrigen wie die vorhergehende Art.

P. microphylla Sw. Obere Rinde parenchymatisch, von sehr verschiedener Dicke und Ausbildung. Gonidien bald in spärlichen, bald in zahlreichen Gruppen auf die ganze Dicke des Thallus vertheilt. — Kleinere Schüppchen sind gewöhnlich durch und durch parenchymatisch, mit zerstreuten Gonidien; grössere dagegen fibrös und im Wesentlichen mit der vorhergehenden Art übereinstimmend.

P. Hookeri Sm. (Schaer. Enum. 54). Obere Rinde schön-parenchymatisch, aus 4—5 Zellschichten bestehend, an Thallusschüppchen, die von andern bedeckt sind, jedoch sehr häufig nicht entwickelt. Gonidienzone breit, selten weniger als $^2/_3$ der Thallusdicke einnehmend; Gonidien häufig entfärbt, jedoch ursprünglich entschieden blau-grün. Markgewebe nach unten durch ein dichteres Fasergeflecht mit braunen Zellwandungen abgegrenzt.

P. pannosa Ach. Eine typische Pannaria. Obere Rinde 40 — 60 Mik. dick, gelblich, dickwandig-parenchymatisch, aus 4 — 6 Zellschichten bestehend, die peripherischen Zellen kleiner, die innern grössern Zellen in senkrechter Richtung länglich; im anatomischen Habitus fast wie bei Solorina. Gonidienzone c. 28—32 Mik. breit, mit kleinen, lebhaft blau-grünen Zellen. Mark ziemlich dichtfilzig, mit mässig verdickten Zellwandungen, nach unten scharf abgegrenzt und rindenartig. Ohne eigentliche untere Rinde. Hypothallus stark entwickelt, bläulich dintenschwärzlich. Thallusdicke beispielsweise 120 Mik.

P. aurantiaca (Coccocarpia aurantiaca Montagne, dein C. smaragdina Mont. et Pers., Parm. membranacea Schaer. Manusc., Zoll. Cat. 126). Ebenfalls eine typische Pannaria. Obere Rinde dünnwandig-parenchymatisch, aus 2 — 3 Zellschichten bestehend, die Zellen parallel der Oberfläche verlängert und Reihen bildend. Untere Rinde (wie bei P. plumbea) parallelfaserig, dünnwandig. Hypothallusfasern farblos (nur wenn viele übereinander liegen bläulich). — In der Marginalregion verlaufen die Zellreihen parallel mit der Krümmung des Randes, biegen also von einer Lagerfläche zur andern um.

P. incisa (Coccocarpia incisa Pers. Java leg. Junghuhn). Verhält sich ebenso. Hypothallusfasern mit etwas stärker verdickten Wandungen.

Lenormandia Jungermanniae Delis.* (Leight. Lich. Brit. exs. Nr. 25).

(*) Unter diesem Namen erhielt ich von Herrn Dr. Hepp Exemplare mit folgenden genauern Angaben:

1. Zürich leg. Hepp. Exs. Nr. 476.
2. Species Nylander. Exs. Nr. 89.
3. Heidelberg leg. Zwackh.
4. Spec. Leighton. Exs. Nr. 25.

Von diesen 4 Exemplaren gehört nur das letzte hieher; die übrigen verhalten sich wesentlich verschieden, stimmen aber unter sich überein (s. Lenormandia).

Eine typische Pannaria. Obere Rinde dünnwandig-parenchymatisch, aus c. 2—4 Zellschichten bestehend. Gonidienzone breit, im Durchschnitt maschig (Gonidien des untersuchten Exemplars entfärbt, schmutzig-gelblich). Mark und untere Rinde aus dünnwandigen, zunächst der Lagerunterfläche dicht verflochtenen Fasern gebildet. Hypothallusfasern 4 — 6 Mik. dick, mit mässig verdickten Wandungen, einzeln farblos. Thallusdicke 80—100, an einem andern Lappen 140—160 Mik. — Dickere Lappen stimmen auffallend mit P. plumbea und rubiginosa überein (vergl. Fig. 1, 2).

P. Schaereri Mass. Ric. p. 114 (Biatora Schaereri Hepp Eur. 496, sed non Lecothecium corallinoides β fuscum (Hepp) Kbr. Syst. p. 398). Ich halte diese Flechte für eine Pannaria, verwandt mit P. microphylla. Das untersuchte Exemplar bestand aus kleinen, zum Theil in Zersetzung begriffenen Schüppchen, die in ein Pilzgeflecht eingebettet waren. Die Gonidien waren sämmtlich entfärbt, übrigens wie gewöhnlich gruppirt und von parenchymatischem Gewebe umschlossen.

P. hypnorum Wahlb. (Ex Herb. Laur. comm. Hepp). Obere Rinde 28—40 Mik. dick, dünnwandig-parenchymatisch, aus 2— 3 oder auch mehr Zellschichten bestehend, die peripherischen Zellen kleiner (Taf. XI Fig. 7) Gonidien gelb-grün, grösser als bei den übrigen Arten, jedoch mit den gelb-grünen Gonidien anderer Flechten nicht ganz übereinstimmend. Markfasern dünnwandig, an der Lagerunterfläche dichter geflochten, zuweilen eine schön - parenchymatische untere Rinde bildend.

P. spec. (Taf. XI, Fig. 3—6; vielleicht P. rubiginosa?). Diese Flechte, die mir bei der Untersuchung von Biatora carnosa Schaer., mit der sie auf der nämlichen Unterlage sich befand, zufällig in die Hände kam, ist jedenfalls einer der schönsten und instructivsten Repräsentanten dieses Typus. Bei keiner andern der untersuchten Arten war die Gonimonschicht in so hohem Grade gelatinös und die kettenförmige Anordnung der Gonidien so täuschend, wie bei dieser. Die anatomischen Verhältnisse sind durch die Zeichnungen hinreichend characterisirt.

(Schluss folgt.)

Erklärung der Tafeln.

Bei der Reproduction der Originalzeichnungen durch Farbendruck war es natürlicher Weise nicht möglich, alle in der Natur vorkommenden oder durch Reagentien hervorgerufenen Nüancen getreu wiederzugeben. Die Farbe der blau-grünen Gonidien ist z. B. in den Figuren der nämlichen Tafel dieselbe, obschon sie in der Natur die mannigfachsten Abstufungen zeigt. Ebenso wurde die braun-gelbe Färbung der peripherischen Rindenzellen, sowie des mit Jod behandelten Zellinhalts, durchweg in gleichem Tone gehalten.

Die Vergrösserung wurde der Nummer der Figur in ( ) beigesetzt.

Taf. VIII.

Fig. 1—2. Parmelia propinqua.

1 (505) Durchschnitt durch den Thallus. Die dunkeln Flecken im Marke stellen die in demselben enthaltenen Luftblasen dar. In den Zellhöhlungen der untern Rinde beobachtet man kleine Protoplasmakügelchen.

2 (100) Radialschnitt durch den Thallus, unterseits mit 4 Haftfasern. Die Markfasern verlaufen vorherrschend in der Richtung des Schnittes und biegen nach oben gegen die Rinde aus. Letztere besteht aus vorherrschend rechtwinklig zur Oberfläche verlaufenden Zellreihen.

Fig. 3—4. Imbricaria centrifuga.

3 (70) Radialschnitt durch den Thallus. Zeigt die relative Dicke der Rinde und die vorherrschende Richtung der Markfasern. Der Schnitt geht durch die Basis einer Haftfaser.

4 (500) Durchschnitt durch die obere Rinde und einen kleinen Theil der Gonimonschicht.

Fig. 5. Imbricaria physodes.

5 (515) Flächenansicht der untern Rinde. Zeigt die Verästlung der Fasern parallel der Oberfläche.

Fig. 6. Imbricaria fahlunensis.

6 (250) Durchschnitt durch die obere Rinde und einen Theil der Gonimonschicht. Die Lumina der Rindenzellen (in der Zeichnung dunkel gehalten) sind beträchtlich erweitert, so dass das Gewebe ein parenchymatisches Aussehen erhält.

Fig. 7. Placodium cartilagineum.

7 (200) Radialschnitt durch den Thallusrand, in Kalilösung erhitzt. Zeigt den vorherrschend orthogonal-trajectorischen Faserverlauf und die Vertheilung der Gonidien

Fig. 8. Placodium diffractum.

8 (180) Radialschnitt durch den Thallusrand, in Kalilösung erhitzt. Der Faserverlauf ist hier zu beiden Seiten der Mittellinie unsymmetrisch, die untere Rinde nicht so schön ausgebildet als in Fig. 7. Lagerunterseite mit Hypothallus.

Fig. 9. Placodium frustulosum.

9 (515) Durchschnitt durch den peripherischen Theil der untern Rinde, nach Zusatz von Jodtinctur. Die Fasern sind in der Nähe der Oberfläche stärker verästelt als tiefer im Innern, die Zellhöhlungen daher dichter gedrängt.

Fig. 10—12. Physcia parietina.

10 (500) Durchschnitt durch den jungen Thallus.

11 (500) Ein Gonidium, das sich in viele Tochterzellen getheilt hat.

12 (500) Zwei Soredien mit parenchymatischer Hülle; a ein kleines, b ein grösseres mit einer Haftfaser.

13 (500) Durchschnitt durch ein zum Thallus gewordenes Soredium, mit einer Haftfaser.

Fig. 14. Anaptychia aquila.

14 (40) Querschnitt durch einen Thalluslappen, links mit einer Haftfaser.

Fig. 15—17. Umbilicaria pustulata.

15 (70) Radialschnitt durch den Thallus. Auf der rechten Seite geht der Schnitt durch eine jener blasigen Auftreibungen, wo das Gewebe unterseits eine abweichende Physiognomie zeigt. Aus dem Verlauf der Markfasern, welche man nach unten in die Rinde ausbiegen sieht, lässt sich mit Sicherheit folgern, dass die linke Seite des Schnittes dem Centrum, die rechte dem Rande des Thallus zugekehrt ist.

16 (500) Stück der untern Rinde, mit senkrecht gegen die Oberfläche verlaufenden Zellreihen.

17 (200) Radialschnitt durch den centralen Theil des Thallus, in Kali erhitzt, ausgewaschen und mit Jod in Jodkalium versetzt. Zeigt in der ganzen Dicke der obern Rinde

abgestorbene Gonidien (in der Zeichnung schraffirt, in Wirklichkeit blau oder blau-violett).

Taf. IX.

Fig. 1. Heppia urceolata.

1 (515) Durchschnitt durch den obern Theil des Thallus. Die oberflächlichen Zellen sind abgestorben und platt gedrückt, die Gonidien einzeln oder in kleineren Gruppen im Gewebe zerstreut.

Fig. 2. Sticta sylvatica.

2 (515) Durchschnitt durch die beiden Rindenschichten und das angrenzende Gewebe des Thallusinnern. Die Gonidien bilden Gruppen, die von der Membran der Mutterzelle umschlossen sind. Lagerunterseite mit jungen Filzfasern.

Fig. 3. Sticta filicina.

3 (500) Durchschnitt durch die obere und untere Rinde und einen Theil der Markschicht Gonidien in Gruppen wie in Fig. 2. Lagerunterseite mit Filzfasern.

Fig. 4. Sticta macrophylla.

4 (185) Durchschnitt durch den Thallus, unterseits mit einer jungen Cyphelle.

5 (500) Markfaser mit anhängenden kleinen Körperchen.

Fig. 6. Sticta aurata.

6 (6a) Durchschnitt durch den Thallus, unterseits mit einer Cyphelle.

Fig. 7. Sticta dichotoma.

7 (60) Durchschnitt durch den Thallus, unterseits mit einer Cyphelle.

Fig. 8. Nephroma tomentosum.

8 (500) Durchschnitt durch den Thallus. Lagerunterseite mit Filzfasern.

Fig. 9. Peltigera horizontalis.

9 (400) Durchschnitt durch die Rinde und einen Theil der Gonimonschicht

9b (500) Zwei Markfasern, wovon die untere verzweigt.

Fig. 10—14. Solorina crocea.

10 (500) Durchschnitt durch die Rinde und die Gonimonschicht. Die unteren Gonidien gehören zu einem in's Mark vorspringenden Gonidiennest.

11 (60) Durchschnitt durch den Thallusrand, unter der eigentlichen Gonimonschicht mit 3 Gonidiennestern

12 (500) Ein in 4 Zellen getheiltes Gonidium in zwei verschiedenen Ansichten.

13 (500) Querschnitt durch die Verzweigungsstelle einer Markfaser. Die an der Oberfläche adhärirenden Körperchen sind in der Natur röthlich und bedingen die bekannte Färbung der Lagerunterfläche.

Taf. X.

Fig. 1—4. Endocarpon miniatum.

1 (515) Durchschnitt durch die beiden Rindenschichten und das angrenzende Gewebe des Thallusinnern. 1a obere Rinde, 1b untere Rinde.

2 (c. 600) Peripherischer Theil der obern Rinde: drei nebeneinander liegende Rindenfasern, die sich in der Nähe der Oberfläche verzweigen.

3 (500) Ein in 4 Zellen getheiltes Gonidium in zwei verschiedenen Ansichten. Die Scheidewände kreuzen sich rechtwinklig.

4 (500) Eine ähnliche Gruppe mit tetraedrisch gestellten Tochterzellen in zwei verschiedenen Ansichten.

Fig. 5—6. Catopyrenium cinereum.

5 (200) Durchschnitt durch den Thallus. Lagerunterseite mit Hypothallus.

6 (150) Radialschnitt durch den Thallusrand. Die Fasern verlaufen parallel mit der Krümmung des Randes nach vorn und oben. An der Unterseite beobachtet man junge Hypothallusfasern.

Fig. 7. Endocarpon Guepini.

7 (120) Radialschnitt durch den Thallusrand. Die Gonidien sind hier ausnahmsweise blaugrün und liegen vorn und oben unmittelbar an der Oberfläche. Dagegen ist die untere Rinde sehr schön ausgebildet und stets deutlich vom Marke abgegrenzt.

Fig. 8. Endopyrenium pusillum.

8 (515) Durchschnitt durch den obern und untern Theil des Thallus. 8 a Obere Rinde und ein kleiner Theil der Gonimonschicht. 8 b Untere Rinde und angrenzendes parenchymatisches Markgewebe.

Fig. 9. Endocarpon fluviatile.

9 (180) Radialschnitt durch den Thallusrand, in Kali erhitzt. Faserverlauf ausgeprägt orthogonal-trajectorisch.

Fig. 10—11. Gyrophora cylindrica.

10 (200) Durchschnitt durch den Thallus.

11 (500) Zwei Markfasern mit langgestreckten Zellen, nach Zusatz von Jodtinctur.

F. 12. Gyrophora hyperborea.

12 (100) Durchschnitt durch den Thallus, mit zwei Gonidien führenden Höckern.

Fig. 13. Gyrophora vellea.

13 (50) Radialschnitt durch den mittleren Theil des Thallus. Die hell gehaltene untere Hälfte ist dichtfilziges, interstitienloses Gewebe mit vorherrschend radialem Faserverlauf.

Taf. XI.

Fig. 1—2. Pannaria plumbea.

1 (100) Radialschnitt durch den Thallusrand. Lagerunterseite mit jungen Hypothallusfasern

2 (300) Radialschnitt durch den Thallus. Die Gonidiengruppen sind häufig viel dichter gedrängt, als es hier dargestellt ist; auch erscheint das Gewebe im untern Theil des Thallus keineswegs immer so regelmässig und interstitienlos.

Fig. 3—6. Pannaria spec.

3 (100) Durchschnitt durch den Thallusrand. Gonidien in Gruppen mit gallertartigen Hüllen. Oberflächlicher Theil der obern Rinde abgestorben und ausgebleicht Lagerunterseite mit Hypothallus

4 (500) Durchschnitt durch den obern Theil des Thallus. Gonidien hie und da scheinbar in Ketten.

5 (500) Schnurförmig gereihte Gonidien mit gemeinsamer Hülle, erhalten durch Zerreiben des Präparates nach vorhergegangenem Erhitzen in Kali und Zusatz von Salpetersäure.

6 (500) Schnurförmig gereihte Gonidien, deren gemeinschaftliche Hülle durch Salpetersäure aufgelöst wurde. Mit Jod gefärbt und durch Auswaschen wieder entfärbt. An den Enden der Kette beobachtet man je eine Zelle mit doppelt conturirter Membran; beide standen ursprünglich mit Faserästen in Verbindung.

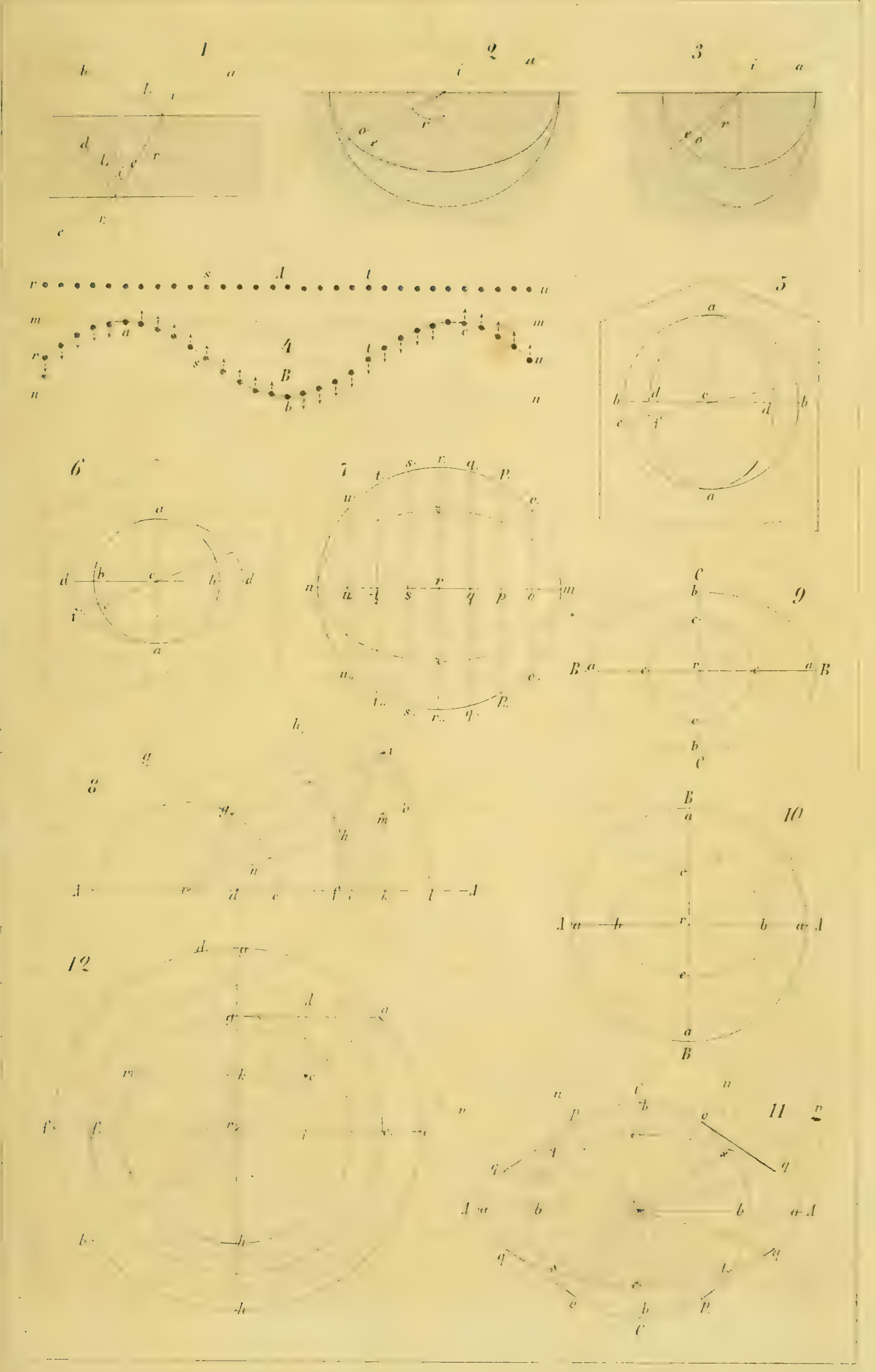
Fig. 7—8. Pannaria hypnorum.

7 (400) Durchschnitt durch die obere Rinde und die Gonimonschicht Die Gonidien sind hier ausnahmsweise gelb-grün und wurden in der Zeichnung so dargestellt, wie sie nach schwacher Einwirkung von Jodlösung erscheinen. Der peripherische, ausgebleichte Theil der Rinde besteht aus abgestorbenen, plattgedrückten Zellen.

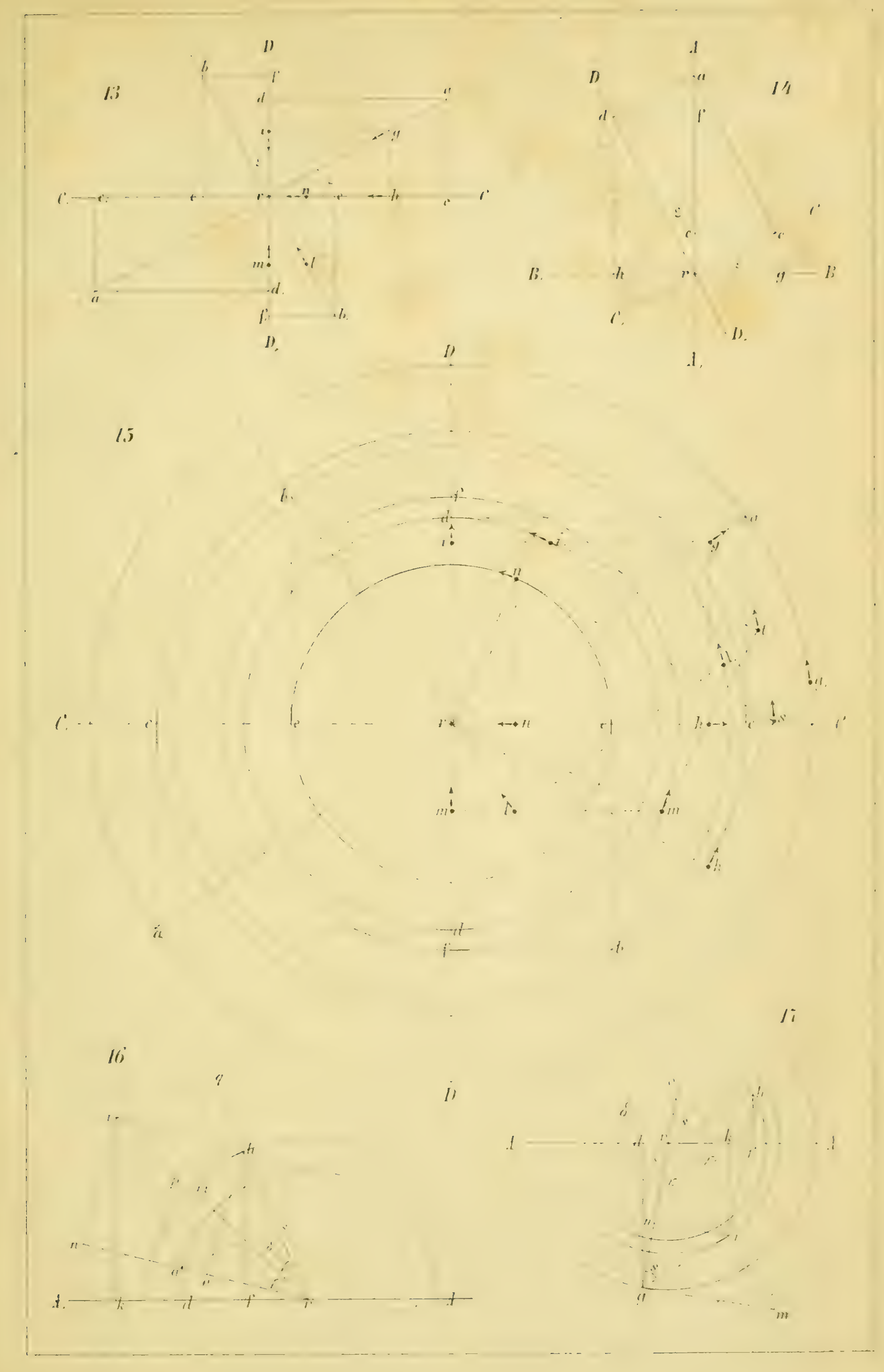
8 (500) Ein in vier Zellen getheiltes Gonidium in zwei verschiedenen Lagen.

Fig. 9. Pannaria rubiginosa v. coeruleo-badia.

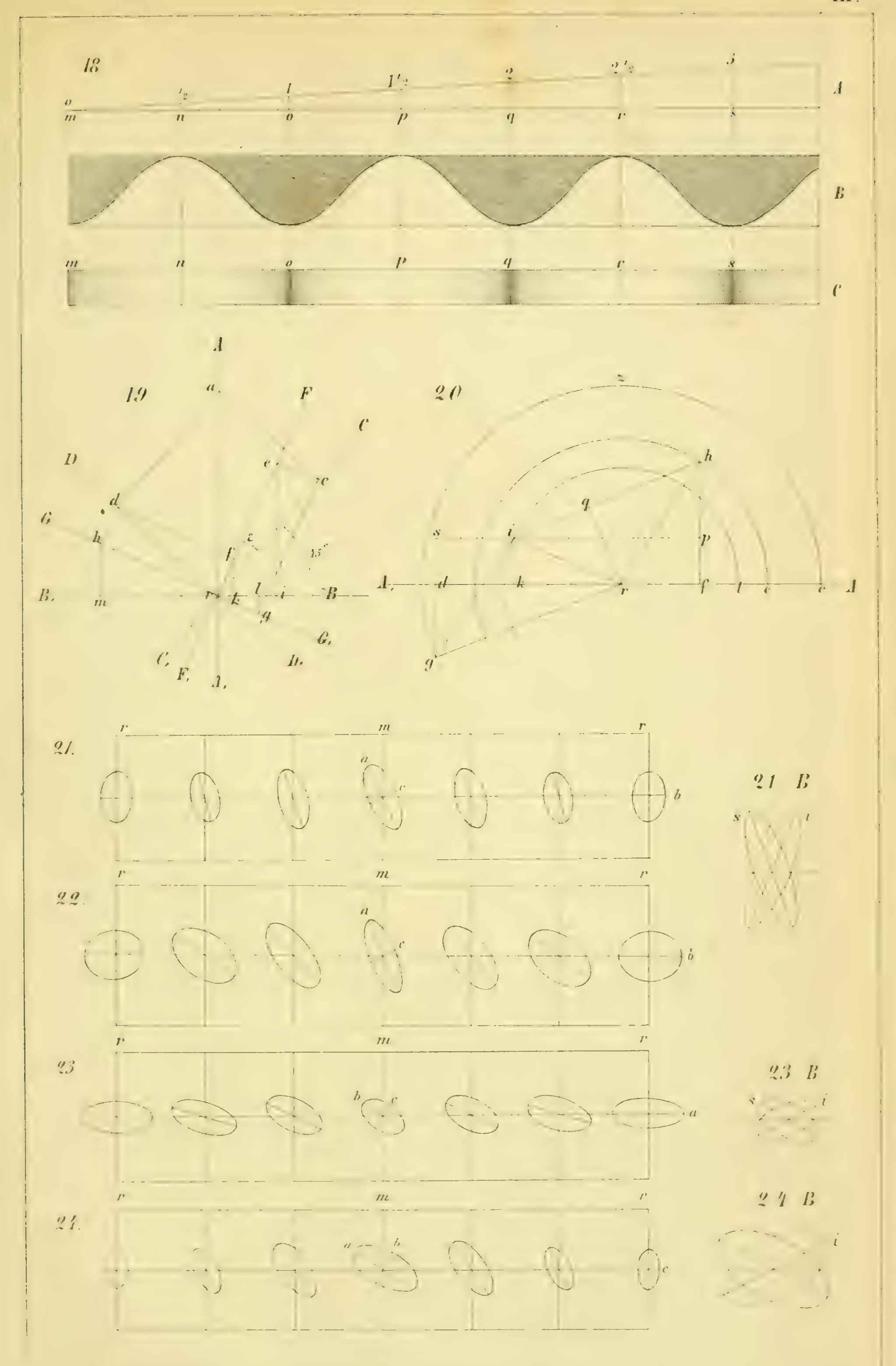
9 (500) Gonidiengruppen mit gemeinsamen Hüllen. Aus solchen Gruppen, in denen die Theilung offenbar wie in Fig. 8 vor sich geht, erhält man zuweilen durch wiederholten Druck ähnliche Ketten, wie die in Fig. 5 und 6 abgebildeten.



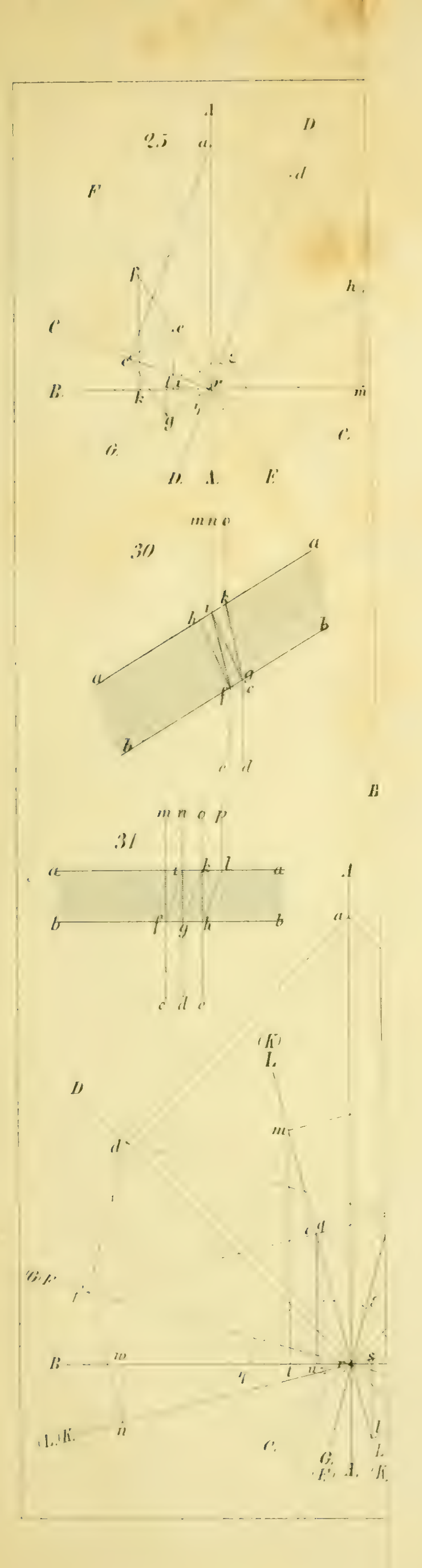


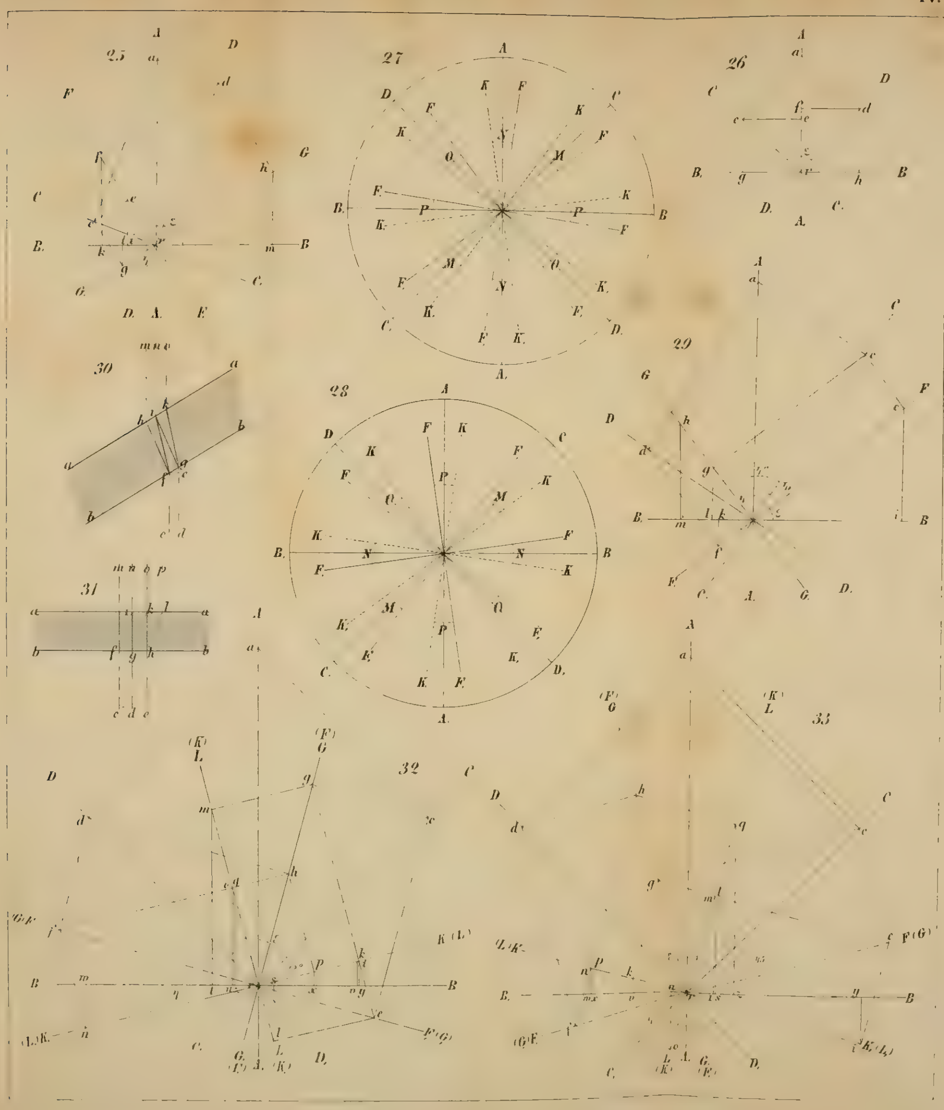


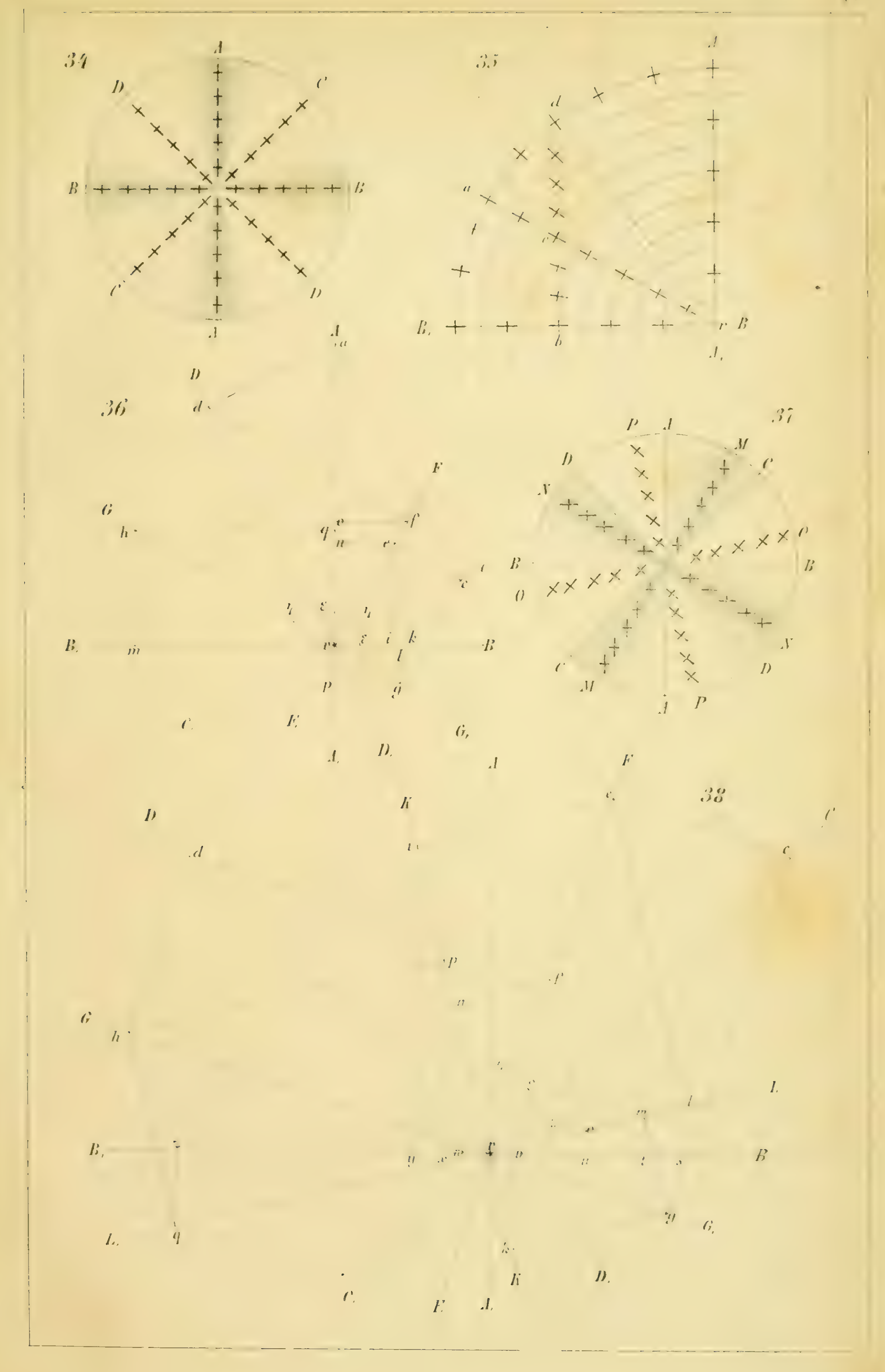



18
A
B
C
19
20
21.
21 B
22.
23
23 B
24.
24 B

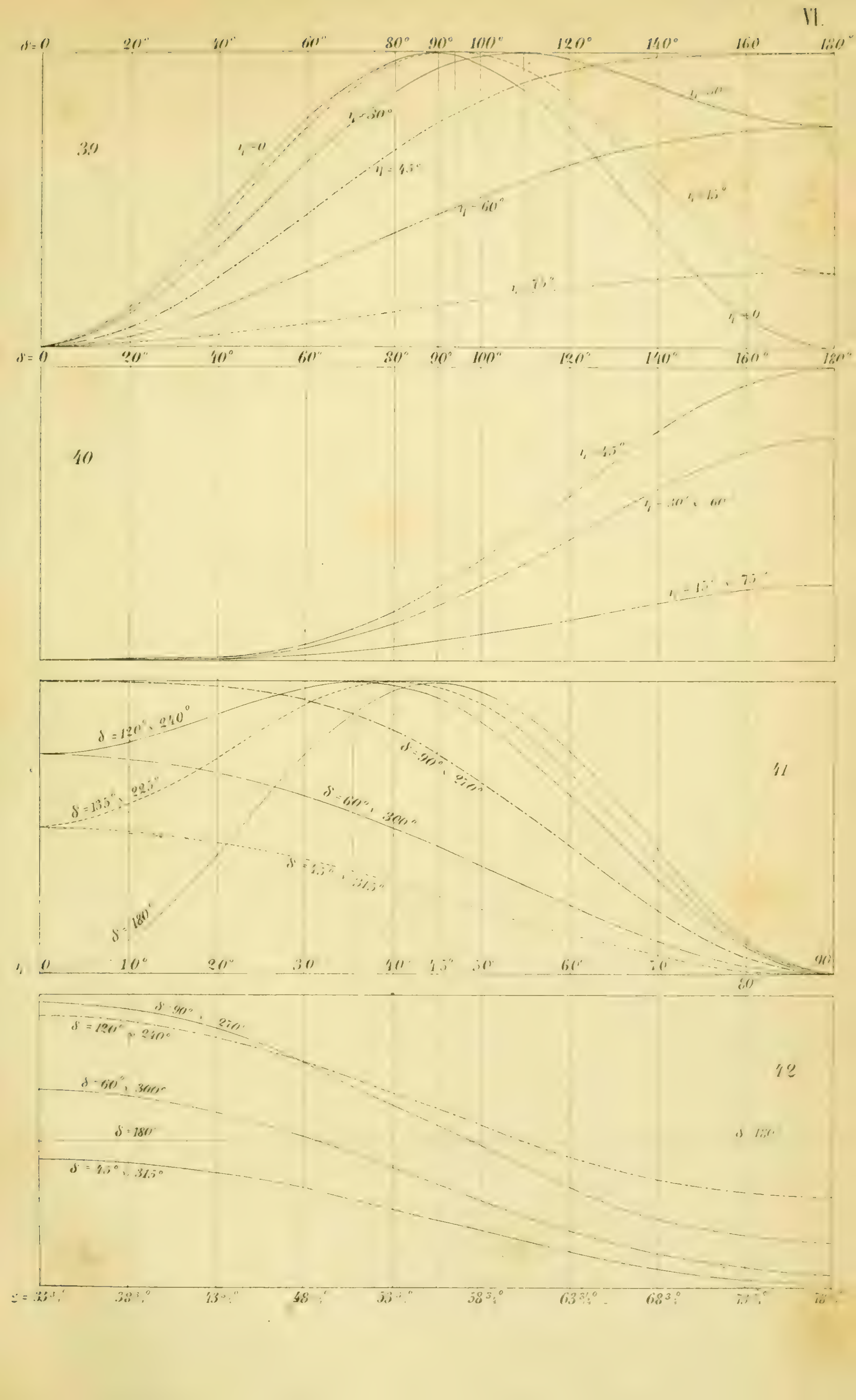



30
31
m n o
m n o p
a
b
c d
c d e
f g h
B
C
D
E
F
G
L








39
40
41
42



43

44

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48

43

Violett

Indigo

Blau

Grün

Gelb

Orange

Roth

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48

44

Violett

Indigo

Blau

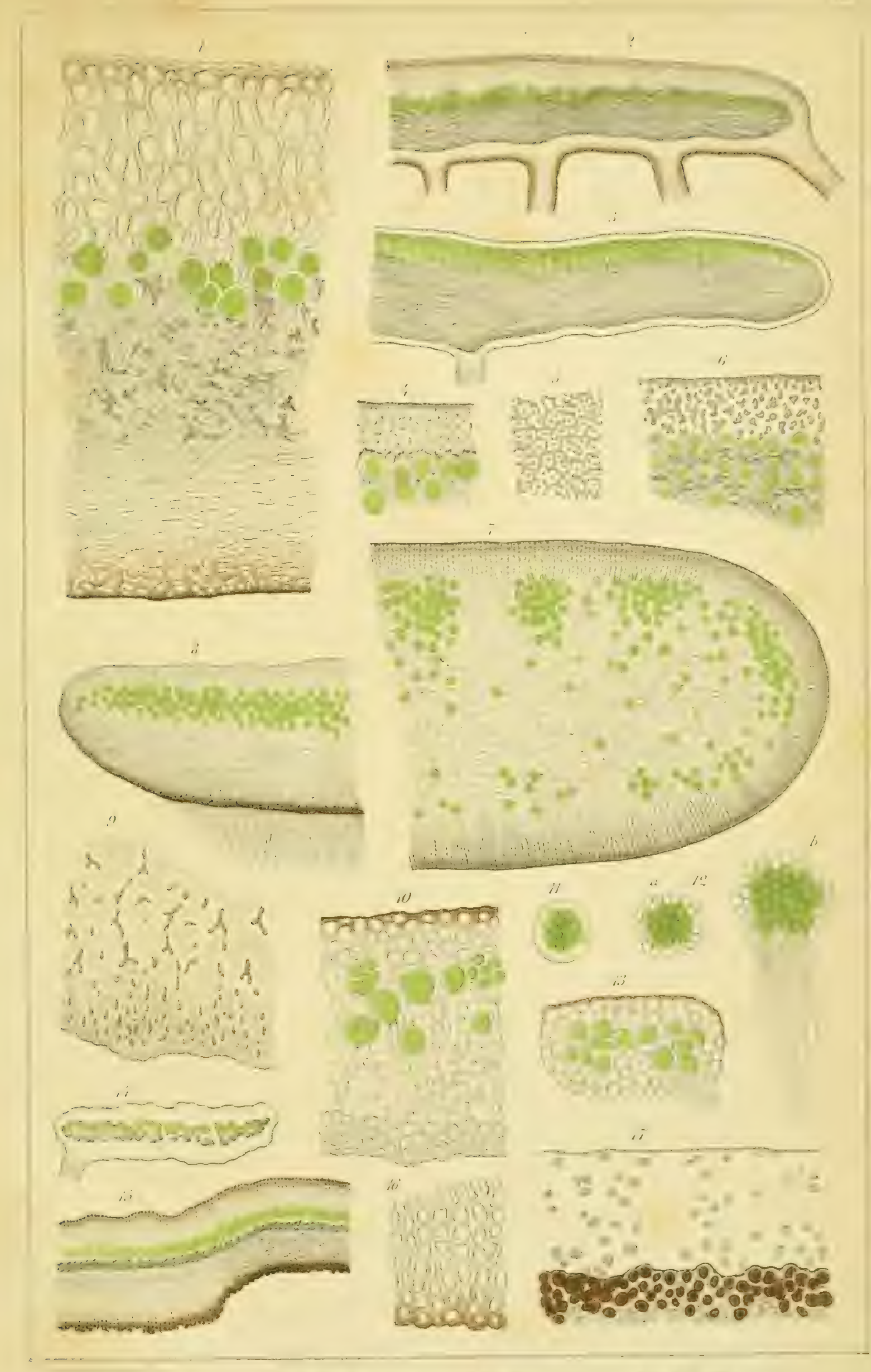
Grün

Gelb

Orange

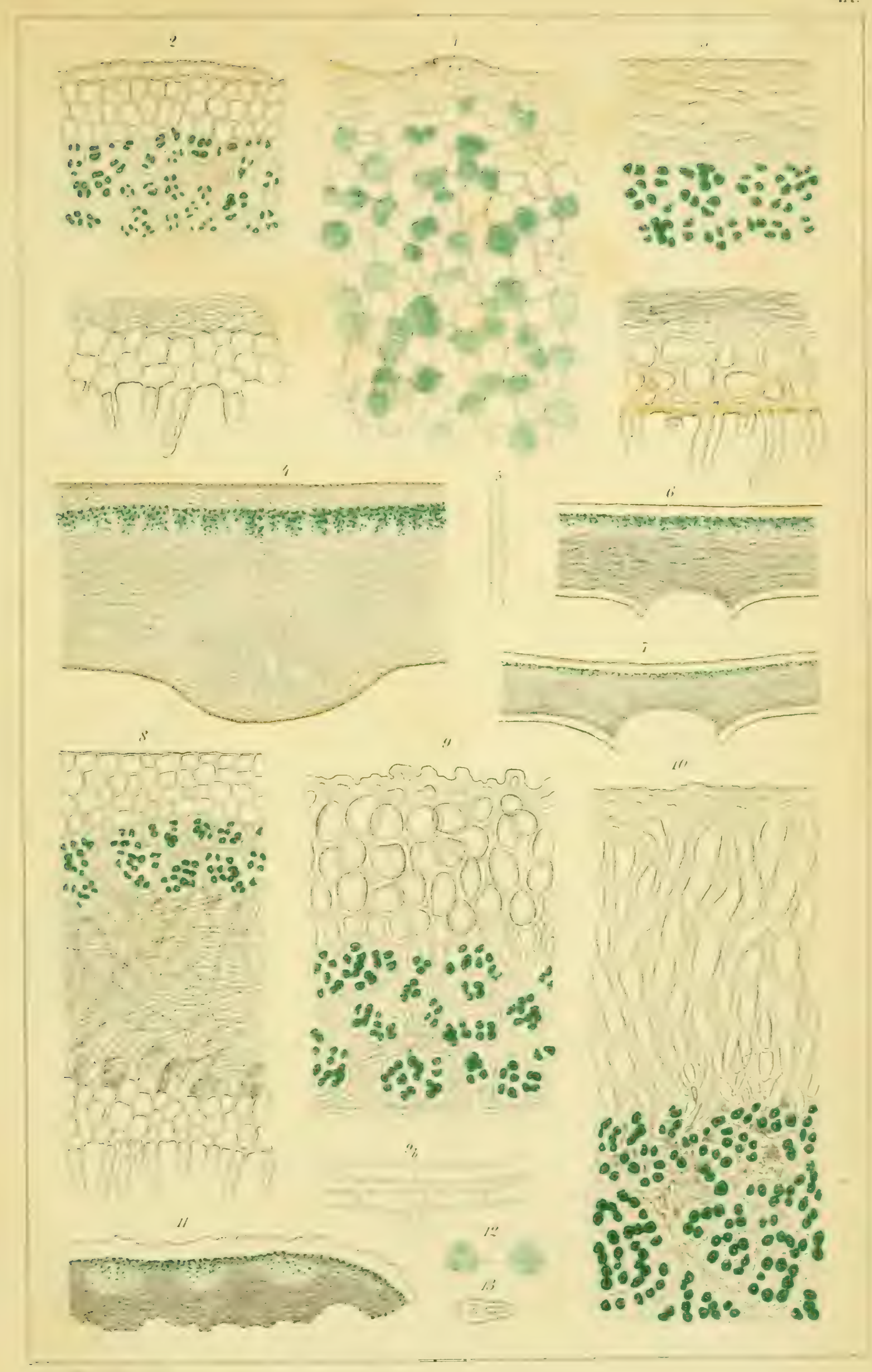
Roth

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48



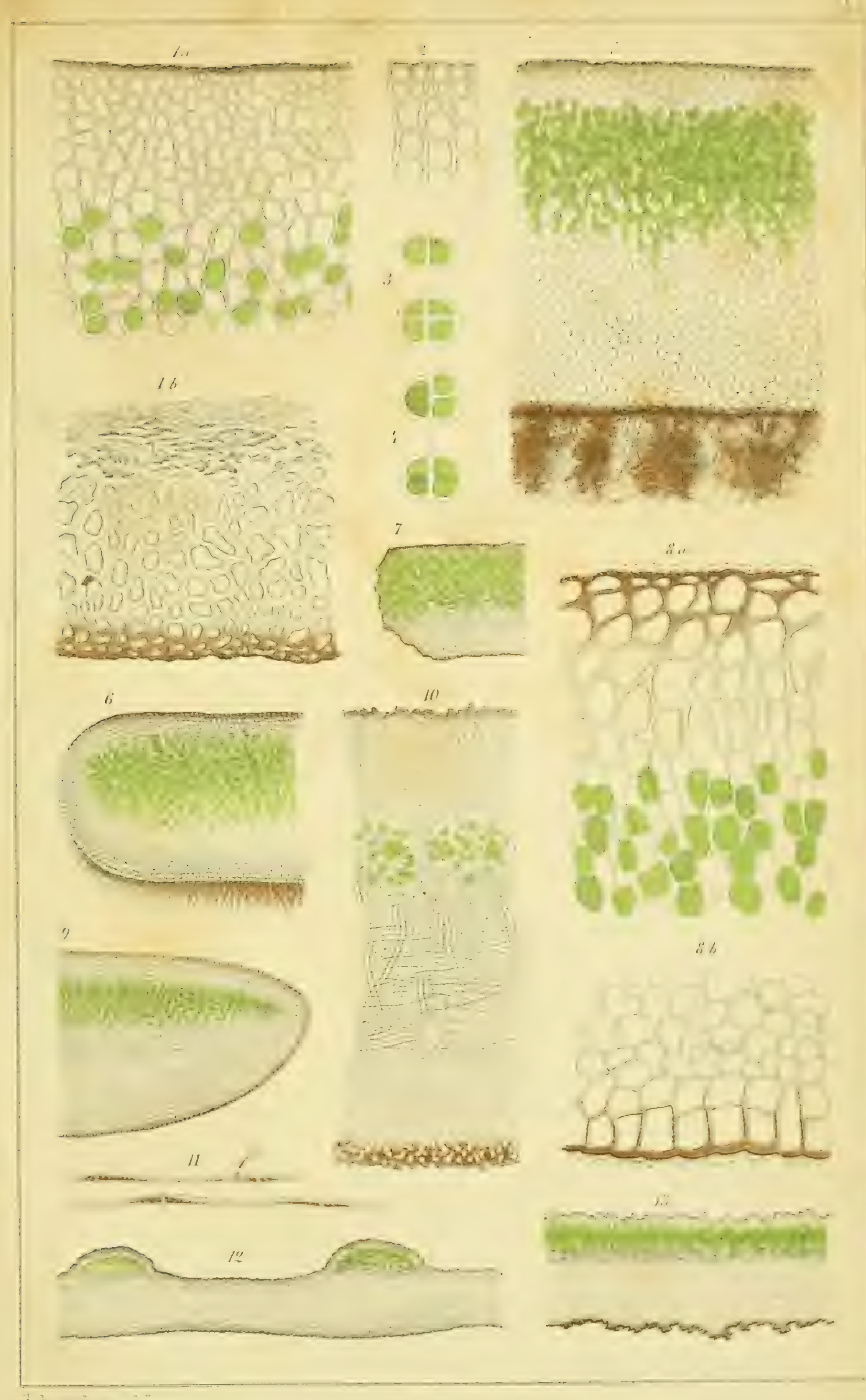
1-2 Parmelia 3-6 Imbricaria. 7-9 Placodium. 10-13 Physcia
14 Anaptychia. 15-17 Umbilicaria.





1. Heppia. 2-7 Sticta 8 Nephroma. 9 Peltigera. 10-13 Solorina.





Schwendener del.

1-9 Endocarpon. 10-13. Gyrophora.





Pannaria.







